

УДК 538.9

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2023-3-3>**Володимир ГОЛОВАЦЬКИЙ**

доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри термоелектрики та медичної фізики, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці, Україна, 58012

ORCID ID: 0000-0002-5573-2562

SCOPUS-AUTHOR ID: 6507899727

**Ігор ГОЛОВАЦЬКИЙ**

аспірант кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці, Україна, 58012

ORCID ID: 0000-0002-4435-4607

SCOPUS-AUTHOR ID: 57202987360

**Сергій ГОНЧАРУК**

студент кафедри термоелектрики та медичної фізики, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці, Україна, 58012

**Бібліографічний опис статті:** Головацький, В., Головацький, І., Гончарук, С. (2023). Вплив магнітного поля на оптичні властивості квантових точок типу II (ефект Ааронова – Бома). *Фізика та освітні технології*, 3, 19–30, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2023-3-3>

## ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КВАНТОВИХ ТОЧОК ТИПУ II (ЕФЕКТ ААРОНОВА – БОМА)

Завдяки просторовому розділенню електронів та дірок в напівпровідникових КТ ядро/оболонка з геторомежею типу II можуть проявлятися нові оптичні властивості, недоступні в інших КТ. Тому такі наносистеми інтенсивно вивчаються на предмет можливості використання в нових наноприладах.

Мета даної роботи є визначення впливу магнітного поля на енергетичну структуру та міжзонні оптичні квантові переходи в сферичних квантових точках II типу ZnTe/CdSe і CdSe/ZnTe. Задача розв'язувалась двома методами: числовим методом в системі COMSOL Multiphysics та методом діагоналізації в системі Wolfram Mathematica на основі точних розв'язків рівняння Шредингера у незбуреній магнітним полем системі. Результати отримані обома методами збігаються з великою точністю. Останній метод є більш складним, але дозволив визначити парціальний вклад базисних станів у нових квантових станах квазічастинок, що отримуються внаслідок дії магнітного поля. В роботі отримано залежності енергетичних спектрів і хвильових функцій електрона та дірки від магнітного поля для сферичних квантових точок ZnTe/CdSe і CdSe/ZnTe з різними розмірами ядра. Показано, що магнітне поле порушує сферичну симетрію системи і знімає виродження енергетичного спектру за магнітним квантовим числом. Енергія квазічастинок у станах з  $m \geq 0$  монотонно зростає при посиленні магнітного поля, а в станах з  $m < 0$  ці залежності є немонотонними. Енергія основного стану електрона в ZnTe/CdSe та енергія основного стану дірки в CdSe/ZnTe зі збільшенням індукції магнітного поля формуються по черзі найнижчими станами  $m = 0, -1, -2, \dots$ . Це є наслідком ефекту Ааронова – Бома в КТ ядро/оболонка. Показано, що магнітне поле деформує хвильові функції квазічастинок та впливає на величину їх перекриття. Це проявляється в залежності сили осцилятора міжзонних квантових переходів від індукції магнітного поля. Показано, що ефект Ааронова – Бома може проявлятися в міжзонних квантових переходах.

**Ключові слова:** квантові точки, гетероперехід типу II, магнітне поле, енергетичний спектр квазічастинок, сила осцилятора квантових переходів, осциляції основного стану, ефект Ааронова – Бома.

**Volodymyr HOLOVATSKYI**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of thermoelectricity and medical physics, Chernivtsi National University, 2 Kotsyubynsky str., Chernivtsi, Ukraine, 58012

ORCID ID: 0000-0002-5573-2562

SCOPUS-AUTHOR ID: 6507899727

**Ihor HOLOVATSKYI**

Aspirant, Chernivtsi National University, 2 Kotsyubynsky str., Chernivtsi, Ukraine, 58012

ORCID ID: 0000-0002-4435-4607

SCOPUS-AUTHOR ID: 57202987360

**Serhiy HONCHARUK**

Master's student, Department of thermoelectricity and medical physics, Chernivtsi National University, 2, Kotsyubynsky str., Chernivtsi, Ukraine, 58012

**To cite this article:** Holovatskyi, V., Holovatskyi, I. and Honcharuk S. (2023). Vplyv mahnitnoho polia na optychni vlastyvyosti kvantovykh tochok typu II (Efekt Aaronova – Boma). [The magnetic field effect on the optical properties of type II quantum dots (Aharonov-Bohm effect)]. *Physics and Educational Technology*, 3, 19–30, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2023-3-3>

## THE MAGNETIC FIELD EFFECT ON THE OPTICAL PROPERTIES OF TYPE II QUANTUM DOTS (AHARONOV – BOHM EFFECT)

*Due to the spatial separation of electrons and holes in core/shell semiconductor QDs with a type II heterojunction, new optical properties unavailable in other QDs can be manifested. Therefore, such nanosystems are intensively studied for the possibility of use in new nanodevices.*

*The purpose of this work is to determine the influence of the magnetic field on the energy structure and interband optical quantum transitions in spherical quantum dots of type II ZnTe/CdSe and CdSe/ZnTe. The problem was solved by two methods: the finite element method in the COMSOL Multiphysics system and the diagonalization method in the Wolfram Mathematica system based on exact solutions of the Schrödinger equation in a system undisturbed by a magnetic field. The results obtained by both methods coincide with great accuracy. The last method is more complicated, but it made it possible to determine the partial contribution of the basic states in the new quantum states of quasiparticles obtained as a result of the action of a magnetic field. The dependence of the energy spectra and wave functions of the electron and hole on the magnetic field for spherical quantum dots ZnTe/CdSe and CdSe/ZnTe with different core sizes was obtained in the paper. It is shown that the magnetic field breaks the spherical symmetry of the system and removes the degeneracy of the energy spectrum according to the magnetic quantum number. The energy of quasiparticles in states with  $m \geq 0$  increases monotonically with increasing magnetic field, and in states with  $m < 0$  these dependences are non-monotonic. The energy of the ground state of the electron in ZnTe/CdSe and the energy of the ground state of the hole in CdSe/ZnTe with increasing induction of the magnetic field are alternately formed by the lowest states  $= 0, -1, -2, \dots$ . This is a consequence of the Aharonov – Bohm effect in core/shell CT. It is shown that the magnetic field deforms the wave functions of quasiparticles and affects the amount of their overlap. This is manifested in the dependence of the oscillator strength of interband quantum transitions on the induction of the magnetic field. It is shown that the Aharonov – Bohm effect can manifest itself in interband quantum transitions.*

**Key words:** quantum dots, type II heterojunction, magnetic field, energy spectrum of quasiparticles, oscillator strength of quantum transitions, ground state oscillations, Aharonov – Bohm effect.

**Вступ.** Напівпровідникові багатошарові квантові точки представляють собою перспективний клас наноструктур, які можуть забезпечити нові методи впливу на енергетичний спектр і хвильові функції квазічастинок для отримання бажаних оптичних властивостей наносистем. У результаті різної просторової локалізації квазічастинок в багатошарових квантових точках можна індивідуально

регулювати енергетичний спектр електронів і дірок, що дозволяє досягти різнокольорового випромінювання з необхідним спектром. Тому багатошарові сферичні КТ інтенсивно досліджуються як теоретично, так і експериментально (Nizamoglu, 2008; Zhang, 2009; Tyagi, 2012; Holovatsky, 2013, 2021).

Найпростішими багатошаровими сферичними наноструктурами є сферичні колоїдні

нанокристали, що складаються з ядра та зовнішньої оболонки, яка покращує квантовий вихід та стабільність випромінювання (Корбутяк, 2012). Можливість регулювання основних оптичних властивостей нанокристалів, таких як довжина хвилі випромінювання, квантовий вихід і час життя, шляхом вирощування оболонки з іншого напівпровідника стимулювала експериментальні дослідження квантових точок типу ядро-оболонка та сприяла значному прогресу в хімічному синтезі цих наносистем (Pidluzhna, 2019; Doskaliuk, 2016).

Квантові точки типу ядро-оболонка поділяються на два типи: тип I – широкозонний напівпровідник є оболонкою, вузькозонний – ядром. Причому вся заборонена зона вузькозонного напівпровідника потрапляє в область забороненої зони широкозонного напівпровідника. В такій наноструктурі квазічастинки локалізовані в області ядра, оскільки зовнішня оболонка утворює потенційний бар'єр для квазічастинки і тим самим відокремлює оптично активне ядро від навколишнього середовища, підвищуючи ефективність випромінювання (Wang, 2018; AbouElhamd, 2019). Можливий також і обернений варіант, коли ядро – широкозонний напівпровідник, а оболонка – вузькозонний. Такі наносистеми називають антиточками (Rahimi, 2021; Holovatsky, 2013), в них квазічастинки локалізовані в оболонці. Багато теоретичних і експериментальних робіт, виконаних в останні роки, стосуються вивчення оптичних властивостей КТ типу II, в яких величини заборонених зон близькі між собою, але їх краї зміщені один відносно одного (Reiss, 2009; Klenovský, 2017; Naifar, 2017; Saravanamoorthy, 2017).

У квантових точках типу II просторове розділення квазічастинки у різних потенційних ямах призводить до меншої ефективної забороненої зони, ніж у кожного зі складових матеріалів ядра та оболонки, внаслідок чого відбувається значний червоний зсув довжини хвилі випромінювання нанокристалу.

Такі особливості КТ типу II пропонують використовувати в широкому спектрі застосувань, таких як світловипромінювальні діоди, детектори, флуоресцентні мітки та фотоелектричні пристрої (Jiao, 2015; Ma, 2013; Long, 2019; Verma, 2013; Nandan, 2019; Selopal, 2020).

Ще однією особливістю КТ типу II є швидке

розділення зарядів, утворених поглинанням фотонів на межі розділу ядро-оболонка, де хвильові функції квазічастинки перекриваються. Це можна використовувати в сонячних елементах для просторового розділення носіїв заряду та зменшення ймовірності рекомбінації електронно-діркових пар, що підвищує ефективність відведення заряду в фотоелектричних пристроях у зовнішній контур.

Багато теоретичних і експериментальних робіт, виконаних в останні роки, стосуються дослідження оптичних властивостей КТ типу II для використання в біомедичних і фотоелектричних пристроях (Кош, 2019; Tyrrell, 2011). В цих роботах показано, що енергія зв'язку електрона та дірки, перекриття хвильових функцій квазічастинки, час життя, довжина хвилі поглинання та сила осцилятора квантового переходу сильно залежать від геометричних розмірів та потенціального профілю квантових точок ядро-оболонка. Переважна більшість досліджень квантових точок типу II виконується із застосуванням наближення ефективної маси в рамках одно- та багатозонних моделей. Дослідження квантових точок CdTe/CdSe і CdSe/CdTe (Tyrrell, 2011) показало, що деякі з квантових переходів, які заборонені в однозонній моделі, стають дозволеними при врахуванні s-d змішування у валентній зоні. Подібний результат отриманий при дослідженні впливу електричного поля на електронні стани в сферичних квантових точках II типу CdSe/ZnTe та ZnTe/CdSe, які виконані варіаційним та матричним методами (Chafai, 2017, 2018; Holovatsky, 2022). Показано, що зменшення перекриття хвильових функцій квазічастинки внаслідок дії електричного поля приводить до зменшення сил осцилятора дозволених квантових переходів, але через порушення сферичної симетрії сила осцилятора заборонених для сферично симетричних систем квантових переходів зростає зі збільшенням напруженості електричного поля.

Дослідження впливу магнітного поля на енергетичний спектр квазічастинки в багатозонних квантових точках показало, що внаслідок порушення сферичної симетрії відбувається розщеплення енергетичних рівнів квазічастинки і роль основного стану квазічастинки, локалізованої в сферичній оболонці, послідовно відіграють стани з від'ємними зна-

ченнями магнітного квантового числа (Nasri, 2016; Çakır, 2016; Feddi, 2017; Holovatsky, 2016, 2017; Chubrei, 2021). Ефект послідовної заміни основного стану квазічастинки зі збільшенням магнітного поля називають ефектом Ааронова – Бома (А–Б), він вперше експериментально спостерігався за допомогою ємнісної спектроскопії далекого інфрачервоного діапазону для самоорганізованих квантових кілець (Lorke, 2000).

Очікується, що подібні спектральні осциляції можуть спостерігатися в енергії рекомбінації електрона та дірки при збільшенні індукції магнітного поля. Для цього необхідне просторове розділення електронів і дірок, інакше сумарний заряд пари електрон-дірка дорівнює нулю і ефект А–Б спостерігатися не буде.

У багаточарових квантових точках типу I, які складаються з двох потенційних ям, просторове розділення електронів і дірок може бути досягнуто за рахунок локалізації квазічастинок у різних потенціальних ямах, які розділені бар'єром. Але через мале перекриття хвильових функцій електронів і дірок важко спостерігати коливання А–Б в спектрах міжзонного поглинання.

У квантових точках типу II просторове розділення зарядів забезпечується різним положенням ям для електронів і дірок, які не розділені потенційним бар'єром, і тому перекриття хвильових функцій достатнє для експериментального спостереження ефекту А–Б більше, ніж у багаточарових квантових точках типу I.

Ефект А–Б у вертикально розташованих квантових точках типу II ZnTe/ZnSe циліндричної форми досліджувався в роботах (Kuskovsky, 2017; Sellers, 2008), а також у наноструктурах типу КТ в кільці (QD on ring) (Yao, 2017). Автори підтверджують, що екситони у таких наноструктурах демонструють А–Б осциляції інтенсивності випромінювання при збільшенні магнітного поля.

Подібних досліджень впливу магнітного поля на основний та збуджені стани квазічастинок в квантових точках типу II сферичної симетрії на даний час не виконувалося. Тому метою даної роботи є дослідження можливості спостереження ефекту Ааронова–Бома в таких наноструктурах.

У даній роботі представлено дослідження впливу магнітного поля на енергетичний спектр сферичної квантової точки типу II ZnTe/CdSe,

в якій електрон локалізований в оболонці і його енергетичний спектр відчуває А–Б осциляції, а також на енергію спектр інверсної квантової точки CdSe/ZnTe, в якій відбуваються осциляції енергії основного стану дірки.

Дослідження виконуються двома методами: матричним методом на основі базису точних розв'язків рівняння Шредінгера у відсутності магнітного поля та прямим числовим методом розв'язку диференціального рівняння в системі COMSOL Multiphysics.

### 1. Рівняння Шредінгера та його розв'язок матричним методом

Досліджуються сферичні напівпровідникові КТ типу II: ZnTe/CdSe та CdSe/ZnTe. Для дослідження впливу магнітного поля на енергетичний спектр і хвильові функції електронів і дірок розв'язуються відповідні одночастинкові рівняння Шредінгера

$$H_{e(h)} \Psi_{jm}^{e(h)}(\vec{r}) = E_{jm}^{e(h)} \Psi_{jm}^{e(h)}(\vec{r}), \quad (1)$$

Гамільтоніан  $H_{e(h)}$  має вигляд

$$H_{e(h)} = \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \frac{1}{2\mu_{e(h)}(r)} \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) + U_{e(h)}(r), \quad (2)$$

де  $\vec{A}$  – векторний потенціал,  $U_{e(h)}(r)$  – потенціал розмірного квантування і залежність ефективних мас  $\mu_{e(h)}(r)$  для КТ CdSe/ZnTe мають вигляд

$$U_e(r) = \begin{cases} 0, & r \leq r_0 \\ V_e, & r_0 < r \leq r_1 \\ \infty, & r > r_1 \end{cases}, \quad U_h(r) = \begin{cases} V_h, & r \leq r_0 \\ 0, & r_0 < r \leq r_1 \\ \infty, & r > r_1 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\mu_{e(h)}(r) = \begin{cases} m_0^{e(h)}, & r \leq r_0 \\ m_1^{e(h)}, & r_0 < r \leq r_1 \end{cases}. \quad (4)$$

Для КТ ZnTe/CdSe в формулі (3) і (4) необхідно переставити індекси  $e$  і  $h$ .

Враховуючи зв'язок між векторним потенціалом  $\vec{A}$  та індукцією магнітного поля  $\vec{B}$  при симетричному калібруванні  $\vec{A} = [\vec{r} \times \vec{B}] / 2$ , гамільтоніан (2) матиме вигляд:

$$H_{e(h)} = -\frac{\hbar^2}{2} \vec{\nabla} \frac{1}{\mu_{e(h)}(r)} \vec{\nabla} + \frac{eB}{2c\mu_{e(h)}(r)} L_z + \frac{e^2 B^2 r^2 \sin^2 \theta}{8c^2 \mu_{e(h)}(r)} + U_{e(h)}(r), \quad (5)$$

Щоб розв'язати рівняння (5), хвильові функції розкладають по повному набору точних розв'язків рівняння Шредінгера для електрона в тій самій КТ без магнітного поля

$$\Psi_{jm}^{e(h)}(\vec{r}) = \sum_n \sum_l c_{jnml}^{e(h)} \Phi_{nlm}^{e(h)}(\vec{r}). \quad (6)$$

Завдяки сферичній симетрії задачі хвильова функція електрона у відсутності магнітного

поля має вигляд  $\Phi_{nlm}^{e(h)}(\vec{r}) = R_{nl}^{e(h)}(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$ , де  $Y_{lm}(\theta, \phi)$ , – сферична функція, радіальна частина  $R_{nl}^{e(h)}(r)$  є лінійною комбінацією функцій Бесселя першого та другого роду  $j_l, n_l$  для QD ядра та оболонки. З урахуванням великої ширини забороненої зони зовнішнього середовища отримуємо  $R_{nl}^{e(h)(1)}(r_1) = 0$ . Енергетичні спектри електронів і дірок  $\tilde{E}_{nl}^{e(h)}$  знаходяться з граничної умови Бен-Даніель-Дюка

$$\left. \begin{aligned} R_{nl}^{e,h(0)}(r_0) &= R_{nl}^{e,h(1)}(r_0) \\ \frac{1}{m_0} \frac{dR_{nl}^{e,h(0)}(r)}{dr} \Big|_{r=r_0} &= \frac{1}{m_1} \frac{dR_{nl}^{e,h(1)}(r)}{dr} \Big|_{r=r_0} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Рівняння Шредінгера (1) після підстановки розкладу (6) зведеться до секулярного рівняння, з якого методом діагоналізації отримуються перенормований енергетичний спектр  $E_{jm}^{e(h)}$  та коефіцієнти розкладу  $c_{jnlm}^{e(h)}$ . Нові електронні та діркові стани характеризуються двома квантовими числами  $j$  і  $m$ . Тут  $j$  позначає номер енергетичного рівня при фіксованому  $m$ .

Енергія міжзонного переходу визначається як

$$E_{e-h} = E_g^* + E_i^e + E_f^h - E_{ex}^b \quad (8)$$

де  $E_g^* = E_g^{CdSe} - V_h = E_g^{ZnTe} - V_e$  – ефективна заборонена зона, тобто різниця енергій між дном зони провідності CdSe та стелею валентної зони ZnTe (рис. 1),  $E_{ex}^b$  – енергія кулонівської взаємодії електрона та дірки. Кулонівський доданок розраховано в першому порядку теорії збурень

$$E_{ex}^b = \frac{2}{\varepsilon} \iint \frac{|\Psi_{if}^{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)|^2}{|\vec{r}_e - \vec{r}_h|} d\vec{r}_e d\vec{r}_h, \quad (9)$$

де  $\Psi_{if}^{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \Psi_i^e(\vec{r}_e) \Psi_f^h(\vec{r}_h)$ ,  $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{CdSe} \varepsilon_{ZnTe}}$  – середня діелектрична проникність. За одиницю енергії та довжини прийнято Рідберг та радіус Бора відповідно.

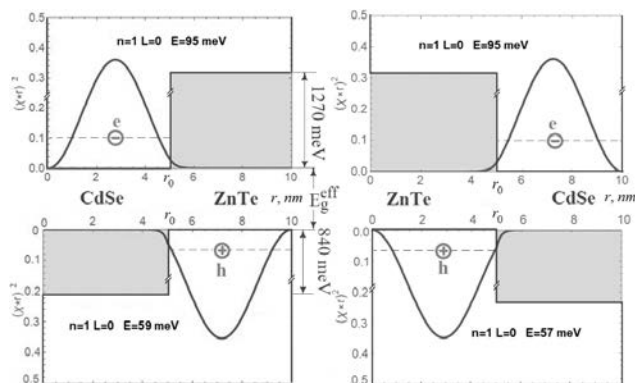


Рис. 1. Схема потенціальних енергій електрона та дірки в КТ CdSe/ZnTe та ZnTe/CdSe II типу.

На основі хвильових функцій квазічастинок (6) та енергій квантових переходів, можна розрахувати коефіцієнт оптичного поглинання КТ (Sahin, 2009)

$$\alpha(\hbar\omega) \propto \sum_i F_i \delta_i(\hbar\omega - E_{e-h}^i), \quad (10)$$

де  $F_i$  – сила осцилятора міжзонного квантового переходу (Cheche, 2013; Wu, 2018)

$$F = \frac{E_p}{2E_{e-h}} \left| \int_V \Psi_j^{e*}(\vec{r}) \Psi_{j'}^h(\vec{r}) d\vec{r} \right|^2, \quad (11)$$

$E_p = 21$  eV для CdSe (Sahin, 2009) та 19.1 eV для ZnTe (Cheche, 2013).

## 2. Результати розрахунків

Комп'ютерні розрахунки були виконані для наноструктури CdSe/ZnTe та ZnTe/CdSe з наступними фізичними параметрами (Chafai, 2017):

CdSe:  $m_e = 0.13$ ,  $m_h = 0.45$ ,  $E_g = 1.75 eV$ ,  $\varepsilon_{CdSe} = 10.6$ ;

ZnTe:  $m_e = 0.15$ ,  $m_h = 0.2$ ,  $E_g = 2.2 eV$ ,  $\varepsilon_{ZnTe} = 9.7$ ;

$r_0 = 10 \div 20$  nm,  $r_1 - r_0 = 5$  nm,  $V_e = 1270$  meV,

$V_h = 840$  meV.

Розрахунки енергій та хвильових функцій виконувались двома методами: методом розкладу (6) та в системі COMSOL. В розкладі (6) врахо-

Таблиця 1

Порівняння енергій електрона  $E_{10}^e$  та  $E_{20}^e$ , отриманих методом розкладу та в системі COMSOL при різних величинах магнітного поля

		B=0	B=5Тл	B=10Тл	B=15Тл	B=20Тл	B=25Тл	B=30Тл
Метод розкладу	$\overline{E_{10}^e}$	94.925	95.490	97.038	99.098	101.17	103.13	105.07
	$\overline{E_{20}^e}$	96.914	97.254	98.217	99.647	101.37	103.29	105.37
COMSOL	$\overline{E_{10}^e}$	94.989	95.804	97.925	100.46	102.84	105.12	107.38
	$\overline{E_{20}^e}$	96,980	97.473	98.8293	100.74	102.90	105.14	107.38

вувалось близько 15 доданків, що забезпечило точність розрахунку біля 1% при магнітному полі  $B < 15 \text{ Тл}$  та близько 2% при  $B = 30 \text{ Тл}$ . Для демонстрації збіжності результатів, отриманих різними методами в таблиці 1 наведено енергії станів електрона  $E_{10}^e$  та  $E_{20}^e$  в КТ ZnTe/CdSe ( $r_0 = 15 \text{ нм}$ ,  $r_1 - r_0 = 5 \text{ нм}$ ) при різних значеннях  $B$ .

На рис. 2 наведено залежності енергій електронів і дірок у КТ CdSe/ZnTe і ZnTe/CdSe від індукції магнітного поля. З рисунка видно, що магнітне поле знімає виродження за магнітним квантовим числом. Наприклад, для першого збудженого стану  $m$  може приймати три значення 1, 0, -1. Крім того, енергії квазічастинок в станах з  $m > 0$  монотонно зростають зі збільшенням магнітного поля, тоді як для станів з  $m < 0$  немонотонна залежність енергії від магнітного поля зумовлена конкуренцією лінійного та квадратичного доданків за магнітним полем в гамільтоніані (5). Для квазічастинки, що локалізована в оболонці (електрон у КТ ZnTe/CdSe чи дірка в КТ CdSe/ZnTe) основний стан формується зі станів з різним значенням значення  $|m|$ . Це відбувається внаслідок того, що енергія квазічастинок в станах з більшим

значенням  $|m|$  досягає мінімального значення при вищих величинах індукції магнітного поля. Причому зміна величини магнітного квантового числа для основного стану квазічастинки відбувається при збільшенні магнітного поля на однакову величину  $|\Delta B|$ , яка залежить від геометричних розмірів наноструктури та наявності домішок (Holovatsky, 2018).

На рис. 3 показано еволюцію розподілу густини ймовірності знаходження електрона в КТ ZnTe/CdSe ( $r_0 = 15 \text{ нм}$ ,  $r_1 = 20 \text{ нм}$ ) під дією магнітного поля (магнітне поле прикладено вертикально вгору). Враховуючи те, що розподіл електронної густини в КТ симетричний, на рисунку зображено лише половину КТ.

З рисунка видно, що хвильова функція електрона в станах з  $m=0, -1, -2, -3$  в області величин індукції магнітного поля, в яких енергія електрона найменша має подібний вигляд. Тобто хвильова функція основного стану електрона мало змінюється зі зміною магнітного поля. Внаслідок цього і енергія основного стану слабо зростає зі збільшенням величини індукції магнітного поля, але через зміну магнітного квантового числа здійснює незначні осциляції.

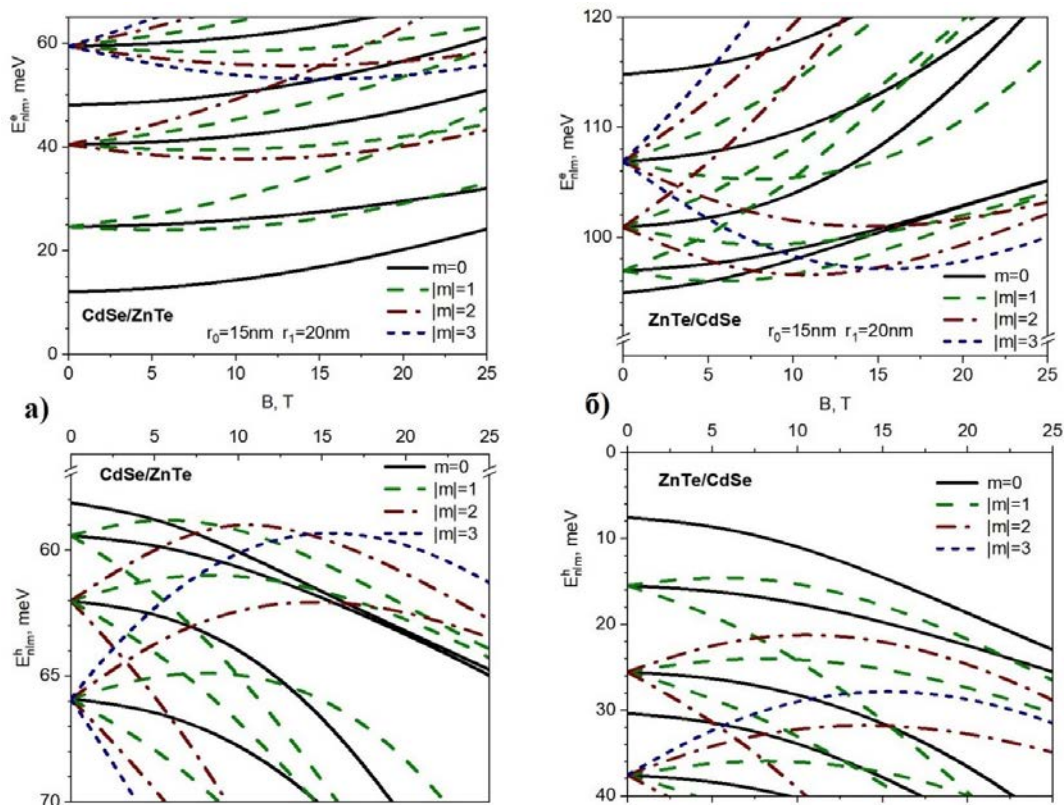


Рис. 2. Залежності енергій електронів та дірок у КТ CdSe/ZnTe (а) та ZnTe/CdSe (б) від індукції магнітного поля ( $r_0 = 15 \text{ нм}$ ,  $r_1 - r_0 = 5 \text{ нм}$ )

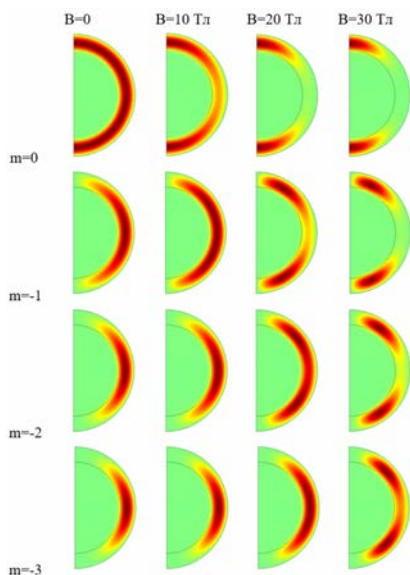


Рис. 3. Еволюція розподілу електронної густини  $|\Psi_{jm}^{(e)}(\vec{r})|^2$  в станах ( $j=1, m=0;-1;-2;-3$ ) для КТ ZnTe/CdSe під дією магнітного поля ( $B=0; 10; 20; 30$  Тл)

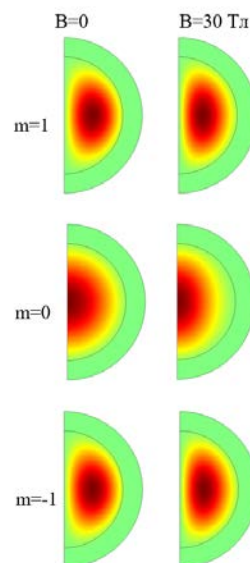


Рис. 4. Еволюція розподілу густини розподілу дірки  $|\Psi_{jm}^{(h)}(\vec{r})|^2$  в станах ( $j=1, m=1;0;-1$ ) для КТ ZnTe/CdSe під дією магнітного поля ( $B=0; 30$  Тл).

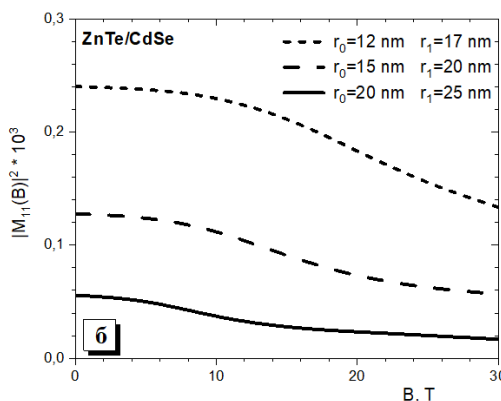
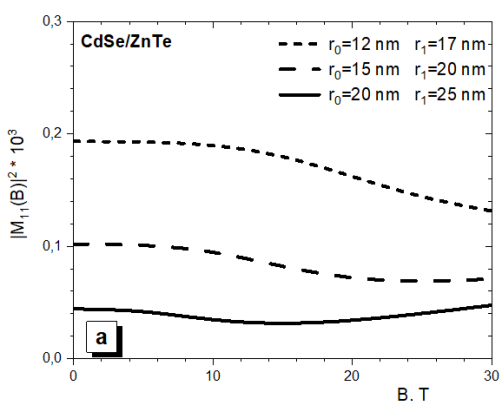


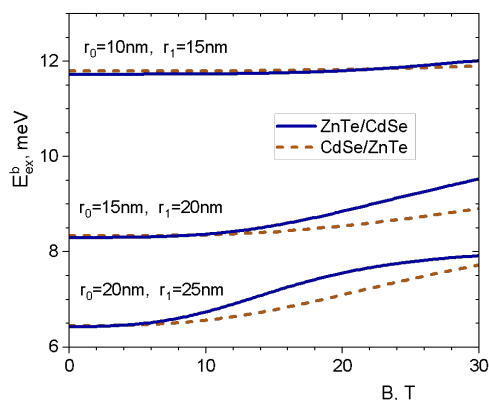
Рис. 5. Залежність  $|M_{1,10}|^2$  від індукції магнітного поля для КТ CdSe/ZnTe (а) та ZnTe/CdSe (б) з різним радіусом ядра ( $r_0=10, 12, 15$  нм,  $r_1-r_0=5$  нм)

На рис. 4 зображено розподіл густини ймовірності знаходження дірки в КТ ZnTe/CdSe в трьох станах  $m=1,0,-1$  без магнітного поля та при  $B=30$  Тл.

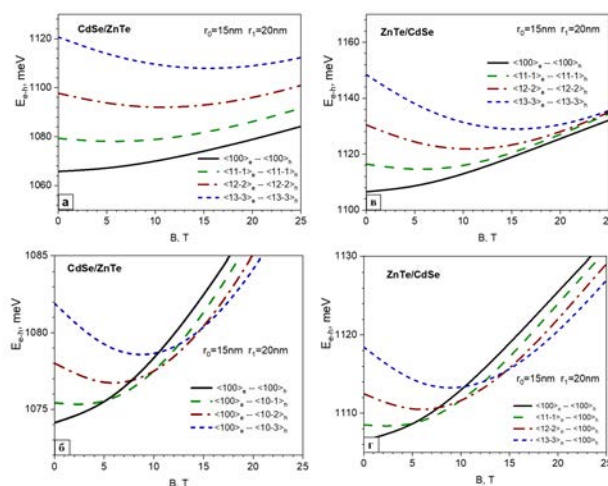
Як видно з рисунка магнітне поле менше впливає на квазічастинку, що локалізована в ядрі квантової точки. Магнітне поле деформує розподіл густини електронів і дірок у КТ таким чином, що кутова ймовірність зростає поблизу  $\theta=0$ , а і зменшується біля  $\theta=\pi/2$ . Хвильова функція  $1s$  стану електрона, локалізованого в оболонці, характеризується

найбільшою деформацією і вже при магнітному полі 5 Тл енергія електрона зростає так, що цей стан перестає бути основним. Під дією магнітного поля його вигляд наближається до форми наступного збудженого стану ( $j=2, m=0$ ), який утворений зі  $1p$  стану. Тому енергії цих двох станів при збільшенні магнітного поля зближуються.

Поведінка хвильових функцій  $\Psi_{10}^e$  та  $\Psi_{10}^h$  під дією магнітного поля (рис. 3–4) відбивається на їх перекритті на гетеромежі ядро-оболонка. На рис. 5 наведено залежності  $|M_{1,10}|^2$  від маг-



**Рис. 6.** Залежність  $E_{ex}^b(B)$  для КТ ZnTe/CdSe (суцільні лінії) та CdSe/ZnTe (штрихові лінії) з різним радіусом ядра ( $r_0=10, 12, 15$  нм,  $r_1-r_0=5$  нм)



**Рис. 7.** Залежність енергій міжзонних переходів від індукції магнітного поля  $E_{e-h}(B)$  для КТ CdSe/ZnTe (а, б) та ZnTe/CdSe (в, г).

нітного поля для КТ CdSe/ZnTe та ZnTe/CdSe з різними розмірами ядра. Залежності  $|M_{10,10}|^2$  від магнітного поля мають різний характер при різних розмірах ядра КТ. Це пов'язано з конкуруючим впливом різних факторів: зменшення перекриття хвильових функцій у напрямку, перпендикулярному до індукції магнітного поля, і збільшення перекриття в напрямку, паралельному магнітному полю. Перекриття хвильових функцій найнижчих станів квазічастинок мале при великих розмірах ядра квантової точки, але під впливом магнітного поля воно зростає. На рис. 6 видно, що енергія електронно-діркової взаємодії також зростає зі збільшенням магнітного поля.

Щоб оцінити можливість спостереження А-Б осциляцій в спектрах міжзонного поглинання, розглянемо залежність енергій міжзонних квантових переходів, тобто квантових переходів між різними станами електрона і дірки, які наведені на рис. 7.

З рисунків 7а та 7б видно, що енергії квантових переходів з  $\Delta m = 0$ , які, дозволені правилами відбору, не мають А-Б осциляцій. Квантові переходи між основним станом квазічастинки, локалізованої в ядрі, і станами  $m = 0, -1, -2, -3, \dots$  квазічастинки, локалізованої в оболонці, демонструють коливання А-Б (рис. 6в, рис. 6г). Хоча останні переходи в дипольному наближенні заборонені правилами відбору кутового моменту, але це справедливо лише для ситуації ідеальної обертальної симетрії та низьких температур

(Gambaryan, 2017). Реальні КТ завжди мають дефекти і не мають ідеальної симетрії, тому осциляції Ааронова-Бома можуть спостерігатись в реальних експериментальних умовах.

**Висновки.** В роботі виконано теоретичні дослідження впливу магнітного поля на енергетичні рівні в сферичних КТ ядро-оболонка типу II в рамках в наближення ефективної маси. Для знаходження енергетичних рівнів та хвильових функцій електрона і дірки використано метод розкладу хвильової функції на базисі точних розв'язків рівняння Шредінгера без магнітного поля а також числовий метод кінцевих різниць в системі COMSOL Multiphysics.

Показано, що магнітне поле знімає виродження за магнітним квантовим числом для обох квазічастинок, але для квазічастинки, що локалізована в оболонці енергія основного стану містить осциляції Ааронова – Бома. В енергіях дозволених правилами відбору в дипольному наближенні міжзонних квантових переходах осциляції А-Б відсутні. Але такі осциляції можливі у квантових переходах зі зміною магнітного квантового числа.

Отже, в реальних експериментальних умовах за відсутності ідеальної симетрії наноструктури в низькоенергетичній частині спектра виникатимуть лінії поглинання, які утворюються за участю квазічастинкових станів з різними значеннями магнітного квантового числа. Отримані результати будуть корисні для розуміння оптичних і магнітних властивостей КТ ядро-оболонка типу II.



**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Nizamoglu S., Demir H. V. Onion-like (CdSe)ZnS/CdSe/ZnS quantum-dot-quantum-well heteronanocrystals for investigation of multi-color emission. *Optics Express*. 2008. Vol. 16. № 6. P. 3515.
2. Nizamoglu S., Mutlugun E., Özel T., Demir H. V., Sapra, S., Gaponik N., Eychmüller A. Dual-color emitting quantum-dot-quantum-well CdSe-ZnS heteronanocrystals hybridized on InGaNGaN light emitting diodes for high-quality white light generation. *Applied Physics Letters*. 2008. Vol. 92. № 11. P. 1–3.
3. Zhang W., Chen G., Wang J., Ye B. C., Zhong X. Design and synthesis of highly luminescent near-infrared-emitting water-soluble CdTe/CdSe/ZnS Core/Shell/Shell quantum dots Type II. *Inorganic Chemistry*. 2009. Vol. 48. № 20. P. 9723–9731.
4. Tyagi P., Kambhampati P. Independent control of electron and hole localization in core/barrier/shell nanostructures. *Journal of Phys. Chemistry C*. 2012. Vol. 116. № 14. P. 8154–8160.
5. Корбутяк Д.В., Коваленко О.В., Будзуляк С.І., Калитчук С.М., Купчак І. М. Світловипромінюючі властивості квантових точок напівпровідникових сполук АІІВІ. *Український Фізичний Журнал*. 2012. Т. 7. № 1. С. 48–95.
6. Pidluzhna A., Ivaniuk K., Stakhira P., Hotra Z., Chapran M., Ulanski J., Tynkevych O., Khalavka Y., Baryshnikov G. V., Minaev B. F., Ågren H. Multi-channel electroluminescence of CdTe/CdS core-shell quantum dots implemented into a QLED device. *Dyes and Pigments*. 2019. Vol. 162. P. 647–653.
7. Doskaliuk N., Khalavka Y., Fochuk P. Influence of the Shell Thickness and Ratio Between Core Elements on Photostability of the CdTe/CdS Core/Shell Quantum Dots Embedded in a Polymer Matrix. *Nanoscale Research Letters*. 2016. Vol. 11. № 1. P. 216.
8. Wang L., Nonaka K., Okuhata T., Katayama T., Tamai N. Quasi-Type II Carrier Distribution in CdSe/CdS Core/Shell Quantum Dots with Type I Band Alignment. *Journal of Physical Chemistry C*. 2018. Vol. 122. № 22. P. 2038–2046.
9. AbouElhamd A. R., Al-Sallal K. A., Hassan A. Review of core/shell quantum dots technology integrated into building's glazing. *Energies*. 2019. Vol. 12. № 6. P. 1058.
10. Rahimi F., Ghaffary T., Naimi Y., Khajehazad H. Optical and Quantum Electronics Effect of magnetic field on energy states and optical properties of quantum dots and quantum antidots. *Optical and Quantum Electronics*. 2021. Vol. 53. № 1. P. 47.
11. Holovatsky V. A., Frankiv I. B. Oscillator strength of quantum transition in multi-shell quantum dots with impurity. *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*. 2013. Vol. 15. № 1–2. P. 88.
12. Reiss P., Protière M., Li L. Core/shell semiconductor nanocrystals. *Small*. 2009. Vol. 5. № 2. P. 154–168.
13. Klenovský P., Steindl P., Geffroy D. Excitonic structure and pumping power dependent emission blue- shift of type-II quantum dots. *Scientific REPORTS*. 2017. Vol. 7. № 1. P. 45568.
14. Naifar A., Zeiri N., Nasrallah S. A. Ben Said, M. Optical properties of CdSe/ZnTe type II core shell nanostructures. *Optik*. 2017. Vol. 146. P. 90–97.
15. Saravanamoorthy S. N., John Peter A. Interband Optical Transition Energies in Type-II PbSe/PbS Core/Shell Quantum Dots. *Journal of Advanced Physics*. 2017. Vol. 6. № 1. P. 80–86.
16. Jiao S., Shen Q., Mora-Seró I., Wang J., Pan Z., Zhao K., Kuga Y., Zhong X., Bisquert J. Band engineering in core/shell ZnTe/CdSe for photovoltage and efficiency enhancement in exciplex quantum dot sensitized solar cells. *ACS Nano*. 2015. Vol. 9. № 1. P. 908–915.
17. Ma X., Mews A., Kipp T. Determination of electronic energy levels in type-II CdTe-core/CdSe-shell and CdSe-core/CdTe-shell nanocrystals by cyclic voltammetry and optical spectroscopy. *Journal of Physical Chemistry C*. 2013. Vol. 117. № 32. P. 16698–16708.
18. Long T., Cao J., Jiang Z. J. Predictable spectroscopic properties of type-II ZnTe/CdSe nanocrystals and electron/hole quenching. *Physical Chemistry Chemical Physics*. 2019. Vol. 21. № 10. P. 5824–5833.
19. Verma S., Kaniyankandy S., Ghosh H. N. Charge separation by indirect bandgap transitions in CdS/ZnSe type-II core/shell quantum dots. *Journal of Physical Chemistry C*. 2013. Vol. 117. № 21. P. 10901–10908.
20. Nandan Y., Mehata M. S. Wavefunction Engineering of Type-I/Type-II Excitons of CdSe/CdS Core-Shell Quantum Dots. *Scientific Reports*. 2019. Vol. 9. № 1. P. 1–11.
21. Selopal G. S., Zhao H., Wang Z. M., Rosei F. Core/Shell Quantum Dots Solar Cells. *Advanced Functional Materials*. 2020. Vol. 30. № 13. P. 1908762.
22. Koç F., Sahin M. The electronic and optical properties of an exciton, biexciton and charged excitons in CdSe/CdTe-based multi-shell type-II quantum dot nanocrystals. *Applied Physics A: Materials Science and Processing*. 2019. Vol. 125. № 10. P. 1–9.
23. Tyrrell E. J., Smith J. M. Effective mass modeling of excitons in type-II quantum dot heterostructures. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. 2011. Vol. 84. № 16. P. 165328.
24. Holovatsky V. A., Chubrei M. V., Duque C. A. Core-shell type-II spherical quantum dot under externally applied electric field. *Thin Solid Films*. 2022. Vol. 747. P. 139142.

25. Chafai A., Dujardin F., Essaoudi I., Ainane A. Energy spectrum of an exciton in a CdSe/ZnTe type-II core/shell spherical quantum dot. *Superlattices and Microstructures*. 2017. Vol. 101. P. 40–48.
26. Chafai A., Essaoudi I., Ainane A., Dujardin F., Ahuja R. ZnTe/CdSe type-II core / shell spherical quantum dot under an external electric field. *Materials and Devices*. 2018. Vol. 3. № 1. P. 0504.
27. Nasri D., Bettahar N. Magneto-optical properties in inhomogeneous quantum dot: The Aharonov-Bohm oscillations effect. *Physica B: Condensed Matter*. 2016. Vol. 501. P. 68–73.
28. Çakır B., Atav Ü., Yakar Y., Özmen A. Calculation of Zeeman splitting and Zeeman transition energies of spherical quantum dot in uniform magnetic field. *Chemical Physics*. 2016. Vol. 475. P. 61–68.
29. Feddi E., Talbi A., Mora-Ramos M. E., El Haouari M., Dujardin F., Duque C. A. Linear and nonlinear magneto-optical properties of an off-center single dopant in a spherical core/shell quantum dot. *Physica B: Condensed Matter*. 2017. Vol. 524. P. 64.
30. Holovatsky V., Bernik I., Yakhnevych M. Effect of magnetic field on electron spectrum and probabilities of intraband quantum transitions in spherical quantum-dot-quantum-well. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2016. Vol. 83. P. 256–262.
31. Holovatsky V. A., Bernik I. B., Yakhnevych M. Y. Effect of magnetic field on energy spectrum and localization of electron in CdS/HgS/CdS/HgS/CdS multilayered spherical nanostructure. *Physica B: Condensed Matter*. 2017. Vol. 508. P. 112–117.
32. Holovatsky V. A., Voitsekhivska O. M., Yakhnevych M. Y. The effect of magnetic field and donor impurity on electron spectrum in spherical core-shell quantum dot. *Superlattices and Microstructures*. 2018. Vol. 116. P. 9–16.
33. Chubrei M. V., Holovatsky V. A., Duque C. A. Effect of magnetic field on donor impurity-related photoionisation cross-section in multilayered quantum dot. *Philosophical Magazine*. 2021. Vol. 101. № 24. P. 2614–2633.
34. Lorke A., Johannes Luyken R., Govorov A. O., Kotthaus J. P., Garcia J. M., Petroff P. M. Spectroscopy of Nanoscopic Semiconductor Rings. *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84. № 10. P. 2223–2226.
35. Kuskovsky I. L., MacDonald W., Govorov A. O., Mourokh L., Wei X., Tamargo M. C., Tadic M., Peeters F. M. Optical Aharonov-Bohm effect in stacked type-II quantum dots. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. 2007. Vol. 76. № 3. P. 1–15.
36. Kuskovsky I. L., Mourokh L. G., Roy B., Ji, H., Dhomkar S., Ludwig J., Smirnov D., Tamargo M. C. Decoherence in semiconductor nanostructures with type-II band alignment: All-optical measurements using Aharonov-Bohm excitons. *Physical Review B*. 2017. Vol. 95. № 16. P. 165445.
37. Sellers I. R., Whiteside V. R., Kuskovsky I. L., Govorov A. O., McCombe B. D. Aharonov-Bohm Excitons at Elevated Temperatures in Type-II Quantum Dots. *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 100. № 13. P. 136405.
38. Sellers I. R., Whiteside V. R., Kuskovsky I. L., Govorov A. O., McCombe B. D. Modulation of the Aharonov – Bohm effect in type-II II – V ZnSe : Te quantum dots by a far-infrared laser. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2008. Vol. 40. № 6. P. 1819–1823.
39. Yao Y., Elborg M., Kuroda T., Sakoda K. Excitonic Aharonov–Bohm effect in QD-on-ring nanostructures. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2017. Vol. 29. № 38. P. 385301.
40. Sahin M., Nizamoglu S., Kavruk A. E., Demir H. V. Self-consistent computation of electronic and optical properties of a single exciton in a spherical quantum dot via matrix diagonalization method. *Journal of Applied Physics*. 2009. Vol. 106. № 4. P. 5.
41. Cheche T. O., Barna V., Chang Y. C. Analytical approach for type-II semiconductor spherical core-shell quantum dots heterostructures with wide band gaps. *Superlattices and Microstructures*. (2013). Vol. 60. P. 475–486.
42. Wu S. Cheng L. Exciton diamagnetic shift and optical properties in CdSe nanocrystal quantum dots in magnetic fields. *Physica B: Condensed Matter*. 2018. Vol. 534. P. 98.
43. Gambaryan K. M., Aroutiounian V. M., Harutyunyan V. G. and Yeranyan L. S. Preface: International Conference on Recent Trends in Physics (ICRTP 2016). *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. Vol. 829. 1.

## REFERENCES

1. Nizamoglu, S., Demir, H. V. (2008). Onion-like (CdSe)ZnS/CdSe/ZnS quantum-dot-quantum-well heteronanocrystals for investigation of multi-color emission. *Optics Express*, 16(6), 3515. <https://doi.org/10.1364/oe.16.003515>
2. Nizamoglu, S., Mutlugun, E., Özel, T., Demir, H. V., Sapra, S., Gaponik, N., & Eychmüller, A. (2008). Dual-color emitting quantum-dot-quantum-well CdSe-ZnS heteronanocrystals hybridized on InGaNGaN light emitting diodes for high-quality white light generation. *Applied Physics Letters*, 92(11), 1–3. <https://doi.org/10.1063/1.2898892>
3. Zhang, W., Chen, G., Wang, J., Ye, B. C., & Zhong, X. (2009). Design and synthesis of highly luminescent near-infrared-emitting water-soluble CdTe/CdSe/ZnS Core/Shell/Shell quantum dots Type II. *Inorganic Chemistry*, 48(20), 9723–9731. <https://doi.org/10.1021/ic9010949>

4. Tyagi, P., Kambhampati, P. (2012). Independent control of electron and hole localization in core/barrier/shell nanostructures. *Journal of Physical Chemistry C*, 116(14), 8154–8160. <https://doi.org/10.1021/jp212158a>
5. Korbutyak D.V., Kovalenko O.V., Budzulyak S.I., Kalytchuk S.M., Kupchak I.M. (2012) Light-emitting properties of quantum dots of semiconductor compounds AІІВVI. *Ukrainian Physical Journal*, 7(1), P.48–95.
6. Pidluzhna, A., Ivaniuk, K., Stakhira, P., Hotra, Z., Chapran, M., Ulanski, J., Tynkevych, O., Khalavka, Y., Baryshnikov, G. V., Minaev, B. F., & Ågren, H. (2019). Multi-channel electroluminescence of CdTe/CdS core-shell quantum dots implemented into a QLED device. *Dyes and Pigments*, 162(October 2018), 647–653. <https://doi.org/10.1016/j.dyepig.2018.10.074>
7. Doskaliuk, N., Khalavka, Y., & Fochuk, P. (2016). Influence of the Shell Thickness and Ratio Between Core Elements on Photostability of the CdTe/CdS Core/Shell Quantum Dots Embedded in a Polymer Matrix. *Nanoscale Research Letters*, 11(1), 216. <https://doi.org/10.1186/s11671-016-1428-3>
8. Wang, L., Nonaka, K., Okuhata, T., Katayama, T., & Tamai, N. (2018). Quasi-Type II Carrier Distribution in CdSe/CdS Core/Shell Quantum Dots with Type I Band Alignment. *Journal of Physical Chemistry C*, 122(22), 12038–12046. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.7b11684>
9. AbouElhamd, A. R., Al-Sallal, K. A., & Hassan, A. (2019). Review of core/shell quantum dots technology integrated into building's glazing. *Energies*, 12(6). <https://doi.org/10.3390/en12061058>
10. Rahimi, F., Ghaffary, T., Naimi, Y., Khajehazad, H. (2021). Optical and Quantum Electronics Effect of magnetic field on energy states and optical properties of quantum dots and quantum antidots. *Optical and Quantum Electronics*, 53(47).
11. Holovatsky, V. A., & Frankiv, I. B. (2013). Oscillator strength of quantum transition in multi-shell quantum dots with impurity. *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, 15(1–2).
12. Reiss, P., Protière, M., & Li, L. (2009). Core/shell semiconductor nanocrystals. *Small*, 5(2), 154–168. <https://doi.org/10.1002/smll.200800841>
13. Klenovský, P., Steindl, P., & Geffroy, D. (2017). Excitonic structure and pumping power dependent emission blue-shift of type-II quantum dots. *Scientific REPORTS* |, 1–10. <https://doi.org/10.1038/srep45568>
14. Naifar, A., Zeiri, N., Nasrallah, S. A. Ben, & Said, M. (2017). Optical properties of CdSe/ZnTe type II core shell nanostructures. *Optik*, 146, 90–97. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2017.08.079>
15. Saravananmoorthy, S. N., & John Peter, A. (2017). Interband Optical Transition Energies in Type-II PbSe/PbS Core/Shell Quantum Dots. *Journal of Advanced Physics*, 6(1), 80–86. <https://doi.org/10.1166/jap.2017.1297>
16. Jiao, S., Shen, Q., Mora-Seró, I., Wang, J., Pan, Z., Zhao, K., Kuga, Y., Zhong, X., & Bisquert, J. (2015). Band engineering in core/shell ZnTe/CdSe for photovoltage and efficiency enhancement in exciplex quantum dot sensitized solar cells. *ACS Nano*, 9(1), 908–915. <https://doi.org/10.1021/nn506638n>
17. Ma, X., Mews, A., & Kipp, T. (2013). Determination of electronic energy levels in type-II CdTe-core/CdSe-shell and CdSe-core/CdTe-shell nanocrystals by cyclic voltammetry and optical spectroscopy. *Journal of Physical Chemistry C*, 117(32), 16698–16708. <https://doi.org/10.1021/jp404556b>
18. Long, T., Cao, J., & Jiang, Z. J. (2019). Predictable spectroscopic properties of type-II ZnTe/CdSe nanocrystals and electron/hole quenching. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 21(10), 5824–5833. <https://doi.org/10.1039/c9cp00026g>
19. Verma, S., Kaniyankandy, S., & Ghosh, H. N. (2013). Charge separation by indirect bandgap transitions in CdS/ZnSe type-II core/shell quantum dots. *Journal of Physical Chemistry C*, 117(21), 10901–10908. <https://doi.org/10.1021/jp400014j>
20. Nandan, Y., & Mehata, M. S. (2019). Wavefunction Engineering of Type-I/Type-II Excitons of CdSe/CdS Core-Shell Quantum Dots. *Scientific Reports*, 9(1), 1–11. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-37676-3>
21. Selopal, G. S., Zhao, H., Wang, Z. M., & Rosei, F. (2020). Core/Shell Quantum Dots Solar Cells. *Advanced Functional Materials*, 30(13), 1908762. <https://doi.org/10.1002/adfm.201908762>
22. Koç, F., Sahin, M. (2019). The electronic and optical properties of an exciton, biexciton and charged excitons in CdSe/CdTe-based multi-shell type-II quantum dot nanocrystals. *Applied Physics A: Materials Science and Processing*, 125(10), 1–9. <https://doi.org/10.1007/s00339-019-3000-3>
23. Tyrrell, E. J., & Smith, J. M. (2011). Effective mass modeling of excitons in type-II quantum dot heterostructures. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 84(16). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.165328>
24. Holovatsky, V. A., Chubrei, M. V, Duque, C. A. (2022). Core-shell type-II spherical quantum dot under externally applied electric field. *Thin Solid Films*, 139142. <https://doi.org/10.1016/j.tsf.2022.139142>
25. Chafai, A., Dujardin, F., Essaoudi, I., Ainane, A. (2017). Energy spectrum of an exciton in a CdSe/ZnTe type-II core/shell spherical quantum dot. *Superlattices and Microstructures*, 101, 40–48. <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2016.11.017>
26. Chafai, A., Essaoudi, I., Ainane, A., Dujardin, F., Ahuja, R. (2018). ZnTe/CdSe type-II core / shell spherical quantum dot under an external electric field. *Materials and Devices*, 3(1), 0504. <https://doi.org/10.23647/ca.md20180504>
27. Nasri, D., & Bettahar, N. (2016). Magneto-optical properties in inhomogeneous quantum dot: The Aharonov-Bohm oscillations effect. *Physica B: Condensed Matter*, 501, 68–73. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2016.08.019>

28. Çakır, B., Atav, Ü., Yakar, Y., & Özmen, A. (2016). Calculation of Zeeman splitting and Zeeman transition energies of spherical quantum dot in uniform magnetic field. *Chemical Physics*, 475, 61–68. <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2016.06.010>
29. Feddi, E., Talbi, A., Mora-Ramos, M. E., El Haouari, M., Dujardin, F., Duque, C. A. (2017). Linear and nonlinear magneto-optical properties of an off-center single dopant in a spherical core/shell quantum dot. *Physica B: Condensed Matter*, 524, 64–70. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2017.08.057>
30. Holovatsky, V., Bernik, I., & Yakhnevych, M. (2016). Effect of magnetic field on electron spectrum and probabilities of intraband quantum transitions in spherical quantum-dot-quantum-well. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 83, 256–262. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2016.04.035>
31. Holovatsky, V. A., Bernik, I. B., & Yakhnevych, M. Y. (2017). Effect of magnetic field on energy spectrum and localization of electron in CdS/HgS/CdS/HgS/CdS multilayered spherical nanostructure. *Physica B: Condensed Matter*, 508, 112–117. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2016.12.024>
32. Holovatsky, V. A., Voitsekhivska, O. M., & Yakhnevych, M. Y. (2018). The effect of magnetic field and donor impurity on electron spectrum in spherical core-shell quantum dot. *Superlattices and Microstructures*, 116, 9–16. <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2018.02.006>
33. Chubrei, M. V., Holovatsky, V. A., Duque, C. A. (2021). Effect of magnetic field on donor impurity-related photoionisation cross-section in multilayered quantum dot. *Philosophical Magazine*, 101(24), 2614–2633. <https://doi.org/10.1080/14786435.2021.1979267>
34. Lorke, A., Johannes Luyken, R., Govorov, A. O., Kotthaus, J. P., Garcia, J. M., & Petroff, P. M. (2000). Spectroscopy of Nanoscopic Semiconductor Rings. *Physical Review Letters*, 84(10), 2223–2226. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.2223>
35. Kuskovsky, I. L., MacDonald, W., Govorov, A. O., Mourokh, L., Wei, X., Tamargo, M. C., Tadic, M., & Peeters, F. M. (2007). Optical Aharonov-Bohm effect in stacked type-II quantum dots. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 76(3), 1–15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.035342>
36. Kuskovsky, I. L., Mourokh, L. G., Roy, B., Ji, H., Dhomkar, S., Ludwig, J., Smirnov, D., & Tamargo, M. C. (2017). Decoherence in semiconductor nanostructures with type-II band alignment: All-optical measurements using Aharonov-Bohm excitons. *Physical Review B*, 95(16), 165445. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.165445>
37. Sellers, I. R., Whiteside, V. R., Kuskovsky, I. L., Govorov, A. O., & McCombe, B. D. (2008). Aharonov-Bohm Excitons at Elevated Temperatures in Type-II ZnTe = ZnSe Quantum Dots. 136405(April), 2–5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.136405>
38. Sellers, I. R., Whiteside, V. R., Kuskovsky, I. L., Govorov, A. O., & McCombe, B. D. (2008). Modulation of the Aharonov – Bohm effect in type-II II – V ZnSe : Te quantum dots by a far-infrared laser. 40, 1819–1823. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2007.10.049>
39. Yao, Y., Elborg, M., Kuroda, T., & Sakoda, K. (2017). Excitonic Aharonov–Bohm effect in QD-on-ring nanostructures. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 29(38), 385301. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aa7c90>
40. Sahin, M., Nizamoglu, S., Kavruk, A. E., & Demir, H. V. (2009). Self-consistent computation of electronic and optical properties of a single exciton in a spherical quantum dot via matrix diagonalization method. *Journal of Applied Physics*, 106(4), 0–5. <https://doi.org/10.1063/1.3197034>
41. Cheche, T. O., Barna, V., & Chang, Y. C. (2013). Analytical approach for type-II semiconductor spherical core-shell quantum dots heterostructures with wide band gaps. *Superlattices and Microstructures*, 60, 475–486. <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2013.05.027>
42. Wu, S., & Cheng, L. (2018). Exciton diamagnetic shift and optical properties in CdSe nanocrystal quantum dots in magnetic fields. *Physica B: Condensed Matter*, 534(December 2017), 98–104. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2018.01.034>
43. Gambaryan K. M. , Aroutiounian V. M. , Harutyunyan V. G. and Yeranyan L. S. (2017). Preface: International Conference on Recent Trends in Physics (IC RTP 2016). *Journal of Physics: Conference Series*, 829(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/829/1/012021>