УДК [53:378]:621.318.1
DOI https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10

Ігор ЛІНЧЕВСЬКИЙ
доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри загальної фізики, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Берестейський 37, м. Київ, Україна, 03056
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0002-2896-9580*
SCOPUS AUTHOR ID: *39761999800*

Марина ЧУРСАНОВА
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Берестейський 37, м. Київ, Україна, 03056
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0001-6977-7473*
SCOPUS AUTHOR ID: *35179113800*

Бібліографічний опис статті: Лінчевський, І., Чурсанова, М. (2025). Визначення енергії магнітного поля тороїдальної котушки з феромагнітним осердям. *Фізика та освітні технології*, 2, 69–77, doi: https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10

ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТОРОЇДАЛЬНОЇ КОТУШКИ З ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ

У статті продемонстрована методика врахування нелінійної залежності відносної магнітної проникності феромагнетику від напруженості магнітного поля при визначення енергії поля та індуктивності котушки на тороїдальному осерді. На відміну від спрощеної фізичної моделі котушки, де автори використовують усереднене значення відносної магнітної проникності $\langle\mu\rangle$*, показано, що результат розрахунку визначається функцією* $\frac{\mu(H)}{H}$*, і є більш коректним ніж за середнім значенням відносної магнітної проникності. У прикладах для розрахунку параметрів котушки використані довідникові залежності індукції магнітного поля від його напруженості для феромагнітного матеріалу ARMCO.*

Розбіжності в отриманих результатах для енергії поля та індуктивності котушки за нашою методикою та за класичним методом з використанням середнього значення відносної магнітної проникності суттєво залежать від меж між максимальним та мінімальними значеннями напруженості магнітного поля в осерді. Отримано, що розбіжності у визначені енергії магнітного поля в осерді котушки за запропонованою методикою та в порівнянні з результатами за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною можуть сягати 30 %., При цьому, знак таких розбіжностей теж залежить від сили струму, або від меж зміни напруженості магнітного поля в площі поперечного перерізу осердя. Розбіжності як в значеннях енергії поля, так і індуктивності котушки зростають до 34 % при збільшенні співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя, в порівнянні з результатами де магнітна проникність вважається незмінною.

Використання програмного забезпечення при визначені площі фігур під графіками функцій допомагає спростити окремі розрахунки та підвищити точність отриманих результатів. Визначено напрямок використання методики визначення енергії та індуктивності котушки в розрахунково-графічній роботі, для якої студент зможе використовувати криву намагнічування, отриману під час виконання лабораторної роботи.

Ключові слова: *крива намагнічування, енергія магнітного поля, індуктивність, феромагнетик, індукція магнітного поля, тороїдальне осердя.*

© І. Лінчевський, М. Чурсанова, 2025
Стаття поширюється на умовах ліцензії CC BY 4.0

Igor LINCHEVSKYI
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of General Physics, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37 Beresteiskyi ave., Kyiv, Ukraine, 03056
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0002-2896-9580*
SCOPUS AUTHOR ID: *39761999800*

Maryna CHURSANOVA
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of General Physics and Modelling of Physical Processes, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",37 Beresteiskyi ave., Kyiv, Ukraine, 03056
ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0001-6977-7473*
SCOPUS AUTHOR ID: *35179113800*

To cite this article: Linchevskyi, I., Chursanova, M. (2025). Vyznachennia enerhii mahnitnoho polia toroidalnoi kotushky z feromahnitnym oserdiam [Determination of the magnetic field energy of a toroidal coil with a ferromagnetic core]. *Physics and Educational Technology*, 2, 69–77, doi: https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10

DETERMINATION OF THE MAGNETIC FIELD ENERGY OF A TOROIDAL COIL WITH A FERROMAGNETIC CORE

The article demonstrates a method for taking into account the nonlinear dependence of the relative magnetic permeability of a ferromagnet on the magnetic field strength when determining the field energy and inductance of a coil on a toroidal core. Unlike the simplified physical model of the coil, where the authors use the average value of the relative magnetic permeability ⟨μ⟩, it is shown that the calculation result is determined by the function $\frac{\mu(H)}{H}$, *and is more correct than by the average value of the relative magnetic permeability. In the examples for calculating the coil parameters, reference dependences of the magnetic field induction on its strength for the ARMCO ferromagnetic material are used.*

The differences in the results obtained for the field energy and inductance of the coil according to our method and according to the classical method using the average value of the relative magnetic permeability significantly depend on the boundaries between the maximum and minimum values of the magnetic field strength in the core. It was found that the differences in the determination of the magnetic field energy in the core of the coil according to the proposed method and in comparison with the results according to the simplified method, where the magnetic permeability is considered unchanged, can reach 30 %., At the same time, the sign of such differences also depends on the current strength, or on the limits of change in the magnetic field strength in the cross-sectional area of the core. The differences in both the field energy values and the coil inductance increase to 34 % with an increase in the ratio of the outer and inner radii of the core, compared with the results where the magnetic permeability is considered unchanged.

The use of software when determining the area of figures under function graphs helps to simplify individual calculations and increase the accuracy of the results obtained. The direction of using the method of determining the energy and inductance of a coil in computational and graphical work has been determined, for which the student will be able to use the magnetization curve obtained during laboratory work.

Key words: *magnetization curve, magnetic field energy, inductance, ferromagnet, magnetic field induction, toroidal core*

Актуальність проблеми. При викладанні розділу «Електромагнетизм» з курсу загальної фізики у технічних закладах вищої освіти особливий інтерес представляють задачі на розрахунок магнітних характеристик котушки на тороїдальному осерді, оскільки така конструкція найчастіше використовується в електротехнічних пристроях. Тороїдальна геометрія котушки зумовлює неоднорідність магнітного поля в її осерді. При цьому, автори методичних видань уникають задач, де осердя виконано з феромагнітного матеріалу, і пропонують вважати, що умовне осердя є діа- або парамагнітним середовищем, відносна магнітна проникність μ якого є незалежною від напруженості магнітного поля (Serway, 2007, p. 847, p.917, p.920; Мілих, 2021, с. 61). В той же час, на практиці в дроселях, котушках індуктивності тощо широко використовуються саме феромагнітні матеріали, але їх відносна магнітна проникність μ є нелінійною функцією напруженості магнітного поля, аналітичний вираз якої невідомий.

Таким чином, актуальність проблеми полягає у розв'язанні практичної задачі визначення енергії магнітного поля та індуктивності тороїдальної котушки з феромагнітним осердям з врахуванням кривої намагнічування матеріалу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задача розрахунку магнітних параметрів, таких як магнітний потік, енергія магнітного поля, індуктивність котушки, для неоднорідного магнітного поля у нелінійному магнітному середовищі є досить складною. Наближення μ = const при феромагнітному осерді скоріш є допустимим лише в сильних магнітних полях, де відносна магнітна проникність стає менш залежною від напруженості магнітного поля. Для розгляду параметрів котушки в усьому робочому діапазоні використовують методи математичного моделювання – метод скінченних різниць (Мілих, 2021), метод скінченних елементів (Salas, 2013; Zurek, 2008; Suárez, 2024). Проте, дану задачу можна вирішити та адоптувати до курсу загальної фізики за допомогою використання графоаналітичного методу.

Графоаналітичний метод поєднує візуалізацію фізичних залежностей з розрахунком фізичних величин за допомогою кількісного аналізу побудованих графіків. Даний метод у викладанні фізики розглядався у методичних (Величко, 2002) та наукових публікаціях (Susac, 2017; Stefanel, 2019), більш того, великим інтересом користується суміщення графічного методу з сучасними цифровими інструментами (Рябко, 2020; Ivanjek, 2024), які дозволяють підвищити швидкість та точність розрахунків та сприяють оволодінню студентами навиками сучасних цифрових технологій у фізиці.

Мета даного дослідження полягає у розробці методики визначення енергії поля та індуктивності котушки з тороїдальним феромагнітним осердям з врахуванням основної кривої намагнічування матеріалу та неоднорідності магнітного поля. У обчисленнях, де аналітичне отримання виразу неможливе, наша методика включає застосування графоаналітичного методу, реалізованого за допомогою цифрових інструментів. Такими засобами для побудови та обробки графіків можуть бути доступні он-лайн ресурси – GeoGebra, Google Sheets тощо.

Для знаходження відносної магнітної проникності μ феромагнітного осердя скористаємося відомими довідниковими залежностями індукції магнітного поля від його напруженості $B(H)$, наприклад (ARMCO, 2022). Слід зазначити, що одночасно з практичною підготовкою з курсу фізики студенти виконують цикл лабораторних робіт, і можуть використати криву намагнічування $B(H)$, експериментально одержану під час виконання лабораторної роботи «Вивчення гістерезису феромагнітних матеріалів» (Скіцько, 2024). Це сприятиме розумінню студентами взаємозв'язку між реальними дослідами та розрахунковими задачами.

Виклад основного матеріалу дослідження. Відомо, що енергія неоднорідного магнітного поля W в об'ємі V може бути виражена через його об'ємну густину ω

$$W_B = \int_V \omega \partial V, \tag{1}$$

де $\omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м, μ – відносна магнітна проникність, ∂V – елемент об'єму, H – напруженість магнітного поля.

Дослідженню підлягає котушка індуктивності, схематично зображена на рис. 1.

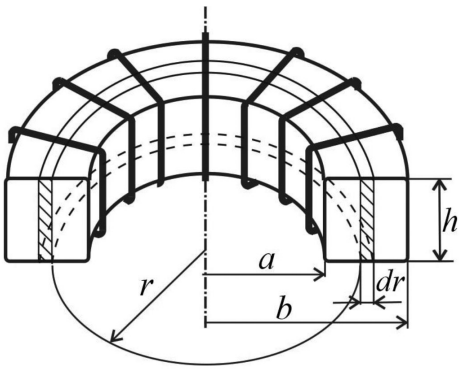


Рис. 1. Конструкція котушки індуктивності з тороїдальним осердям: *a*, *b* – внутрішній та зовнішній радіуси осердя, *h* – його висота, *r*, *dr* – радіус та товщина елементу об'єму у вигляді циліндричного шару

Джерелом магнітного поля є струм I у витках котушки. Оскільки цей струм за своєю природою є струмом провідності, то спочатку треба знайти напруженість магнітного поля H. Для цього скористаємося теоремою про циркуляцію вектора $\vec{H}$ (Serway, 2007):

$$\oint_{L_1} \vec{H} d\vec{l} = \sum I. \tag{2}$$

Замкнений контур L_1 вибираємо у вигляді кола радіуса r, рис. 1. Тоді рівняння (2) набуває

вигляду: $H2\pi r = NI$, де N – кількість витків. Відповідно, напруженість магнітного поля:

$$H = NI/2\pi r. \quad (3)$$

З врахуванням, що радіус осердя знаходиться в межах $a \le r \le b$, це означає, що напруженість магнітного поля буде різною в межах поперечного перерізу осердя і залежить від радіусу $H(a) \ge H(r) \ge H(b)$, де

$$H(a) = NI/NI2\pi a; \quad H(b) = NI/2\pi b. \quad (4)$$

Використаємо зв'язок між індукцією B та напруженістю магнітного поля: $\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}$. Тут ми стикаємося з труднощами у визначені магнітної індукції. Для феромагнетиків першоосновою для визначення μ є крива намагнічування $B(H)$, приклад якої наведено на рис. 2. для заліза ARMCO (ARMCO, 2022). Залізо ARMCO (American Rolling Mill Company) використовується при виготовленні магнітопроводів сучасного електротехнічного обладнання – електромагнітів, трансформаторів, генераторів, електродвигунів, дроселів, реле, стабілізаторів тощо.

Виходячи з кривої намагнічування можна визначити статичну відносну магнітну проникність. Вона пропорційна тангенсу кута нахилу січної, проведеної з початку координат через відповідну точку на основній кривій намагнічування $\mu(H) = \dfrac{B}{\mu_0 H}$.

Граничне значення магнітної проникності при напруженості магнітного поля, що прямує до нуля ($H \le 0{,}1$ А/м), називають початковою магнітною проникністю $\mu_П$. Експериментально її визначають у слабких магнітних полях з напруженістю порядку 0,1 А/м.

Крутизну окремих ділянок кривої намагнічування характеризують диференціальною відносною магнітною проникністю, для визначення якої користуються формулою

$$\mu(H) = \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial B}{\partial H}. \quad (5)$$

Відмітимо, що за наявності сталого магнітного поля підмагнічування ми використовуємо диференціальну відносну магнітну проникність. Результат знаходження залежності диференціальної магнітної проникності $\mu(H)$ у відповідності до графіку $B(H)$ за допомогою графоаналітичного методу (через тангенс кута нахилу дотичної до побудованого графіка при різних значеннях H) наведено на рис. 3.

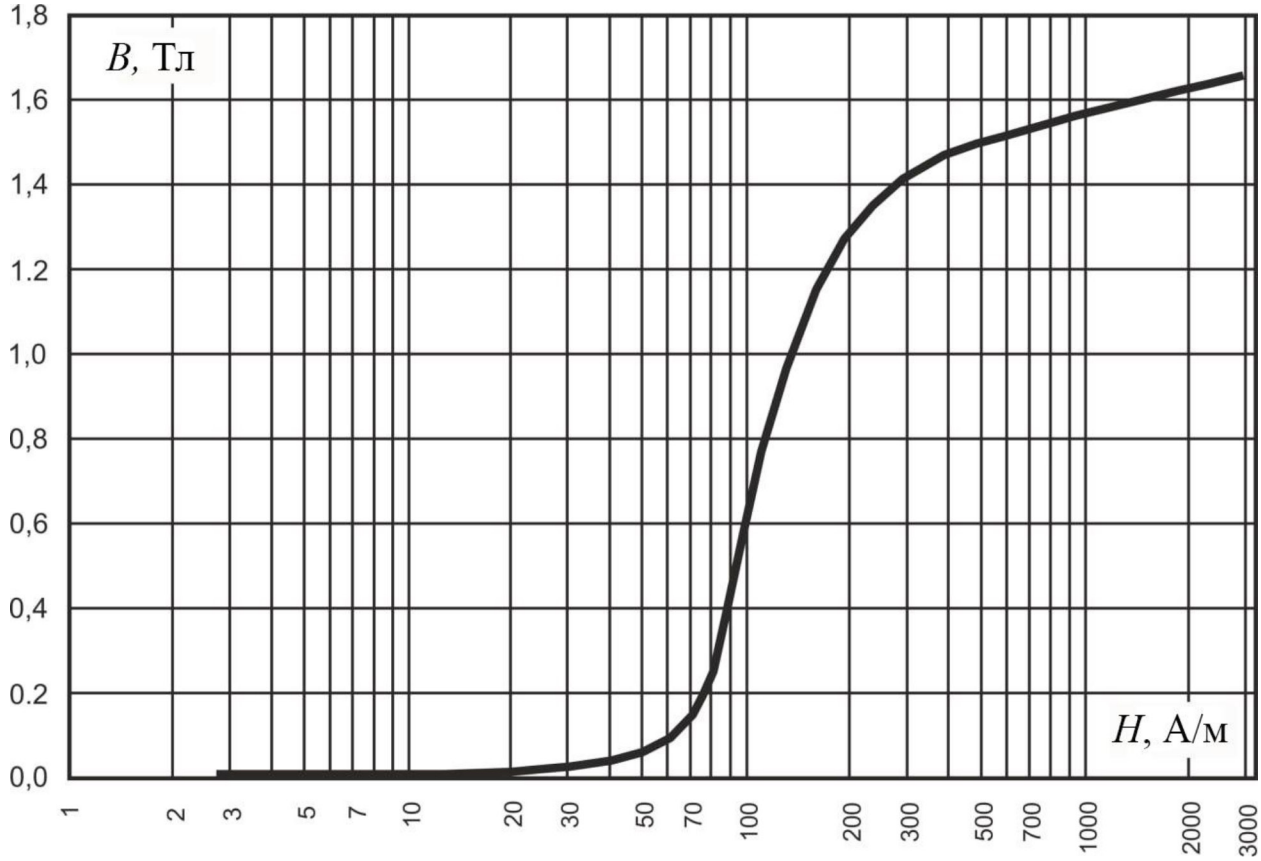


Рис. 2. Основна крива намагнічування технічно чистого заліза ARMCO

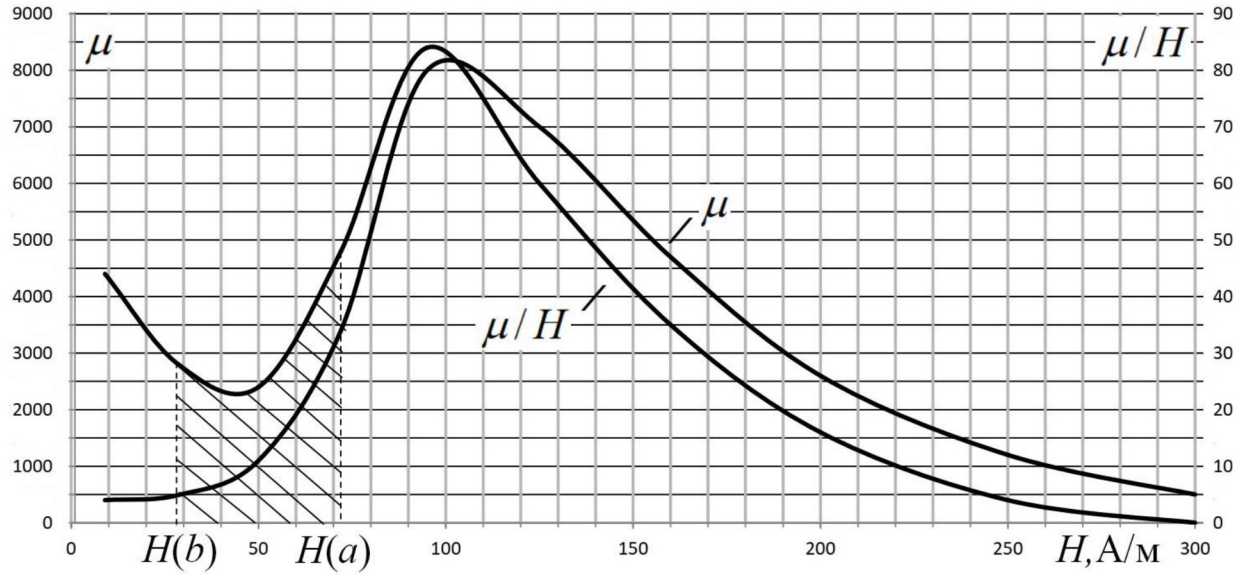


Рис. 3. Залежність відносної диференціальної магнітної проникності μ(*H*) та функції μ(*H*)/*H* від напруженості поля для заліза ARMCO

Для знаходження повного магнітного потоку, врахуємо, що відповідно (3): $H = \frac{NI}{2\pi r}$, звідки $dr = \frac{-NI}{2\pi H^2} dH$. Знак мінус пояснюється тим, що зі зростанням радіусу r напруженість поля спадає. З врахуванням виразу (1) енергія поля в об'ємі осердя може бути визначена як:

$$W_B = \int_{r=a}^{b} \frac{\mu(H)\mu_0 H^2 h 2\pi r dr}{2} = \\ = \frac{\mu_0 h N^2 I^2}{4\pi} \int_{H(b)}^{H(a)} \frac{\mu(H)}{H} dH. \quad (6)$$

Оскільки в нашому розпорядженні відсутній аналітичний вираз μ(*H*), то скористаємося графоаналітичним методом визначення інтегралу у виразі (6). Для цього спочатку побудуємо графік, де по осі ординат відкладаємо $\frac{\mu(H)}{H}$, а по осі абсцис напруженість поля *H*. Не забуваємо, що межі змін *H*(*r*) знаходяться в інтервалі $H(a) \geq H(r) \geq H(b)$. Подібний графік, побудований відповідно до графіку μ(*H*), зображено на рис. 3. Для підвищення точності графік бажано виконати на міліметровому папері. З метою обчислення площі криволінійної трапеції під графіком функції μ(*H*)/*H* у заданих межах можна скористатися цифровими інструментами, наприклад, GeoGebra. Особливість полягає у тому, що залежності *B*(*H*), μ(*H*), μ(*H*)/*H* для магнітного поля у феромагнетику неможливо апроксимувати стандартною поліноміальною функцією для цифрових обчислень. Тому, ми розбили робочий діапазон на області, в межах яких це можна було зробити, і в підсумку отримали обчислені площі.

Розрахунковий приклад. За умовою завдання котушка намотана на тороїдальному осерді, рис. 1, з заліза ARMCO. Основна крива намагнічування задана на рис. 2. Розміри осердя: внутрішній та зовнішній радіуси a = 2 см, b = 6 см, висота h = 4 см. Кількість витків N = 30. Сила струму підмагнічування I = 0,3 А. Визначимо енергію котушки та індуктивність.

Розв'язання задачі. За формулою (4) визначаємо межі зміни напруженості поля підмагнічування, що в наведеному прикладі складають $H(a)$ = 72 А/м; $H(b)$ = 28,6 А/м. Знайдені крайні значення напруженості поля відкладаємо на рис. 3 і будуємо криволінійну трапецію на графіку $\frac{\mu(H)}{H}$, яка показана штриховою лінією. Далі за клітинками визначаємо площу цієї трапеції, яка відповідає значенню інтегралу $\int_{H(b)}^{H(a)} \frac{\mu(H)}{H} dH = 1{,}09 \cdot 10^3$. За виразом (6) отримаємо значення енергії W_B = 0,35 мДж. Користуючись звязком між енергією та індуктивністю котушки $W_B = \frac{LI^2}{2}$, можна визначити індуктивність котушки

$$L = \frac{2W_B}{I^2}. \quad (7)$$

Відповідно до формулі (7) індуктивність $L = 7{,}85$ мГн.

Для прикладу, зміна струму підмагнічування до $I = 0{,}5$ А призводить до зміни енергії магнітного поля та значення індуктивності $L = 191$ мГн. За класичним підходом знаходження енергії магнітного поля та індуктивності котушки з тороїдальним осердям, де використовується середнє значення відносної магнітної проникності $\langle\mu\rangle$, енергію та індуктивність обчислюємо за формулами:

$$W_B = \int_a^b \frac{\langle\mu\rangle\mu_0 H^2 2\pi r h dr}{2} = \frac{\langle\mu\rangle\mu_0 h N^2 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}, \quad (8)$$

$$L = \frac{\langle\mu\rangle\mu_0 h N^2}{2\pi}\ln\frac{b}{a}, \quad (9)$$

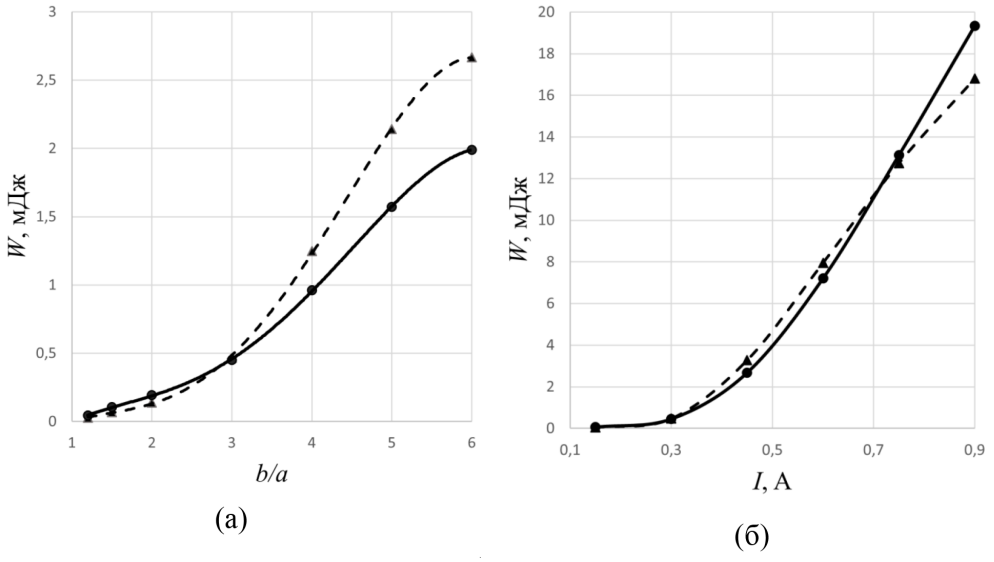
де $\langle\mu\rangle = \dfrac{\int_{H(b)}^{H(a)} \mu dH}{H(a) - H(b)}$. Підрахунки індуктивності за формулами (8) та (9) дають результати 0,44 мДж та 9,9 мГн при струмі 0,3 А, та 4,53 мДж та 36,3 мГн при струмі 0,5 А.

Нижче наведені результати досліджень залежності енергії та індуктивності котушки від сили струму в витках котушки та від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя за нашою методикою (формули (6),(7)). Далі, отримані результати порівняли з результатами отриманими за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною (формули (8), (9)). Отримані результати наведені в таблиці 1 та на рис. (4)–(6).

Таблиця 1

Енергія магнітного поля та індуктивність котушки, обчислених за формулами (6), (7) та формулами (8), (9) для різних значень співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя *b*/*a*

b = **6 см**	a, **см**	b/a	$H(a)$, **А/м**	$H(b)$, **А/м**	$\langle\mu\rangle$	W_B, **мДж** **За формулою (6) (8)**		L, **мГн** **За формулою (7) (9)**	
6	1	6	143	23,8	4515	1,99	2,67	44,3	59
6	1,2	5	119,4	23,8	4104	1.57	2,14	34,9	47,6
6	1,5	4	95	23,8	2780	0,96	1,25	21,4	27,7
6	2	3	71,66	23,8	1311	0,45	0,47	10,0	10,3
6	3	2	47,7	23,8	624	0,2	0,14	4,3	3,1
6	4	1,5	35,8	23,8	512	0,1	0,067	2,4	1,5
6	5	1,2	28,6	23,8	478	0,046	0,028	1,02	0,62
Сила струму, $I = 0{,}3$А; Параметри котушки у всіх розрахунках: $h = 4$ см, $N = 30$									



(а) (б)

Рис. 4. Залежність енергії котушки: а) від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів при силі струму 0,3 А; б) від сили струму при *b*/*a* = 6/2: суцільна лінія – за формулою (6), пунктирна – за формулою (8)

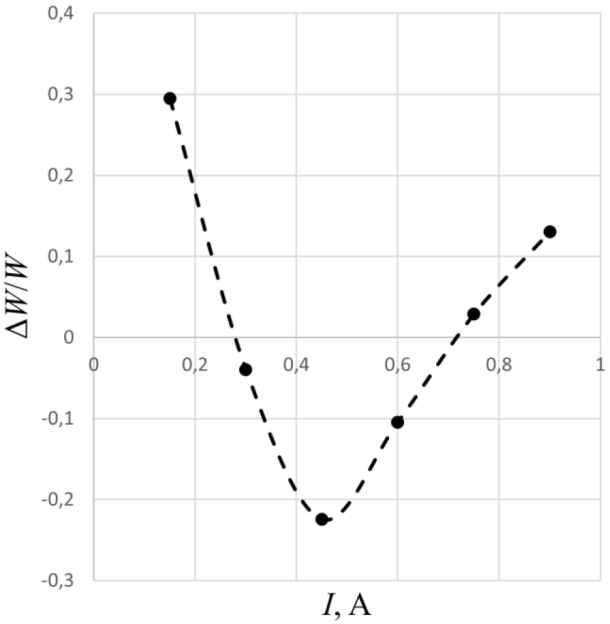


Рис. 5. Залежність відносної різниці енергій, визначених за формулами (6) та (8) $\Delta W/W$ від сили струму I при співвідношенні зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя $b/a = 6/2$

Висновки і перспективи подальших досліджень. В результаті використання графоаналітичного методу визначення енергії поля та індуктивності котушки на тороїдальному осерді продемонстрована методика врахування нелінійної залежності відносної магнітної проникності феромагнетику від напруженості магнітного поля.

Розбіжності у визначені енергії магнітного поля від сили струму в витках котушки за запропонованою методикою та в порівнянні з результатами за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною можуть сягати 30 %. При цьому знак таких розбіжностей теж залежить від сили струму, або від крайніх значень напруженості магнітного поля на графіку залежності відносної магнітної проникності від параметрів поля.

Розбіжності в результатах по визначенню енергії поля в осерді, і індуктивності котушки в порівнянні з результатами де магнітна проникність вважається незмінною, зростають до 34 % при збільшенні співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя. Останній результат легко пояснити зростанням неоднорідності поля в межах внутрішнього та зовнішнього радіусів осердя.

На відміну від спрощеної фізичної моделі котушки, де авторами пропонується використовувати усереднене значення відносної магнітної проникності, результат розрахунку визначається функцією $\frac{\mu(H)}{H}$, є більш коректним ніж за середнім значенням $\langle\mu\rangle$. Розбіжності в отриманих результатах по розрахунку енергії поля та індуктивності за нашою методикою та за класичним методом з використанням $\langle\mu\rangle$ суттєво залежать від меж між максимальним

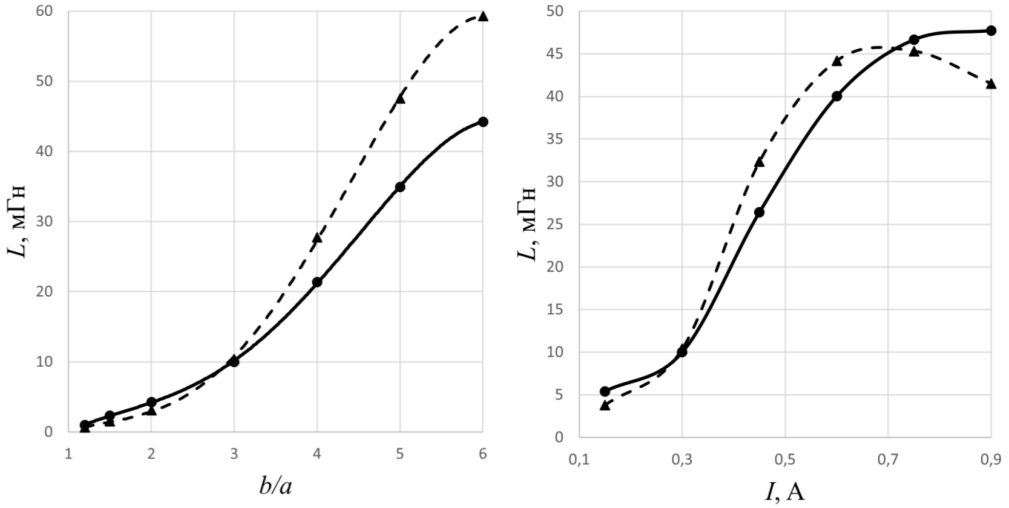


Рис. 6. Залежність індуктивності котушки: а) від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів при силі струму 0,3 А; б) від сили струму при $b/a = 6/2$: суцільна лінія –за формулою (7), пунктирна – за формулою (9)

та мінімальними значеннями напруженості магнітного поля.

Використання цифрових інструментів при визначені площі фігур під графіками функцій допомагає спростити окремі розрахунки та підвищити точність отриманих результатів.

У подальшому ми плануємо використати запропоновану методику визначення енергії та індуктивності котушки в розрахунково-графічній роботі, для якої студент буде використовувати криву намагнічування, отриману під час виконання лабораторного експерименту.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Serway R. A., Jewett J. W., Jr. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics (7th ed.). Belmont, CA : Brooks/Cole, Cengage Learning, 2007. 1504 p.

2. Мілих В. І. Розрахунки магнітних полів в електротехнічних пристроях : навчальний посібник. Харків, 2021. 136 с.

3. Salas R. A., Pleite J. Simple procedure to compute the inductance of a toroidal ferrite core from the linear to the saturation regions. *Materials*. 2013. Vol. 6. Iss. 6. P. 2452–2463. DOI: https://doi.org/10.3390/ma6062452

4. Zurek S., Al-Naemi F., Moses A. J. Finite-element modeling and measurements of flux and eddy current distribution in toroidal cores wound from electrical steel. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2008. Vol. 44. Iss. 6. P. 902–905. DOI: http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2007.916232

5. Suárez R., Tijero M., Moreno R., González J.M. Modeling methodology of magnetic toroidal cores for 3-D FEM full-wave simulation up to 100 MHz. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2024. Vol. 39. Iss. 8. P. 9638–9649. DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2024.3399830

6. Величко С. П., Сальник І. В. Графічний метод дослідження природних явищ у навчанні фізики : навчальний посібник для студентів педагогічних вищих навчальних закладів освіти. Кіровоград : РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2002. 167 с.

7. Susac A., Bubic A., Martinjak P., Planinic M., Palmovic M. Graphical representations of data improve student understanding of measurement and uncertainty: An eye-tracking study. *Physical Review Physics Education Research*. 2017. Vol. 13(2), P. 020125. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020125

8. Stefanel A. Graph in physics education: from representation to conceptual understanding. *Mathematics in Physics Education* / G. Pospiech, M. Michelini, BS. Eylon (eds). Cham : Springer, 2019. P. 195–231. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9_9

9. Рябко А. В., Толмачов В. С., Прокопець Т. О. Застосування інформаційних технологій для побудови та аналізу графіків у процесі вивчення курсу загальної фізики. *Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету*. 2020. № 9. С. 104–120. DOI: https://doi.org/10.28925/2414-0325.2020.9.9

10. Ivanjek L., Perl-Nussbaum D., Solvang L., Yerushalmi E., Pospiech G. Enhancing mathematization in physics education by digital tools. *Physics Education Today. Challenges in Physics Education* / C. Fazio, P. Logman (eds). Cham : Springer, 2024. P. 35–53. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8_3

11. ARMCO® Pure Iron High Purity Iron Product Data Bulletin. AK Steel International, 2022. Pp. 1–20. URL: https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf_productdata__armco_pure_iron_pdb_euro_final_072022_92.pdf

12. Скіцько І. Ф., Бруква Н. М. Фізика. Електромагнетизм. Оптика : лабораторний практикум : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. 428 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/6769

REFERENCES:

1. Serway, R. A., Jewett, J. W., Jr. (2007). Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics (7th ed.). Belmont, CA : Brooks/Cole, Cengage Learning. 1504 p.

2. Milykh, V. I. (2021). Rozrakhunky mahnitnykh poliv v elektrotekhnichnykh prystroyakh : navchal′nyy posibnyk [Calculations of magnetic fields in electrical devices: textbook]. Kharkiv. 136 p. [in Ukrainian].

3. Salas, R. A., & Pleite, J. (2013). Simple procedure to compute the inductance of a toroidal ferrite core from the linear to the saturation regions. *Materials*. Vol. 6(6). P. 2452–2463. DOI: https://doi.org/10.3390/ma6062452

4. Zurek, S., Al-Naemi, F., & Moses, A.J. (2008). Finite-element modeling and measurements of flux and eddy current distribution in toroidal cores wound from electrical steel. *IEEE Transactions on Magnetics*. Vol. 44, Iss. 6. P. 902–905. DOI: http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2007.916232

5. Suárez, R., Tijero, M., Moreno, R., & González, J. M. (2024). Modeling methodology of magnetic toroidal cores for 3-D FEM full-wave simulation up to 100 MHz. *IEEE Transactions on Power Electronics*. Vol 39(8). P. 9638–9649. DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2024.3399830 [in English].

6. Velychko, S. P., & Salnyk, I. V. (2002). Hrafichnyy metod doslidzhennya pryrodnykh yavyshch u navchanni fizyky : navchal′nyy posibnyk dlya studentiv pedahohichnykh vyshchykh navchal′nykh zakladiv osvity [Graphical method of

studying natural phenomena in teaching physics: textbook for students of pedagogical higher educational institutions]. Kirovograd : V. Vynnychenko RVTS KDPU. 167 p. [in Ukrainian].

7. Susac, A., Bubic, A., Martinjak, P., Planinic, M., Palmovic, M. (2017). Graphical representations of data improve student understanding of measurement and uncertainty: An eye-tracking study. *Physical Review Physics Education Research*. Vol. 13(2). P. 020125. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020125

8. Stefanel, A. (2019). Graph in physics education: from representation to conceptual understanding. In: *Mathematics in Physics Education* / G. Pospiech, M. Michelini, BS. Eylon (eds). Springer, Cham. pp 195–231. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9_9

9. Ryabko, A. V., Tolmachov, V. S., & Prokopets, T. O. (2020). Zastosuvannya informatsiynykh tekhnolohiy dlya pobudovy ta analizu hrafikiv u protsesi vyvchennya kursu zahal′noyi fizyky [Application of information technologies for plotting and analyzing graphs in the process of studying the general physics course]. *Vidkryte osvitnye e-seredovyshche suchasnoho universytetu – Open educational e-environment of modern University*. No. 9. P. 104–120. DOI: https://doi.org/10.28925/2414-0325.2020.9.9 [in Ukrainian].

10. Ivanjek, L., Perl-Nussbaum, D., Solvang, L., Yerushalmi, E., & Pospiech, G. (2024). Enhancing mathematization in physics education by digital tools. In: *Physics Education Today. Challenges in Physics Education*. / C. Fazio, P. Logman (eds). Springer, Cham. pp. 35–53. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8_3

11. ARMCO® Pure Iron High Purity Iron Product Data Bulletin. AK Steel International. (2022). Pp. 1–20. Retrieved from: https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf_productdata__armco_pure_iron_pdb_euro_final_072022_92.pdf

12. Skitsko, I. F., & Brukva, N. M. (2024). Fizyka. Elektromahnetyzm. Optyka : laboratornyy praktykum : navchal′nyy posibnyk Physics. Electromagnetism. Optics : laboratory practice : textbook]. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute. 428 p. Retrieved from: https://ela.kpi.ua/handle/123456789/6769. [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 11.09.2025
Дата прийняття статті: 27.09.2025
Опубліковано: 30.12.2025