

УДК373.5.016:53]:519.673

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-3>

### **Ніна ГОЛОВІНА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Україна, 43025

### **Григорій КОБЕЛЬ**

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Україна, 43025

**Бібліографічний опис статті:** Головіна, Н., Кобель, Г. (2021) Задачі-моделі й моделі до задач. *Фізика та освітні технології*, 2, 16–22, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-3>

## **ЗАДАЧІ-МОДЕЛІ Й МОДЕЛІ ДО ЗАДАЧ**

У роботі стверджується, що всяку фізичну задачу можна розглядати як модель реального процесу. Аналізуючи умову задачі, завжди нехтуємо якимись факторами, а інші виділяємо, як важливі. Завжди можна ускладнити задачу і показати її у розвитку, якщо враховувати ті фактори, якими нехтували. Як приклад взято задачу, де моделюється реальна ситуація прискореного руху двох зв'язаних тіл (автомобіль тягне причіп або інший автомобіль). Як правило, при розв'язуванні таких задач не враховують масу троса, силу натягу вважають горизонтальною. А також розглянуто відому реальну задачу, де за допомогою насоса нагнітають повітря в порожню камеру шини велосипеда та шукають кількість нагнітань. Виділяється і зворотне завдання: формалізація спостережень над навколишнім світом у вигляді самостійно сформульованої задачі. Залучення учнів до складання задач на основі аналізу різних ситуацій сприяє формуванню в них уявлень про реальні процеси та можливості їх моделювання. Активізації пізнавальної діяльності учнів великою мірою сприяють задачі, розв'язки яких обґрунтовують правомірність відповідних моделей. Розглянуто приклади задач, які обґрунтовують модель ідеального газу. Показано роль знакових та матеріальних моделей. Для прикладу використано модельні зображення та графіки. Запропоновано групи задач для аналізу приведених моделей. Зроблено висновок про те, що використання всіх видів навчальних моделей у процесі розв'язування задач активізує пізнавальну діяльність учнів, сприяє вихованню в них творчого мислення, формує їх науковий світогляд, створює можливості для реалізації принципу рівневої диференціації.

**Ключові слова:** фізична задача, модель реального процесу, аналіз умови, структура умови, міжпредметні зв'язки, модельні зображення, графіки, складання задач.

### **Nina HOLOVINA**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya Ave., Lutsk, Ukraine, 43025

### **Gryhoriy KOBEL**

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya Ave., Lutsk, Ukraine, 43025

**To cite this article:** Holovina, N. & Kobel, G. (2021) Zadachi-modeli y modeli do zadach [Problems-models and models to the problems]. *Physics and educational technology*, 2, 16–22, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-3>

## **PROBLEMS-MODELS AND MODELS TO THE PROBLEMS**

The paper argues that any physical problem can be considered as a model of a real process. Analyzing the condition of the problem, we always neglect some factors, and others highlight as important. You can always complicate the task and show it in development, if you take into account the factors that were neglected. An example is a problem that simulates a real situation of accelerated motion of two connected bodies (a car pulls a trailer or another car). As a rule, the weight

of the cable is not taken into account when solving such problems, the tension force is considered horizontal. Also, a well-known real problem is considered, where with the help of a pump air is injected into an empty chamber of a bicycle tire and the number of injections is sought. There is also the opposite task: the formalization of observations of the world around us in the form of a self-formulated task. Involving students in compiling tasks based on the analysis of different situations contributes to the formation of their ideas about real processes and the possibilities of their modeling. The activation of students' cognitive activity is greatly facilitated by the problems, the solutions of which substantiate the legitimacy of the respective models. Examples of problems that substantiate the model of an ideal gas are considered. The role of symbolic and material models is shown. Model images and graphics are used as an example. Groups of problems for the analysis of the resulted models are offered. It is concluded that the use of all types of educational models in the process of solving problems activates the cognitive activity of students, promotes the education of creative thinking, forms their scientific worldview, creates opportunities for the implementation of the principle of level differentiation.

**Key words:** physical task, model of the real process, condition analysis, structure of the condition, interpersonal relationships, model images, graphs, task compilation.

У процесі розв'язування більшості задач доводиться абстрагуватися від другорядного, неістотного для даного явища, процесу чи закономірності, що є першим кроком на шляху до моделювання.

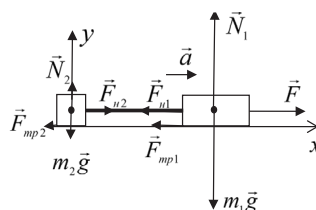
Уже в процесі аналізу умови задачі необхідно звернути увагу учнів на велику кількість факторів, які можуть впливати на результат її розв'язку. Міра впливу цих факторів на дане явище, процес чи систему неоднакова. Тому під час розв'язування задач намагаються врахувати найбільш важливі фактори в даній ситуації, абстрагуються від другорядних. Такий підхід значно спрощує процес розв'язання задачі, робить його можливим за допомогою простих методів і прийомів. Чим більше зв'язків буде враховано між «відомим» і «невідомим», тим складнішими будуть методи розв'язування деякої задачі.

Отже, кожна фізична задача має модельне відношення до дійсності, яка набагато складніша, багатогранніша, ніж це подано в її умові. Тому всяку фізичну задачу слід розглядати як модель реального процесу. На цю істину вчитель повинен завжди звертати увагу учнів, аналізуючи умову більшості задач з фізики.

Для прикладу розглянемо задачі.

**Задача 1.** Два тіла масами 8 кг та 2 кг, з'єднані між собою шнуром, рухаються по горизонтальній площині з прискоренням  $4 \text{ м/с}^2$  під дією сили 62 Н, яка діє на перше тіло в горизонтальному напрямку. Визначити видовження шнура, якщо коефіцієнт тертя 0,2, а жорсткість шнура  $60 \text{ Н/см}$ . Вважати  $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$  [2].

У даній задачі моделюється реальна ситуація прискореного руху двох зв'язаних тіл (автомобіль тягне причіп або інший автомобіль). Як правило, при розв'язуванні таких задач не враховують масу троса, силу натягу вважають горизонтальною.



### Розв'язування.

На перший погляд може скластися враження, що в умові є зайві дані, які не узгоджуються між собою. Якщо тіла, з'єднані легкою ниткою, рухаються з прискоренням  $4 \text{ м/с}^2$ , то прикладена сила:

$$F = (m_1 + m_2)a + \mu m_1 g + \mu m_2 g = (m_1 + m_2) \cdot (a + \mu g), \\ F = (8 + 2) \cdot (4 + 0,2 \cdot 10) = 60 \text{ (Н)} < 62 \text{ (Н)}.$$

Якщо ж сила  $F = 62 \text{ Н}$ , як задано в умові, то треба врахувати, що тіла з'єднані шнуром, який має масу і рухається з прискоренням (див. рис.). Знайдемо масу шнура. Вважаємо, що вага шнура розподіляється порівну між двома точками його кріплення.

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a + \mu \left( m_1 + \frac{m_3}{2} \right) g + \mu \left( m_2 + \frac{m_3}{2} \right) g,$$

$$m_3 = \frac{F}{a + \mu g} - (m_1 + m_2).$$

$$m_3 = \frac{62}{4 + 0,2 \cdot 10} - (8 + 2) = 0,33 \text{ (кг)}.$$

Виходячи із цього аналізу, стає зрозумілим, що сила натягу шнура не однакова по всій довжині. Більша сила натягу в місці його кріплення до першого тіла. Менша сила натягу в місці його кріплення до другого тіла спричиняє рух цього тіла. Відповідно друге тіло спричиняє видовження шнура. Різниця сил, прикладених до шнура у місцях кріплення першого і другого тіл, надає прискорення шнуру.

Запишемо закон руху другого тіла і знайдемо силу натягу  $\vec{F}_{n2}$ :  $\vec{F}_{n2} + \vec{F}_{mp2} + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \frac{m_3 \vec{g}}{2} = m_2 \vec{a}$ . Спроєкуємо векторне рівняння на координатні осі:

$$Ox: F_{n2} - F_{mp2} = m_2 a; \quad Oy: N_2 - m_2 g - \frac{m_3 g}{2} = 0.$$

Сила тертя  $F_{mp2} = \mu N_2 = \mu \left( m_2 + \frac{m_3}{2} \right) g$ . Тоді сила натягу  $F_{n2} = F_{mp2} + m_2 a = \mu \left( m_2 + \frac{m_3}{2} \right) g + m_2 a$ .

Виконаємо обчислення:

$$F_{n2} = 0,2 \left( 2 + \frac{0,33}{2} \right) 10 + 4 \cdot 2 = 12,33 \text{ (Н)}.$$

Аналогічно запишемо закон руху першого тіла і знайдемо силу натягу  $\vec{F}_{n1}$ , яка діє на перше тіло:  $\vec{F} + \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{mp1} + m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \frac{m_3 \vec{g}}{2} = m_1 \vec{a}$ . У проекціях на осі

$$\text{Ох: } F - F_{n1} - F_{mp1} = m_1 a; \quad \text{Оу: } N_1 - m_1 g - \frac{m_3 g}{2} = 0.$$

Сила тертя  $F_{mp1} = \mu N_1 = \mu \left( m_1 + \frac{m_3}{2} \right) g$ . Тоді сила натягу  $F_{n1} = F - F_{mp1} - m_1 a = F - m_1 a - \mu \left( m_1 + \frac{m_3}{2} \right) g$ .

Виконаємо обчислення:

$$F_{n1} = 62 - 8 \cdot 4 - 0,2 \left( 8 + \frac{0,33}{2} \right) 10 = 13,67 \text{ (Н)}.$$

Видовження шнура знайдемо за законом

$$\text{Гука: } F_{n2} = k \Delta l, \quad \Delta l = \frac{F_{n2}}{k}.$$

Виконаємо обчислення у СІ:

$$\Delta l = \frac{12,33}{6 \cdot 10^3} = 2,055 \cdot 10^{-3} \text{ (м)} \approx 2,1 \text{ мм}.$$

**Задача 2.** За допомогою насоса нагнітають повітря в порожню камеру шини велосипеда. При кожному нагнітанні насос захоплює  $40 \text{ см}^3$  повітря. Скільки нагнітань потрібно зробити, щоб площа дотику шини з дорогою складала  $60 \text{ см}^2$ ? Навантаження на колесо рівне  $350 \text{ Н}$ . Об'єм камери  $2000 \text{ см}^3$ . Атмосферний тиск складає  $10^5 \text{ Па}$ . Зміною температури повітря при стискуванні та жорсткістю шини й камери нехтують.

У даній задачі моделюється реальна ситуація, яка добре відома учням. Аналізуючи її з учителем, вони знаходять ті особливості, які в цій задачі не враховують, від яких абстрагуються.

1. Вважають, що кожного разу насос захоплює однакову кількість повітря.

2. Нехтують нагріванням повітря при стискуванні.

3. Не враховують жорсткість камери та шини.

Після цього записують скорочену умову задачі.

Дано:

$$V_0 = 40 \text{ см}^3 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$S = 60 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$F = 350 \text{ Н}$$

$$V = 2000 \text{ см}^3$$

$$= 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_{am} = 10^5 \text{ Па}$$

$$n = ?$$

**Розв'язування.**

Оскільки температура повітря протягом всього часу нагнітання залишається незмінною, то в цьому випадку

має місце ізотермічний процес. Це дає змогу використати закон Бойля-Маріотта. Запишемо параметри системи для двох станів.

1 стан:

$$P_1 = P_{am}; V_1 = n V_0$$

2 стан:

$$P_2 = P_{am} + \Delta P; V_2 = V,$$

$$\text{де } \Delta P = \frac{F}{S}.$$

Згідно закону Бойля-Маріотта маємо:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Підставивши значення  $P_1, V_1, P_2, V_2$ , одержимо:

$$P_{am} \cdot n V_0 = (P_{am} + \Delta P) V;$$

звідки:

$$n = \frac{(P_{am} + \Delta P) V}{P_{am} \cdot V_0} = \frac{\left( P_{am} + \frac{F}{S} \right) V}{P_{am} \cdot V_0}$$

Підставимо числові значення і обчислимо  $n$ :

$$n = 79.$$

Задачу можна ускладнити, коли враховувати: підвищення температури повітря при нагнітанні, розподіл ваги людини на переднє та заднє колесо велосипеда та інше.

**Задача 3.** Водяний павук – сріблянка буде у воді повітряну хатку, переносячи на лапках та черевці бульбашки повітря і поміщаючи їх під купол із павутинки. Скільки рейсів потрібно зробити павукові, щоб на глибині  $50 \text{ см}$  побудувати хатку об'ємом  $1 \text{ см}^3$ , якщо кожного разу він бере  $5 \text{ мм}^3$  повітря при атмосферному тиску [4, с. 74]?

Ця задача має біологічний зміст і є прикладом використання міжпредметних зв'язків між фізикою та біологією. Це підвищує пізнавальний інтерес до фізики тих учнів, які мають нахил до природничих наук. При переході від реальної ситуації до умови цієї задачі також має місце абстрагування.

Вважають, що:

1) Температура води однакова на всій глибині і рівна температурі навколишнього повітря;

2) Павук кожного разу бере однаковий об'єм повітря.

Пропонуючи цю задачу учням, які виявляють підвищений інтерес до фізики, її умову можна також доповнити новими даними, наприклад,

врахувати зміну температури води при зміні глибини занурення павука.

Виконання таких вправ готує учнів і до розв'язування зворотного завдання: моделювання реальної ситуації у вигляді текстової задачі. Головна мета цих завдань: навчити школярів досліджувати певний об'єкт, систему чи явище, визначити їх елементи та властивості, аналізувати інформацію, яка міститься в тексті, виділяти її головну частину і позбуватися другорядної. Саме це вміння є дуже важливим у практичній діяльності, бо реальне явище, яке спостерігається чи описується, завжди містить чимало характеристик, які не є істотними з точки зору конкретних задач.

Активний процес пізнання починається саме з постановки задачі людиною, яку вона потім розв'язує, адже в житті задачі не бувають чітко сформульованими. Тому залучення учнів до складання задач на основі аналізу різних ситуацій сприяє формуванню в них уявлень про реальні процеси та можливості їх моделювання.

Необхідною умовою модельного підходу до розв'язування задачі є ставлення до неї як до об'єкта дослідження. Це, в свою чергу, передбачає оволодіння певними знаннями: складові частини задачі, структура умови, суть етапів розв'язування, прогнозування результату розв'язку, вміння дати йому оцінку.

Під структурою умови задачі розуміють сукупність усіх величин (відомих і невідомих) та їх числових значень і систему математичних співвідношень між цими величинами, вказаних (явно і неявно) в умові задачі [5].

Результати аналізу умови задачі, як правило, фіксують у вигляді схеми, рисунка, графіків. Це дає змогу унаочнити структуру задачі, а також ознайомити учнів зі знаковими моделями.

Модельні уявлення можуть бути використані при формулюванні умови задачі.

Наприклад, у процесі вивчення молекулярної фізики можна запропонувати таку задачу, для задання умови якої використовують модельні уявлення.

1. Поясніть на основі моделей (рис. 1), у якому агрегатному стані перебуває вода у випадках а, б, в.

2. У якому агрегатному стані внутрішня енергія речовини найбільша, а в якому – найменша? Чому?

Під час вивчення будови кристалічних та аморфних тіл можемо використати таку задачу:

На основі аналізу даних модельних зображень (Рис. 2) дайте порівняльну характеристику будови та властивостей кристалічного та аморфного тіла.

Значну групу складають задачі, в умовах яких моделювання процесів здійснюється за допомогою графіків.

Такого типу задачі можемо знайти в багатьох збірниках задач і вправ з фізики.

На рис. 3 зображено графік деяких процесів.

1. Зробіть аналіз цих процесів.

2. За графіком напишіть рівняння процесів, які відбуваються з льодом, а також з гарячою водою. Складіть рівняння теплового балансу, якщо маса льоду  $m$ , а маса води  $m_0$ .

3. Як змінюється внутрішня енергія води, льоду?

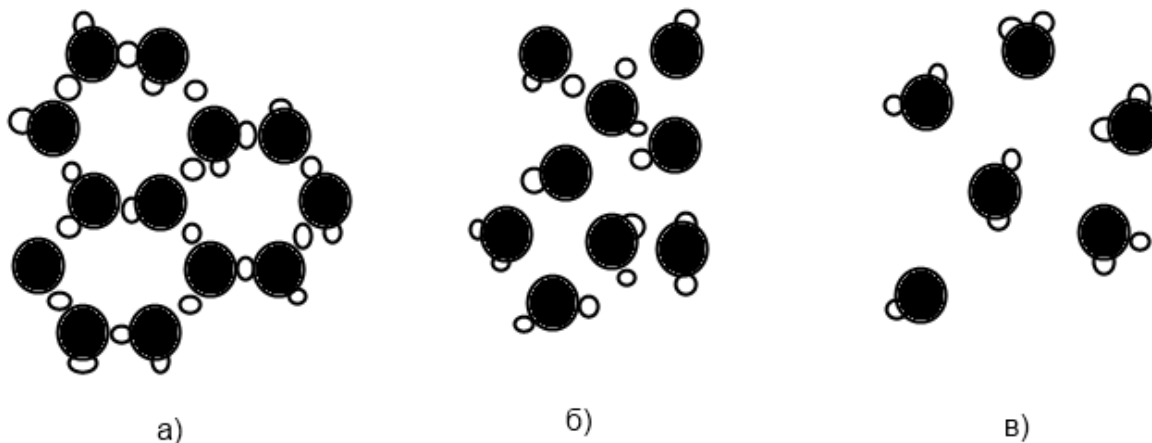


Рис. 1. Моделі води

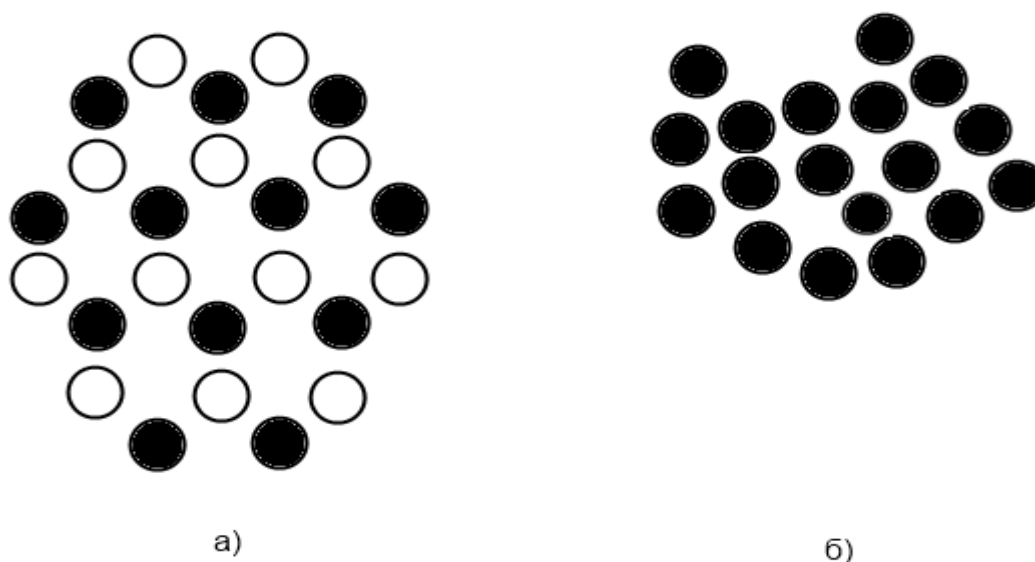


Рис. 2. Моделі твердого тіла

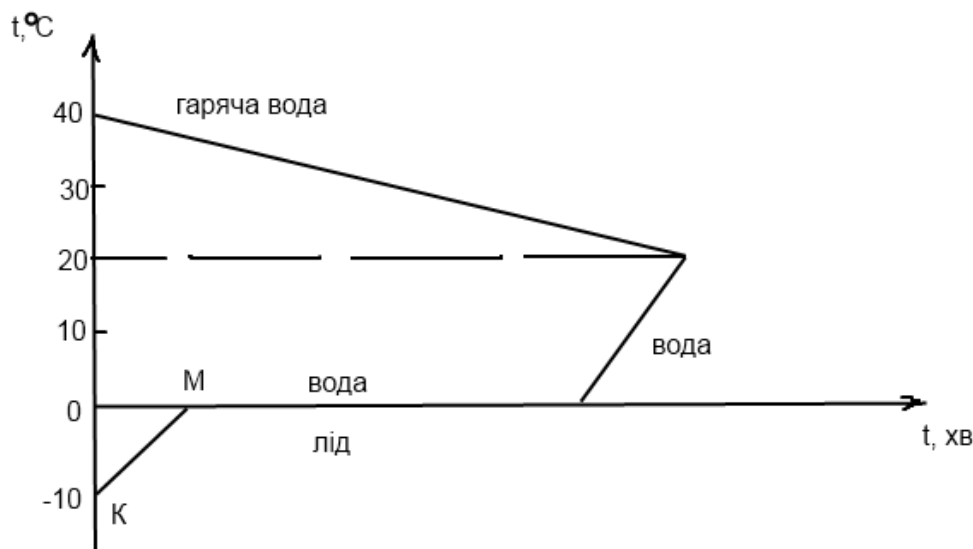


Рис. 3

4. У якій із точок (К чи М) молекули льоду мають більшу кінетичну енергію? Чому?

На графіках у координатах  $PV$  (рис. 4 і 5) зображено замкнені газові процеси. Побудуйте ці цикли в координатах  $VT$  і  $PT$ .

У процесі розв'язування багатьох задач доцільно використовувати матеріальні моделі для пояснення принципу дії установок, приладів, розкриття механізму фізичних явищ і процесів та інше (моделі досліду Штерна, парової турбіни, двигуна внутрішнього згоряння, трансформатора, модель ланцюгової реакції тощо).

Моделювання у процесі розв'язування задачі використовується також при виконанні

рисунок, умовної схеми, проведенні мисленого експерименту тощо, а також на етапі перевірки розв'язку творчої задачі.

Активізація пізнавальної діяльності учнів великою мірою сприяють задачі, розв'язки яких обґрунтовують правомірність відповідних моделей.

Розглянемо приклад для задач, які обґрунтовують таку модель, як ідеальний газ.

**Задача 1.** Діаметр молекул аргону рівний 0,367 нм. Який процент від об'єму газу становить об'єм самих молекул?

**Розв'язування.** При нормальних умовах в  $1 \text{ м}^3$  газу міститься  $2,7 \cdot 10^{25}$  молекул. Вважають,



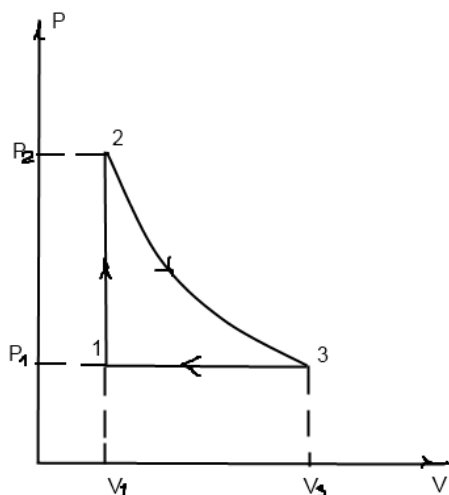


Рис. 4

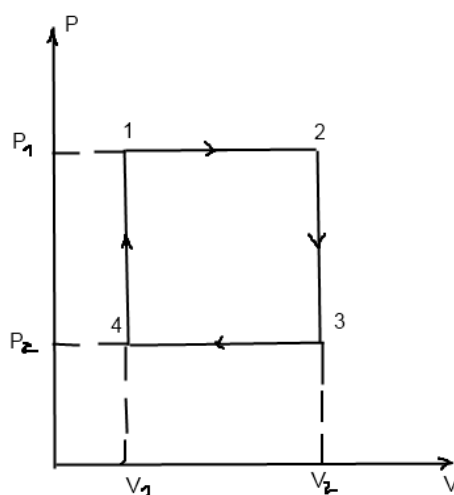


Рис. 5

що молекула газу має форму кульки, тоді її об'єм визначається за формулою  $V_0 = \frac{\pi d^3}{6}$ .

Об'єм молекул, який містяться в  $1 \text{ м}^3$  газу  $V_m = nV_0$ .

$$\frac{V_m}{V_2} = \frac{n\pi d^3}{6V_2} = \frac{2,7 \cdot 10^{25} \cdot 3,14 \cdot (3,67 \cdot 10^{-10})^3}{6 \cdot 1} = 6,98 \cdot 10^{-4} \approx 0,0007$$

$$\frac{V_m}{V_2} = 0,07\%$$

Отже, власним об'ємом молекул порівняно з об'ємом газу можна знехтувати.

**Задача 2.** Використовуючи умову поперечної задачі, знайти площу поперечного перерізу всіх молекул, які знаходяться в  $1 \text{ м}^3$  газу.

**Розв'язування.** Площа перерізу однієї молекули

$$S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Тоді сумарна площа перерізу

$$S = \frac{n\pi d^2}{4}$$

$$S = \frac{3,14 \cdot (3,67 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{25}}{4} = 2,85 \cdot 10^6 \text{ м}^2$$

Таке велике числове значення площі є свідченням того, що молекули газу часто співударяються.

Після розгляду цих двох задач можна дати означення ідеального газу.

Аналіз наведеної моделі продовжують за допомогою таких задач.

**Задача 3.** Як зміниться тиск повітря в кімнаті, якщо воно набере властивостей ідеального газу?

**Задача 4.** Стискають гази, які знаходяться в стані розрідження: а) ідеальний; б) реальний. Який з них стискати легше?

**Задача 5.** Молекули якого газу в складі повітря мають найбільшу довжину вільного перебігу?

Для розв'язування цієї задачі учням потрібно взнати з відповідних таблиць хімічний склад атмосфери та діаметр молекул газів.

**Задача 6.** Чи можна роботу ідеального газу характеризувати зміною його потенціальної енергії?

На основі аналізу наявної літератури, вивчення досвіду роботи вчителів фізики, власного досвіду, можна зробити висновок про те, що використання всіх видів навчальних моделей у процесі розв'язування задач активізує пізнавальну діяльність учнів, сприяє вихованню в них творчого мислення, формує їх науковий світогляд, створює можливості для реалізації принципу рівневої диференціації.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Калапуша Л.Р., Кобель Г.П., Швай О.Л. Моделювання у процесі розв'язування задач з фізики. Луцьк : Ред.-вид. відд. Волин. ун-ту ім. Лесі Українки, 1997. 72 с.
2. Кобель Г.П., Савош В.О. Олімпіадні задачі з фізики (обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2015–2019 навч. рік). Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 96 с.

3. Кобель Г.П., Савош В.О. Третій етап ІІІ Всеукраїнської олімпіади з фізики. *Педагогічний пошук*. 2015. № 3. С. 67–75.
4. Римкевич А.П. Збірник задач з фізики для 9–11 класів середньої школи. 11-те вид. К. : Освіта, 1993. 239 с.
5. Розв'язування задач з фізики : практикум / під заг. ред. Є.В. Коршака. К. : Вища школа Головне вид-во, 1986. 312 с.

**REFERENCES:**

1. Kalapusha, L.R., Kobel, G.P., Shvay, O.L. (1997) *Modeling in the process of solving physical problems*. Lutsk: Editing department of Lesia Ukrainka University [in Ukrainian].
2. Kobel, G.P., Savosh, V.O. (2020) *Olympiad problems in the domain of physics (regional pupil's Olympiad in physics : Volyn region, 2015–2019 educational year)*. Lutsk: Vezha-Druk [in Ukrainian].
3. Kobel, G.P., Savosh, V.O. (2015) Third stage of III All-Ukrainian Olympiad in physics. *Pedagogical search*. 3, 67–75 [in Ukrainian].
4. Rymkevych, A.P. (1993) *Collection of problems in physics for the pupils of 9–11 form of the secondary school*. 11-edition. K.: Osvita [in Ukrainian].
5. *Solving problems in physics : Practicum* (1986) / under the edition of E.V. Korshak. K.: Vyscha shkola. Main edition [in Ukrainian].