

УДК 519.83: 519.8

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

Оксана ЗАМУРУЄВА

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

SCOPUS AUTHOR ID: 56181742100

Оксана НОВОСАД

кандидат економічних наук, доц. кафедри економічної та соціальної географії, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7156-643X>

SCOPUS AUTHOR ID: 57219030791

Артур МЕЛЬНИЧУК

здобувач вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

Каріна КРУПКО

здобувачка вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

Віктор ЛЕВАНДОВСЬКИЙ

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

Михайло КОРИТКО

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

Сергій СЕМЕНЮК

старший лаборант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

Бібліографічний опис статті: Замуруєва, О., Новосад, О., Мельничук, А., Крупко, К., Левандовський, В., Коритко, М., Семенюк, С. (2025). Теорія ігор у моделюванні космічної конкуренції: динамічний підхід і реалізація в Maple. *Фізика та освітні технології*, 2, 42–47, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

ТЕОРІЯ ІГОР У МОДЕЛЮВАННІ КОСМІЧНОЇ КОНКУРЕНЦІЇ: ДИНАМІЧНИЙ ПІДХІД І РЕАЛІЗАЦІЯ В MAPLE

Теорія ігор є універсальним інструментом аналізу стратегічної взаємодії – від економічної конкуренції до військово-політичних рішень і науково-технологічних перегонів. Статтю присвячено формуванню математичної моделі міждержавної конкуренції у сфері освоєння космосу на засадах некооперативної теорії ігор з ненульовою сумою та її чисельній реалізації в середовищі Maple. Об'єкт дослідження – конкурентний розвиток національних космічних програм у геополітичному контексті; предмет – формально-ігрове моделювання стратегічного супер-

ництва з урахуванням обмежених ресурсів, політичних пріоритетів і взаємних впливів. Узагальнено теоретичні засади застосування ігрових підходів до космічного суперництва; побудовано систему диференціальних рівнянь для багатьох гравців із логістичним зростанням і взаємним стримуванням. Основний матеріал зосереджено на тригравцевій постановці (США, Китай, ЄКА), де внутрішнє зростання поєднується з двосторонніми «гальмівними» впливами. На основі аналізу історичних і сучасних епізодів «космічної гонки» побудовано модель, у якій задано систему рівнянь для опису динаміки гравців та умов існування рівноважних станів. Реалізація моделі у Maple забезпечила проведення чисельних моделювань, оцінювання чутливості до параметрів. Отримані результати підтверджують придатність теорії ігор для прогнозування стратегічної поведінки держав у космічній сфері та демонструють практичну корисність запропонованого підходу для підтримки стратегічного планування національних програм і формування елементів міжнародної космічної політики.

Ключові слова: теорія ігор, космічне суперництво, рівновага Неша, стратегічна взаємодія, математичне моделювання, Maple.

Oksana ZAMURUIEVA

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

SCOPUS AUTHOR ID: 56181742100

Oksana NOVOSAD

Candidate of Economic Sciences, Associate Professor at the at Department of Economic and Social Geography, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7156-643X>

SCOPUS AUTHOR ID: 57219030791

Artur MELNYCHUK

Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

Karina KRUPKO

Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

Viktor LEVANDOVSKYI

Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

Mykhailo KORYTKO

Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

Serhii SEMENIUK

Senior Laboratory Assistant at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

To cite this article: Zamuruieva, O., Novosad, O., Melnychuk, A., Krupko, K., Levandovskyi, V., Korytko, M., Semeniuk, S. (2025). Teoriia ihor u modeliuvanni kosmichnoi konkurentsii: dynamichniy pidkhid i realizatsiia v Maple [Game-Theoretic Modeling of Space Competition: A Dynamic Approach with Maple Implementation]. *Physics and Educational Technology*, 2, 42–47, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

GAME-THEORETIC MODELING OF SPACE COMPETITION: A DYNAMIC APPROACH WITH MAPLE IMPLEMENTATION

Game theory is a universal tool for analyzing strategic interaction – from economic competition to military-political decision-making and science-and-technology races. This article is devoted to the development of a mathematical model of interstate competition in space exploration based on non-cooperative, non-zero-sum game theory and its numerical implementation in Maple. The object of the study is the competitive development of national space programs in a geopolitical context; the subject is a formal game-theoretic modeling of strategic rivalry under resource constraints, political priorities, and mutual influences. Theoretical foundations for applying game-theoretic approaches to space rivalry are synthesized; a system of differential equations is constructed for multiple players with logistic growth and mutual inhibition. The core analysis focuses on a three-player setting (the United States, China, and the European Space Agency), where internal growth is combined with bilateral “braking” effects. Drawing on historical and contemporary episodes of the “space race”, we build a model that specifies a system of equations describing players’ dynamics and the conditions for equilibrium states. The Maple implementation enabled numerical simulations and parameter-sensitivity assessment. The results confirm the suitability of game theory for forecasting states’ strategic behavior in the space domain and demonstrate the practical utility of the proposed approach for supporting strategic planning of national programs and shaping elements of international space policy.

Key words: game theory, space competition, Nash equilibrium, strategic interaction, mathematical modeling, Maple.

Вступ. Актуальність проблеми. Теорія ігор перетворилася на універсальний інструмент аналізу стратегічної взаємодії – від економічної конкуренції до військово-політичних рішень і науково-технологічних перегонів. У контексті космічної діяльності XXI століття, де поряд із традиційними державними акторами з’явилися нові центри сили (Китай, Індія, Японія) та великі приватні оператори, прийняття рішень характеризується взаємозалежністю стратегій, ресурсними обмеженнями та динамічними зовнішніми ефектами (завантаженість орбіт, конкуренція за частоти, «ланцюгові» наслідки санкцій) (OECD, 2023; OECD, 2024; ESA, 2024). Формалізовані ігрові та динамічні моделі дозволяють: описувати раціональну поведінку держав як гравців з різними цілями; оцінювати наслідки політик (інвестицій, коаліцій, експортних обмежень); проводити сценарний та чутливісний аналіз на горизонті часу, релевантному для космічних програм (Fudenberg, 1991; Başar, 1999; Dockner, 2000).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Класичні праці сформували засади раціонального вибору та рівноваг у взаємодіях (von Neumann, 1944; Nash, 1950; Nash, 1951). Розвиток некооперативної теорії ігор окреслив апарат статичних і динамічних рівноваг і «найкращих відповідей» за різних структур інформації (Fudenberg, 1991; Osborne, 1994). Для безперервного часу ключовими є диференціальні ігри, що описують еволюцію станів під дією керувань і дозволяють шукати рівноваги з відкритим/замкненим зворотним зв’язком (Başar, 1999; Dockner, 2000). Прикладні моделі «перегонів»

у технологіях і R&D показують роль інвестицій, санкцій і коаліцій через параметри зростання та взаємодій, породжуючи пороги, мультистабільність і «пастки» стримування (Fudenberg, 1991; Osborne, 2003). Сучасні огляди космічної економіки фіксують ріст приватного сегмента, здешевлення запусків і ризики засмічення орбіт, що підсилює міждержавну взаємозалежність і потребу в динамічних ігрових моделях (OECD, 2023; OECD, 2024; ESA, 2024).

Мета дослідження. Розробити та чисельно реалізувати математичну модель міждержавної конкуренції у космічній галузі із застосуванням елементів теорії ігор, яка дозволяє формалізувати стратегії гравців, знаходити рівноважні стани та досліджувати наслідки політики в середовищі Maple.

Завдання дослідження:

- дослідити теоретичні аспекти розвитку космічної галузі та застосування теорії ігор у моделюванні суперництва;
- розробити математичну модель конкурентної взаємодії країн;
- реалізувати модель у програмному середовищі Maple;
- провести аналіз отриманих результатів

Основний матеріал дослідження.

Для моделювання конкурентної боротьби країн за лідерство у космосі розглянемо три основних гравці: США, Китай і Європейське космічне агентство (ЕКА).

Припустимо, що кожен гравець максимізує власний рівень розвитку; існують фактори взаємного впливу між учасниками (конкуренція, політичний тиск); рівні розвитку обмежені спільним

або індивідуальним потенціалом K через технічні, фінансові та організаційні обмеження.

Врахувавши всі припущення, запишемо узагальнену формулу для N гравців.

Нехай $s_i(t)$ – рівень розвитку i -го гравця ($i = 1, \dots, N$). Тоді

$$\frac{ds_i}{dt} = a_i s_i(t) \left(1 - \frac{s_i(t)}{K_i} \right) - \sum_{j=1, j \neq i}^N b_{ij} s_j(t) + \eta_i,$$

де: $a_i > 0$ – коефіцієнт власного розвитку i -го гравця (інвестиції, технологічний потенціал); $K_i > 0$ – граничний потенціал (ємність) розвитку i -го гравця, $b_{ij} \geq 0$ – коефіцієнт негативного впливу гравця j на i (економічний чи політичний тиск, конкуренція за ресурси), η_i – зовнішній вплив, підтримка.

Введемо позначення для гравців в момент часу t :

$x(t)$ – рівень розвитку космічної галузі США,

$y(t)$ – рівень розвитку Китаю,

$z(t)$ – рівень розвитку (ЄКА).

Побудуємо систему диференціальних рівнянь для трьох гравців (у базовому сценарії можна покласти $\eta_i = 0$):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_x x \left(1 - \frac{x}{K_x} \right) - b_{xy} y - b_{xz} z \\ \frac{dy}{dt} = a_y y \left(1 - \frac{y}{K_y} \right) - b_{yx} x - b_{yz} z \\ \frac{dz}{dt} = a_z z \left(1 - \frac{z}{K_z} \right) - b_{zx} x - b_{zy} y \end{cases}$$

Перші доданки описують внутрішнє зростання з насиченням, другий і третій – взаємне «гальмування» через конкуренцію чи тиск.

Реалізація моделі в Maple.

Параметри моделі обрано на основі припущень про рівень інвестицій та політичного впливу:

Граничний рівень розвитку $K_x = K_y = K_z = K = 100$.

Коефіцієнти власного розвитку: $a_x = 0.05$, $a_y = 0.045$, $a_z = 0.048$.

Коефіцієнти взаємного впливу: $b_{xy} = 0.01$, $b_{xz} = 0.008$, $b_{yx} = 0.009$, $b_{yz} = 0.007$, $b_{zx} = 0.006$, $b_{zy} = 0.005$

Початкові умови: $x(0) = 10$, $y(0) = 8$, $z(0) = 9$.

Код в середовищі Maple має наступний вигляд:

```
restart;
#Змінні
with(plots);
with(DEtools);
#Параметри (1-x,2-y,3-z,)
K := 100; #Граничний рівень розвитку
a1 := 0.05;
a2 := 0.045;
a3 := 0.048;
b12 := 0.01;
b13 := 0.008;
b21 := 0.009;
b23 := 0.007;
b31 := 0.006;
b32 := 0.005;
#Початкові умови
x0 := 10; y0 := 8; z0 := 9;
#Система диференціальних рівнянь
q1 := diff(x(t), t) = a1*x(t)*(1-
x(t)/K)-b12*y(t)-b13*z(t);
q2 := diff(y(t), t) = a2*y(t)*(1-
y(t)/K)-b21*x(t)-b23*z(t);
q3 := diff(z(t), t) = a3*z(t)*(1-
z(t)/K)-b31*x(t)-b32*y(t);
#Система та умова
sys := {q1, q2, q3};
ics := {x(0) = x0, y(0) = y0, z(0) =
z0};
#Чисельне розв'язання
sol := dsolve(union(sys, ics),
numeric, method = rkf45, output =
listprocedure);
#Побудова графіків
p1 := odeplot(sol, [t, x(t)], 0..
100, color = red, thickness = 2,
legend = «США»);
p2 := odeplot(sol, [t, y(t)], 0..
100, color = blue, thickness = 2,
legend = «Китай»);
p3 := odeplot(sol, [t, z(t)], 0..
100, color = green, thickness = 2,
legend = «ЄКА»);
#Виведення графіків на одному полі
на рис. 1.
display([p1, p2, p3], title =
«Динаміка розвитку космічної
галузі», labels = [«Час», «Рівень
розвитку»], labeldirections =
[horizontal, vertical]);
```

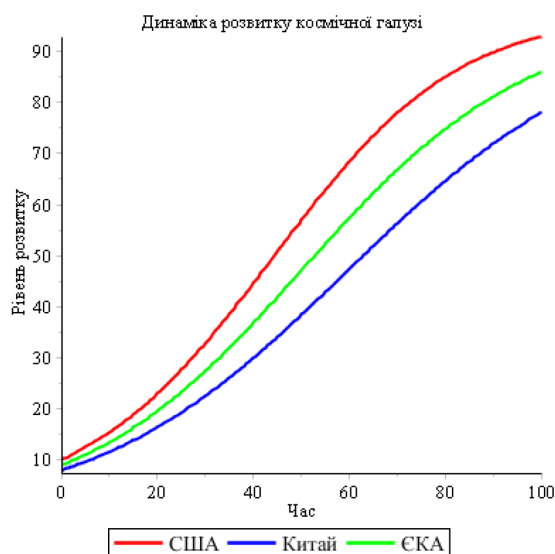


Рис. 1. Динаміка розвитку космічної галузі

Отримані результати чисельної симуляції розвитку космічної галузі трьох основних гравців дозволяють проаналізувати поведінку учасників не лише з динамічної точки зору, але й у контексті теорії ігор.

У побудованій моделі кожен гравець приймає рішення про інвестування у власний розвиток, враховуючи вплив інших гравців. Це є класичним прикладом некооперативної динамічної гри з обмеженими ресурсами, де кожен учасник прагне максимізувати власну вигоду, не координуючи дії з іншими.

США діють як гравець з максимальною початковою потужністю, обираючи агресивну стратегію швидкого розвитку.

ЄКА реалізує стратегію стабільного розвитку з обмеженою взаємодією, що дозволяє зменшити негативний вплив з боку конкурентів.

Китай, незважаючи на нижчий старт, демонструє адаптивну поведінку, яка відповідає стратегії поступового нарощування впливу.

Таким чином, застосування теорії ігор до аналізу космічного суперництва дозволяє не лише змодельовати динаміку процесу, а й глибше зрозуміти стратегічні мотиви гравців, їхню взаємозалежність та умови ефективної поведінки у глобальному змаганні.

Висновки. Запропоновано динамічну некооперативну модель космічної конкуренції, у якій власне зростання гравців поєднане з ефектами взаємного стримування; чисельна реалізація в Maple підтвердила наявність режимів домінування та стійкої взаємодії. Пороговий характер параметрів показує, що малі варіації темпів розвитку та інтенсивності впливів можуть якісно змінювати довгострокову рівновагу системи. Модель придатна для сценарного аналізу інвестиційних, коаліційних і регуляторних рішень та може слугувати інструментом підтримки стратегічного планування національних космічних програм. Обмеження дослідження пов'язані зі сталими у часі коефіцієнтами та відсутністю стохастичних збурень. Перспективи розвитку – введення керувань (інвестиції/стримування) та коаліційної взаємодії.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Başar T., Olsder G. J. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. 2nd ed. Philadelphia : SIAM, 1999.
2. Dockner E. J., Jørgensen S., Long N. V., Sorger G. *Differential Games in Economics and Management Science*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000.
3. ESA. *ESA Report on the Space Economy 2024*. Paris : European Space Agency, 2024.
4. Fudenberg D., Tirole J. *Game Theory*. Cambridge, MA : MIT Press, 1991.
5. Nash J. *Equilibrium points in n-person games*. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1950. Vol. 36, No. 1. P. 48–49.
6. Nash J. *Non-Cooperative Games*. *Annals of Mathematics*. 1951. Vol. 54, No. 2. P. 286–295.
7. OECD. *The Space Economy in Figures*. Paris : OECD Publishing, 2023.
8. OECD. *The Economics of Space Sustainability*. Paris : OECD Publishing, 2024.
9. Osborne M. J. *An Introduction to Game Theory*. Oxford : Oxford University Press, 2003.
10. Osborne M. J., Rubinstein A. *A Course in Game Theory*. – Cambridge, MA : MIT Press, 1994.
11. von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton : Princeton University Press, 1944.

REFERENCES:

1. Başar, T., & Olsder, G. J. (1999). *Dynamic noncooperative game theory* (2nd ed.). SIAM.
2. Dockner, E. J., Jørgensen, S., Long, N. V., & Sorger, G. (2000). *Differential games in economics and management science*. Cambridge University Press.
3. European Space Agency. (2024). *ESA report on the space economy 2024*. European Space Agency.
4. Fudenberg, D., & Tirole, J. (1991). *Game theory*. MIT Press.
5. Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48–49. <https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48>
6. Nash, J. (1951). Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54(2), 286–295. <https://doi.org/10.2307/1969529>
7. OECD. (2023). *The space economy in figures*. OECD Publishing.
8. OECD. (2024). *The economics of space sustainability*. OECD Publishing.
9. Osborne, M. J. (2003). *An introduction to game theory*. Oxford University Press.
10. Osborne, M. J., & Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory*. MIT Press.
11. von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press.

Дата надходження статті: 19.09.2025

Дата прийняття статті: 02.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025