УДК 538.9
DOI https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-10

Павло ШИГОРІН
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Україна, 43025
ORCID: *0000-0003-2396-8041*

Бібліографічний опис статті: Шигорін, П. (2021) Квазікласичне наближення теорії струмових станів у надпровідникових контактах. *Фізика та освітні технології, 2,* 62–66, doi: https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-10

КВАЗІКЛАСИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ ТЕОРІЇ СТРУМОВИХ СТАНІВ У НАДПРОВІДНИКОВИХ КОНТАКТАХ

У роботі проведений теоретичний аналіз рівнянь мікроскопічної теорії надпровідності з урахуванням мализни відношення критичної температури до ферміївської. Для низькотемпературних надпровідників це відношення має порядок 1/10000. Наслідком мализни такого відношення є те, швидкість руху куперівської пари як цілого значно менша характерної швидкості електронів, що її утворюють (фермі-швидкості). Це означає, що хоча електрони у надпровідниках сильно вироджені, рух куперівських пар є квазікласичним. Урахування цієї обставини дозволяє суттєво спростити рівняння теорії надпровідності, а саме понизити їх порядок. У роботі описано ідеологію квазікласичного наближення в теорії надпровідності. Побудовано квазікласичні рівняння, які застосовні до розрахунку струмових станів у надпровідникових структурах.

Ключові слова: *надпровідність, квазікласичні рівняння, критична температура.*

Pavlo SHYGORIN
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate professor of Department of A.V. Svidzynskiy's Theoretical and Computer Physics, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya Ave., Lutsk, Ukraine, 43025
ORCID: *0000-0003-2396-8041*

To cite this article: Shygorin, P. (2021) Kvaziklasychne nablyzhennia teorii strumovykh staniv u nadprovidnykovykh kontaktakh [Quasiclassical approximation of theory of the current states in superconducting contacts]. *Physics and educational technology, 2,* 62–66, doi: https://doi.org/10.32782/pet-2021-2-10

QUASICLASSICAL APPROXIMATION OF THEORY OF THE CURRENT STATES IN SUPERCONDUCTING CONTACTS

In this work has been analyzed on theoretical level the equations of microscopic theory of superconductivity with respect to assumption about small ratio critical temperature to Fermi-temperature. We described the ideology of the quasiclassical approximation in the theory of superconductivity. Quasiclassical equations that are applicable to computation of the current states in superconducting structures have been constructed.

Key words: *superconductivity, quasiclassical equations, critical temperature.*

Вступ. Електричний опір більшості металів, а також багатьох сполук при зниженні температури нижче критичної (для Sn, наприклад 4 К) стрибкоподібно обертається на нуль. Нижче критичної температури електричний струм може протікати через даний зразок навіть за відсутності прикладеної різниці потенціалів. Вказане явище надпровідності було відкрите у 1911 році Камерлінг-Оннесом, який також першим отримав зріджений гелій. Природно, що рух електронів провідності у надпровіднику можна порівняти із рухом рідкого гелію через капіляр нижче T_λ, який також відбувається без дисипації. Фактично вже у 1938 році, коли тільки-но було відкрито надплинність гелію, Лондон висловив думку [1], що надплинність та надпровідність повинні мати однакове тлумачення. Ця гіпотеза виявилася надзвичайно плідною. Пізніше Боголюбов у своїй новаторській роботі з теорії надпровідності зазначив, що надпровідність металу є надплинністю його електронної рідини [1].

Стосовно теоретичного опису явища надпровідності на мікроскопічному рівні, то як відомо [2] основними рівняннями мікроскопічної теорії надпровідності у наближенні середнього поля є рівняння для коефіцієнтів канонічного перетворення Боголюбова, які мають розв'язуватися за умови самоузгодження

$$\begin{cases}\hat{\xi}_{\mathbf{p}}u_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})-\Delta(\mathbf{r})\upsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})=\varepsilon_{\mathbf{p}}u_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}),\\ \hat{\xi}_{\mathbf{p}}\upsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})+\Delta^{*}(\mathbf{r})u_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})=-\varepsilon_{\mathbf{p}}\upsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}).\end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta(\mathbf{r})=g\sum_{\mathbf{p}}u_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})\upsilon_{\mathbf{p}}^{*}(\mathbf{r})\,\mathrm{th}\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}}}{2T}, \quad (2)$$

Тут $u_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})$ та $\upsilon_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})$ − коефіцієнти канонічного перетворення від частинок до квазічастинок, яке діагоналізує вихідний білінійний гамільнотіан прямої взаємодії між електронами, $\Delta(\mathrm{r})$ − параметр впорядкування, $\hat{\xi}_{\mathbf{p}}=\hat{\mathbf{p}}^{2}/2m-\mu$, $\varepsilon_{\mathbf{p}}=\sqrt{\xi_{\mathbf{p}}^{2}-|\Delta|^{2}}$, g − константа взаємодії, T − температура.

Система рівнянь (1) відома як рівняння Боголюбова. Її можна інтерпретувати як рівняння на власні функції та власні значення для двокомпонентної власного вектора. У математичній фізиці від власних функцій можна здійснити перехід до функцій Гріна. У даному випадкові їх можна запровадити наступним чином

$$G_{E}(\mathrm{r},\mathrm{r}')=\sum_{\mathrm{p}}\frac{u_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})u_{\mathrm{p}}^{*}(\mathrm{r}')}{E-\varepsilon_{\mathrm{p}}}, \quad (3)$$

$$F_{E}(\mathrm{r},\mathrm{r}')=\sum_{\mathrm{p}}\frac{\upsilon_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})u_{\mathrm{p}}^{*}(\mathrm{r}')}{E-\varepsilon_{\mathrm{p}}} \quad (4)$$

Тут E − змінна енергії, але комплексна, оскільки функції Гріна визначаються для E поза спектром.

Рівняння Боголюбова записані мовою функцій Гріна називаються рівняннями Горькова

$$\begin{cases}\left(E-\hat{\xi}_{\mathbf{p}}\right)G_{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}')+\Delta(\mathbf{r})F_{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),\\ \left(E+\hat{\xi}_{\mathbf{p}}\right)F_{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}')+\Delta^{*}(\mathbf{r})G_{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=0.\end{cases} \quad (5)$$

Умова самоузгодження (2) у даному випадкові має вигляд

$$\Delta(\mathrm{r})=|g|\sum_{E}F_{E}(\mathrm{r},\mathrm{r}'). \quad (6)$$

З технічної точки зору система рівнянь теорії надпровідності у формі рівнянь Боголюбова чи еквівалентних їм рівнянь Горькова доволі складна, оскільки шукані величини (коефіцієнти $u_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})$ та $\upsilon_{\mathrm{p}}(\mathrm{r})$ або функції G та F) є нелінійними функціоналами функції $\Delta(\mathrm{r})$, яка в загальному випадкові є просторово-неоднорідною.

Як показують дослідження [2], швидкість руху куперівської пари як цілого значно менша характерної швидкості електронів, що її утворюють, − швидкості Фермі. Це означає, що хоча електрони у надпровіднику сильно вироджені, рух куперівських пар є квазікласичним.

У даній роботі ми побудуємо рівняння мікроскопічної теорії надпровідності в теорії струмових станів із врахуванням квазікласичного руху куперівських пар. Одержані рівняння будуть нижчого порядку як диференціальні рівняння порівняно з вихідними рівняннями Боголюбова чи Горькова.

Опис струмових станів у надпровідниках. Надпровідник визначається тою фундаментальною властивістю, що в ньому можливі струмові стани, які в стаціонарних умовах існують без дисипації (ефект Джозефсона). Оскільки відбувається перенос маси, а разом з цим і заряду, конденсат куперівських пар набуває швидкості υ_{s}.

Рівняння Горькова із врахуванням можливості руху конденсату мають вигляд (див. [4])

$$\left(i\omega_{n}-\frac{1}{2m}(\hat{\mathbf{p}}_{1}+m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}_{1}))^{2}+\mu\right)G_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})+|\Delta(\mathbf{r}_{1})|F_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})=\delta(\mathbf{r}_{1}-\mathbf{r}_{2}), \quad (7)$$

$$\left(i\omega_{n}+\frac{1}{2m}(\hat{\mathbf{p}}_{1}-m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}_{1}))^{2}-\mu\right)F_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})+|\Delta(\mathbf{r}_{1})|G_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})=0. \quad (8)$$

Ці рівняння одержуються із системи рівнянь (5) шляхом переходу до локальної системи відліку, де конденсат нерухомий за допомогою перетворення Галілея. Зауважимо, що система рівнянь (7) та (8) записана в термінах мацубарівських функцій Гріна, тобто має місце співвідношення $E=i\omega_{n}$, $\omega_{n}=\pi T(2n+1)$, n − ціле число.

Для опису струмових станів рівняння Горькова слід доповнити виразом для середньої густини струму, який має вигляд

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_{1})=\frac{ie}{m}T\sum_{\omega_{n}}\lim_{\mathbf{r}_{2}\to\mathbf{r}_{1}}\left(\nabla_{\mathbf{r}_{2}}-\nabla_{\mathbf{r}_{1}}\right)G_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})+2e\boldsymbol{\upsilon}_{s}(\mathbf{r}_{1})T\sum_{\omega_{n}}G_{\omega_{n}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{1}), \quad (9)$$

Для розв'язку рівнянь Горькова в теорії струмових станів будемо використовувати локальне наближення, яке грунтується на припущенні, що градієнти магнітного поля і параметра впорядкування є малими порівняно з самими цими величинами. Таке припущення забезпечує можливість розкладу по градієнтах і збереження в цьому розкладі лише початкових членів. Рівняння теорії надпровідності допускають в локальному наближенні розв'язок з тою ж мірою повноти, що й у просторово однорідному випадку.

Найпростіший спосіб розв'язку рівнянь теорії надпровідності у локальному наближенні грунтується на застосуванні мішаного представлення Вігнера, у якому запроваджують радіус-вектор центра інерції (у даному випадку − пари) $\mathrm{R} = \frac{1}{2}(\mathrm{r}_1 + \mathrm{r}_2)$ і радіус-вектор, що характеризує відносний рух $\mathrm{r} = \mathrm{r}_2 - \mathrm{r}_1$, після чого роблять перетворення Фур'є за цією останньою змінною. Таким чином отримують

$$f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \to f(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \int f(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \exp[i\mathbf{pr}] \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (10)$$

Рівняння Горькова (7-8) для мацубарівських функцій Гріна в представленні Вігнера набувають такої форми

$$\left(i\omega_n - \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} - \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{R}} + m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathbf{s}}(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right)^2 + \mu \right) G_{\omega_n}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \cdot$$

$$+ \left| \Delta(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right| F_{\omega_n}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = 1, \quad (11)$$

$$\left(i\omega_n + \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} - \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{R}} - m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathbf{s}}(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right)^2 - \mu \right) F_{\omega_n}(\mathbf{R}, \mathbf{p})$$

$$+ \left| \Delta(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right| G_{\omega_n}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = 0. \quad (12)$$

Вираз для густини струму має вигляд

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}) = \frac{2ie}{m} T \sum_{\omega_n} \int (\mathbf{p} + m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathbf{s}}) G_{\omega_n}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (13)$$

Опис струмових станів у надпровідниках. Перейдемо до формулювання квазікласичного наближення в теорії надпровідності. Як показують досліди, відношення критичної температури T_c до фермівської T_F значно менше одиниці. Для низькотемпературних надпровідників це відношення становить 10-5−10-4 у найбільш характерних випадках, але навіть для високотемпературних надпровідників воно порядку 10-2. Оцінка критичних значень надплинної швидкості, зроблена на підставі локального наближення, дає результат $\upsilon_{s\,\mathrm{crit}} / \upsilon_0 \sim T_c / T_F \ll 1$, де υ_0 − швидкість електронів на поверхні Фермі (фермі-швидкість). Таким чином, швидкість руху куперівської пари як цілого значно менша характерної швидкості електронів, що її утворюють, − швидкості Фермі. Можна сказати тому, що хоча електрони у надпровідниках сильно вироджені, рух куперівських пар є квазікласичним. Урахування цієї обставини дозволяє суттєво спростити рівняння теорії надпровідності. Нижче ми покажемо, що внаслідок зіставлення різних членів у рівняннях для функцій Гріна надпровідника, деякими з них можна знехтувати, оскільки вони мають вищий порядок порівняно з основними по відношенню $T_c / T_F \ll 1$. Кінцевим результатом цієї процедури виявляється те, що спрощені таким чином рівняння після повернення в конфігураційний простір мають нижчий порядок ніж вихідні диференціальні рівняння теоріїї надпровідності (записані в просторових координатах). Таке спрощення рівнянь має просторовий аспект, оскільки $T_c / T_F \sim a / \xi_0 \ll 1$, де a − міжатомна відстань, а ξ_0 − довжина когерентності. Таким чином, квазікласичні рівняння у певному сенсі є загладженії по атомних довжинах і містять лише великомасштабні просторові зміни параметра впорядкування.

Візьмемо до уваги, що всі функції міняються повільно в залежності від координат центра інерції пари, який характеризується вектором R, а саме, вони міняються на довжинах порядку ξ_0, а не на атомній довжині. Це значить, що для оператора ∇_{R}, який застосовується до функції $f(\mathrm{R}, \mathrm{p})$, справедлива оцінка $|\nabla_{\mathrm{R}} f(\mathrm{R}, \mathrm{p})| \sim f(\mathrm{R}, \mathrm{p}) / \xi_0$. Отже можна вважати, що $|\nabla_{\mathrm{R}}| \sim 1 / \xi_0$.

Стосовно імпульсної змінної, то основний внесок в інтеграли по імпульсу p дає вузький окіл фермі-сфери $|\mathrm{p}| = p_0 = m\upsilon_0$, величина якого має порядок $\xi \sim T_c$. Покладемо

$$\mathrm{p} = \left(p_0 + \frac{\xi}{\upsilon_0} \right) \mathrm{n}, \quad (14)$$

де n − одиничний вектор, що визначає напрямок імпульсу, енергетична змінна визначається виразом $\xi = \mathrm{p}^2/2m - p_0^2/2m \sim T_c$.

З урахуванням наведених вище оцінок, розглянемо порядок мализни різних доданків у рівняннях Горькова (11) та (12). Маємо

$$\frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} - \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{R}} + m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathbf{s}}(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right)^2 - \mu = \frac{1}{2m}\left(\left(p_0 + \frac{\xi}{\upsilon_0} \right)\mathbf{n} - \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{R}} + m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathbf{s}}(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\nabla_{\mathbf{p}}) \right)^2 - \mu =$$

$$= \xi - \frac{i}{2}\upsilon_0 \mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} + p_0 \mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s - \frac{1}{8m}\nabla_{\mathbf{R}}^2 + \frac{1}{2}m\boldsymbol{\upsilon}_s^2 - \frac{i}{4}(\nabla_{\mathbf{R}}\boldsymbol{\upsilon}_s) - \frac{i}{4}\boldsymbol{\upsilon}_s\nabla_{\mathbf{R}} + \frac{\xi^2}{2p_0\upsilon_0} - \frac{i\xi}{2p_0}\mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} + \xi\frac{\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s}{\upsilon_0}. \quad (15)$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \cong \mathbf{n}\frac{d}{dp} = \mathbf{n}\upsilon_0\frac{d}{d\xi}.$$

В одержаному виразі лише перші три доданки мають порядок T_c, решта є меншими за T_c у відношенні $T_c / T_F \ll 1$ і можуть бути відкинуті. Врахуємо також, що в градієнті за імпульсами ∇_{p} істотною є лише проекція в напрямку імпульсу, інші проекції мають менший порядок

譬мализни (це легко довести, якщо записати градієнт в сферичних координатах в імпульсному просторі). Таким чином, $\nabla_p \cong n\frac{d}{dp} = n\upsilon_0\frac{d}{d\xi}$.

Враховуючи всі зроблені оцінки, можемо написати спрощені рівняння для функцій Гріна у мішаному представленні

$$\left(i\omega_n - \xi + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} - p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi) + \left|\Delta\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi) = 1, \quad (16)$$

$$\left(i\omega_n + \xi - \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} - p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right)F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi) + \left|\Delta\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right|G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi) = 0 \quad (17)$$

Вираз для середньої густини струму має вигляд

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}) = 2e\upsilon_0 TN(0)\sum_{\omega_n}\int\frac{d\mathbf{n}}{4\pi}\mathbf{n}\int d\xi G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi). \quad (18)$$

Рівняння (16) та (17) утворюють систему квазікласичних рівнянь теорії надпровідності. Ці рівняння є рівняннями Горькова мікроскопічної теорії надпровідності, що загладжені по атомних довжинах, тобто містять лише великомасштабні просторові зміни параметра впорядкування. Для зручності у роботі з цими рівняннями перейдемо від змінної ξ до спряженої змінної t за допомогою перетворення Фур'є.

$$f(t) = \int f(\xi)e^{i\xi t}\frac{d\xi}{2\pi}. \quad (19)$$

В t – представлені квазікласичні рівняння мають вигляд

$$\left(i\omega_n + i\frac{d}{dt} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} - p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0 t\right)\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t) + \left|\Delta\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0 t\right)\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t) = 1, \quad (20)$$

$$\left(i\omega_n + i\frac{d}{dt} + \frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathbf{R}} - p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0 t\right)\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t) + \left|\Delta\left(\mathbf{R} + \frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0 t\right)\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t) = 1, \quad (21)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}) = e\upsilon_0 TN(0)\sum_{\omega_n}\int d\mathbf{n}\,\mathbf{n}G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t)\Big|_{t=0}. \quad (22)$$

Система рівнянь у формі (20) − (22) чи (16) − (18) може бути використана для мікроскопічного опису ефектів теорії надпровідності в різноманітних просторово-неоднорідних задачах, зокрема, стаціонарного та нестаціонарного ефектів Джозефсона в тунельних контактах [3-5], ефекту Майсснера [2] тощо. Нагадаємо, що при переході до квазікласичних рівнянь ми використали два наближення. Перше враховує, що усі функції міняються повільно в залежності від координат, а саме, вони міняються на довжинах порядку довжини когерентності, а не на атомній довжині. Інше наближення враховує, що основний внесок в інтеграли по імпульсу дає вузький окіл фермі-сфери.

Висновки. У роботі проведений теоретичний аналіз рівнянь мікроскопічної теорії надпровідності з урахуванням мализни відношення критичної температури до фермієвської. Показано, що у випадку, коли усі функції міняються повільно у залежності від координат, а саме, вони міняються на довжинах порядку довжини когерентності, а не на атомній довжині, а також, коли основний внесок в інтеграли по імпульсу дає вузький окіл фермі-сфери, рівняння Горькова набувають спрощеного вигляду, зокрема мають нижчий порядок ніж вихідні диференціальні рівняння теоріїї надпровідності. Такі рівняння в теорії надпровідності називаються квазікласичним.

Побудовано квазікласичні рівняння для теорії струмових станів у надпровідникових структурах.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Girvin S., Yang K. Modern Condensed Matter Physics. Cambridge : Cambridge University Press, 2019. P. 714. DOI: 10.1017/9781316480649.
2. Свідзинський А.В. Мікроскопічна теорія надпровідності : у 2-х ч.. Луцьк : Ред.-вид. відд. Вежаї Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2001. Ч. 1. 256 с.
3. Shygorin P., Venhryn B. Resonant tunneling in a double-barrier josephson junction. Journal of Physical Studies. 2020. № 24(4). P. 4706. DOI: 10.30970/jps.24.4706.
4. Shutovskyi A.M., Svidzinskyi A.V., Sakhnyuk V.E., Pastukh O.Yu. Microscopic calculation of josephson current in tunnel junctions with two-gap superconductors. Ukr. J. Phys. 2018. № 63(11). P. 1001. DOI: 10.15407/ujpe63.11.1001.
5. Shygorin P.P., Svidzynskyi A.V., Materian I.O. Calculation of josephson current in a two-barrier tunnel junction. Ukrainian Journal of Physics. 2017. № 62(6). P. 518. DOI: 10.15407/ujpe62.06.0518.

REFERENCES:

1. Girvin, S., Yang, K. (2019) Modern Condensed Matter Physics. Cambridge: Cambridge University Press. DOI: 10.1017/9781316480649 [in English].

2. Svidzynskyi, A.V. (2001) Microscopic theory of superconductivity: in two parts. Lutsk: Ed.-ed. dept. Volyn towers. state un-tu im. Lesya Ukrainka, p. 1 [in Ukrainian].

3. Shygorin, P., Venhryn, B. (2020) Resonant tunneling in a double-barrier josephson junction. Journal of Physical Studies. 24(4), 4706. DOI: 10.30970/jps.24.4706 [in English].

4. Shutovskyi, A.M., Svidzinskyi, A.V., Sakhnyuk, V.E., Pastukh, O.Yu. (2018) Microscopic calculation of josephson current in tunnel junctions with two-gap superconductors. Ukr. J. Phys. 63(11), 1001. DOI: 10.15407/ujpe63.11.1001 [in English].

5. Shygorin, P.P., Svidzynskyi, A.V., Materian, I.O. (2017) Calculation of josephson current in a two-barrier tunnel junction. Ukrainian Journal of Physics. 62(6), 518. DOI: 10.15407/ujpe62.06.0518 [in English].