

Волинський національний університет  
імені Лесі Українки

# **ФІЗИКА ТА ОСВІТНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

Випуск 2



Видавничий дім  
«Гельветика»  
2025

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

**Мирончук Галина Леонідівна** – доктор фізико-математичних наук, професор, директор навчально-наукового фізико-технологічного інституту Волинського національного університету імені Лесі Українки (головний редактор);

**Галян Володимир Володимирович** – доктор фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій Волинського національного університету імені Лесі Українки;

**Головацький Володимир Анатолійович** – доктор фізико-математичних наук професор, професор кафедри теоретичної фізики та комп'ютерного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича;

**Голодюк Лариса Степанівна** – доктор педагогічних наук, доцент, заступник директора з науково-методичної діяльності КЗ «Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського»;

**Заболотний Володимир Федорович** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики і методики навчання фізики, астрономії Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського;

**Кажукаускас Вайдотас** – доктор фізико-математичних наук, професор, головний науковий співробітник групи дослідження фотоелектричних явищ Інституту фотоніки та нанотехнологій Вільнюського університету, м. Вільнюс, Литовська Республіка;

**Кевшин Андрій Григорович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник директора з наукової роботи навчально-наукового фізико-технологічного інституту Волинського національного університету імені Лесі Українки;

**Озга Катаржина** – доктор наук, професор Ченстоховського політехнічного університету, м. Ченстохова, Республіка Польща;

**Пясецький Міхал Войцех** – доктор наук, професор Гуманітарно-природничого університету імені Яна Длугоша в Ченстохові, м. Ченстохова, Республіка Польща;

**Рудиш Мирон Ярославович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник кафедри загальної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка;

**Савош Валентин Олексійович** – кандидат педагогічних наук, завідувач відділу фізико-математичних дисциплін Волинського інституту післядипломної педагогічної освіти;

**Сахнюк Василь Євгенович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки;

**Сільвейстр Анатолій Миколайович** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри фізики і методики навчання фізики, астрономії Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського;

**Сосницька Наталія Леонідівна** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики і фізики Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного;

**Трифорова Олена Михайлівна** – доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри природничих наук та методик їхнього навчання Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

**Хижун Олег Юліанович** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу спектроскопії поверхні новітніх матеріалів Інституту проблем матеріалознавства імені І.М. Францевича Національної академії наук України;

**Шигорін Павло Павлович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки;

**Юхимчук Володимир Олександрович** – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу оптики і спектроскопії напівпровідникових і діелектричних матеріалів Інституту фізики напівпровідників імені В.С. Лашкарьова;

**Яцюк Світлана Миколаївна** – кандидат педагогічних наук, доцент, декан факультету інформаційних технологій і математики Волинського національного університету імені Лесі Українки.

Журнал ухвалено до друку Вченою радою  
Волинського національного університету імені Лесі Українки  
**29 грудня 2025 р., протокол № 16**

Науковий журнал «Фізика та освітні технології»  
zareєстровано Національною радою України з питань телебачення і радіомовлення  
(Рішення № 1834 від 21.12.2023 року. Ідентифікатор медіа: R30-02336)

Суб'єкт у сфері друкованих медіа – Волинський національний університет імені Лесі Українки  
(просп. Волі, буд. 13, м. Луцьк Волинської обл., 43025, post@vnu.edu.ua, тел. (0332) 720123).

Періодичність: 2 рази на рік.  
Мови видання: українська, англійська, німецька, польська, іспанська, французька, болгарська.

«Фізика та освітні технології» включено до Переліку наукових фахових видань України категорії Б у галузі освіти/педагогіка (спеціальності А4 – Середня освіта (за предметними спеціальностями); Е5 – Фізика та астрономія; Е6 – Прикладна фізика та наноматеріали) відповідно до Наказу МОН України № 1290 від 30 листопада 2021 року (додаток 3); Наказу МОН України № 530 від 06 червня 2022 року (додаток 2).

Офіційний сайт видання: [www.journals.vnu.volyn.ua/index.php/physics](http://www.journals.vnu.volyn.ua/index.php/physics)

Статті у виданні перевірені на наявність плагіату за допомогою програмного забезпечення StrikePlagiarism.com від польської компанії Plagiat.pl.

ISSN 2786-5444 (print)  
ISSN 2786-5452 (online)

© Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2025

УДК 519.7+004.8

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-1>**Олег ВІЛІГУРСЬКИЙ**

старший викладач кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського,  
Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл.,  
Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0008-3763-2577>

**Бібліографічний опис статті:** Вілігурський, О. (2025). Деякі способи протидії системи безпілотних літальних апаратів засобам радіоелектронної боротьби. *Фізика та освітні технології*, 2, 3–7, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-1>

## ДЕЯКІ СПОСОБИ ПРОТИДІЇ СИСТЕМИ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ЗАСОБАМ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ БОРОТЬБИ

Однією з серйозних проблем, які з часу початку сучасної російсько-української війни (від 2014 року) доводиться вирішувати постійно, є протидія засобам радіоелектронної боротьби (РЕБ). Оскільки має місце постійне вдосконалення як літальних апаратів (пілотованих і безпілотних), так і засобів боротьби з ними, то ця проблема найближчими роками не втрачатиме актуальності. Основні способи протидії: криптографічний захист сигналу, частотна агрегація, використання фізичних бар'єрів, автономні режими польоту (з закриттям усіх радіоканалів зв'язку з оператором), створення унікального програмного забезпечення для БПЛА (Шкітов, 2024).

У цій роботі буде розглядається один з варіантів протидії засобам РЕБ, який має на меті зменшити вразливість перед цими засобами не окремого безпілотного літального апарата (БПЛА), а належним чином сконфігурованої системи з багатьох БПЛА, яку можна розглядати як «рій дронів» чи «хмару дронів». Пропонується система, де окремі бойові БПЛА за допомогою радіосигналів або оптичного зв'язку керуються центральним дроном. Зв'язок з оператором (через електромагнітне випромінювання у радіо-діапазоні чи через оптоволокну) має лише центральний дрон. У межах «рою» характерні відстані для передачі сигналу є малими (порядку метрів), тож передача сигналів між літальними апаратами є менш вразливою, ніж у випадку зв'язку безпосередньо з оператором. Допускається також такий варіант обміну сигналами, коли літальні апарати об'єднані у мережу; при цьому віддалені елементи «рою» можуть не бути безпосередньо пов'язані з центральним апаратом. Тобто може мати місце щось на зразок двовимірної кристалічної структури із взаємодією найближчих (чи близьких) сусідів. Тривимірна структура видається менш доцільною з точки зору ефективності застосування засобів враження окремих БПЛА, але може бути доречною, якщо на дрони-сателіти покласти також функцію захисту центрального дрона. Способи захисту каналів обміну інформацією між центральним дроном і оператором у роботі не розглядаються.

**Ключові слова:** електродинаміка, теорія випромінювання, безпілотні літальні апарати, радіоелектронна боротьба.

**Oleh VILIHURSKYI**

Senior Teacher at the Department of Theoretical and Computer Physics named after A.V. Svidzynskyi,  
Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0008-3763-2577>

**To cite this article:** Vilihurskyi, O. (2025). Deiaiki sposoby protydii systemy bezpilotnykh litalnykh aparativ zasobam radioelektronnoi borotby [Some methods of countering the effects of unmanned aircraft systems against electronic warfare devices]. *Physics and Educational Technology*, 2, 3–7, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-1>

## SOME METHODS OF COUNTERING THE EFFECTS OF UNMANNED AIRCRAFT SYSTEMS AGAINST ELECTRONIC WARFARE DEVICES

*One of the serious problems that has had to be solved constantly since the beginning of the modern Russian-Ukrainian war (since 2014) is the counteraction to electronic warfare (EW) means. Since there is a constant improvement of both aircraft (manned and unmanned) and means of combating them, this problem will not lose its relevance in the coming years. The main methods of counteraction: cryptographic signal protection, frequency aggregation, the use of physical barriers, autonomous flight modes (with the closure of all radio channels of communication with the operator), the creation of unique software for UAVs (Shkitov, 2024). This paper will consider one of the options for countering EW means, which aims to reduce the vulnerability to these means not of a single unmanned aerial vehicle (UAV), but of a properly configured system of many UAVs, which can be considered as a "swarm of drones" or "cloud of drones". A system is proposed where individual combat UAVs are controlled by a central drone using radio signals or optical communication. Only the central drone has communication with the operator (via electromagnetic radiation in the radio range or via optical fiber). Within the "swarm", the typical distances for signal transmission are small (of the order of meters), so signal transmission between aircraft is less vulnerable than in the case of direct communication with the operator. A variant of signal exchange is also possible when the aircraft are combined into a network; in this case, remote elements of the "swarm" may not be directly connected to the central device. That is, something like a two-dimensional crystalline structure with the interaction of the nearest (or close) neighbors may take place. A three-dimensional structure seems less appropriate from the point of view of the effectiveness of using means of impressing individual UAVs, but may be appropriate if the satellite drones are also assigned the function of protecting the central drone. Methods of protecting information exchange channels between the central drone and the operator are not considered in the work.*

**Key words:** *electrodynamics, radiation theory, unmanned aerial vehicles, electronic warfare.*

**Актуальність теми.** Засоби РЕБ показують високу ефективність протидії дронам, які обмінюються даними з оператором по радіоканалах. Обмін даними через оптоволокну є не завжди доречним і має свої обмеження. Тож актуальним є питання пошуку нових варіантів протидії засобам РЕБ.

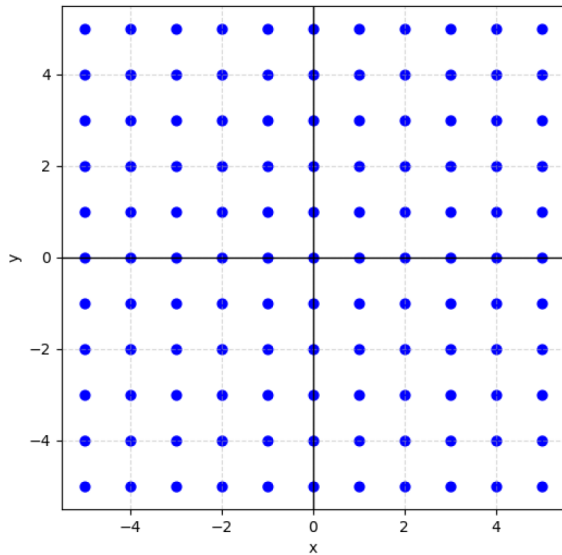
**Метою статті** є дослідження системи невеликих БПЛА, об'єднаних у своєрідну «хмару» чи «рій», які обмінюються даними не безпосередньо з оператором, як проміжну ланку використовують центральний дрон. Зрозуміло, що такий дрон повинен мати більш надійний засіб зв'язку з оператором, але для окремого БПЛА це організувати часто простіше, ніж дбати про протидію РЕБ для кожного бойового дрона.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Система великого числа відносно невеликих дронів з невеликим озброєнням має ряд переваг перед одним літальним апаратом з більшими розмірами і більшою вогневою міццю. Передусім тут йдеться про те, що втрата одного чи кількох БПЛА може залишити боєздатним рій в цілому, тоді як будь-яке пошкодження великого літального апарату, зазвичай, призводить до його втрати. Але у окремо взятого дрона з малими розмірами є суттєвий програш у порівнянні з великим літальним апаратом: неможливість встановлення складної апаратури, яка могла б протидіяти засобам РЕБ (Іваненко, 2023).

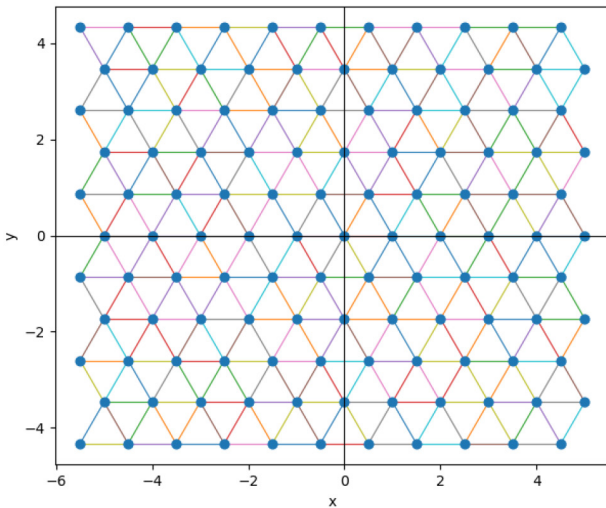
Коли йдеться про радіоелектронну боротьбу, слід розуміти, що йдеться про електромагнітне випромінювання з певним діапазоном довжин хвиль, характерними відстанями, де це випромінювання є ефективним, про передаючі і приймаючі антени тощо. Одним словом, це в значній мірі питання електродинаміки.

Пропонується до подальшого вивчення така система, яка складається з центрального дрона, який має зв'язок з оператором напрямку (чи належним чином максимально захищеним електромагнітним випромінюванням чи за допомогою оптоволокну), а також з системи дронів-сателітів, які знаходяться на невеликій відстані від центрального і обмінюються електромагнітними сигналами лише з ним. Геометрія системи, в принципі, може бути просторовою, але обмежимося випадком, коли система дронів розміщена в горизонтальній площині. Принаймні, з міркувань бойового застосування це видається більш доречним, ніж розміщення дронів у просторі, на різних висотах. Тоді найбільш доцільними є два найбільш прийнятних способи розміщення дронів: по вузлах квадратної ґратки (рис. 1) і по вузлах трикутної ґратки (рис. 2).

Позначимо відстань між найближчими дронами-сусідами через  $a$  (параметр ґратки), число дронів у системі –  $N$ , а характерні лінійні розміри системи –  $2L$ . При цьому вважаємо, що дрони розміщуються в межах кола, радіусу  $L$ .



**Рис. 1. Варіант розташування системи дронів по вузлах квадратної ґратки**



**Рис. 2. Варіант розташування системи дронів по вузлах трикутної ґратки**

У випадку конфігурації, показаної на рис. 1, величини  $a$ ,  $N$  і  $L$  пов'язані так:

$$N_1 \approx \frac{\pi L^2}{a^2}. \quad (1)$$

Ця формула впливає з оцінки числа вузлів квадратної ґратки з параметром  $a$ , які попадають в межі кола, радіусу  $L$ .

У випадку конфігурації, показаної на рис. 2, відповідний зв'язок виражається формулою:

$$N_2 \approx \frac{2\pi L^2}{\sqrt{3}a^2}. \quad (2)$$

(число вузлів трикутної ґратки з параметром  $a$ , які попадають в межі кола, радіусу  $L$ ).

Зауважимо, що  $N_2$  приблизно в 1,15 разів більше за  $N_1$ . Тож трикутна ґратка може бути більш доцільною, оскільки при тій самій максимальній віддаленості  $L$  від центрального дрона міститиме більше число дронів-сателітів.

Зрозуміло, що таке рішення не потребує потужних антен для дронів-сателітів. З огляду на те, що у хвильовій зоні випромінювання густина потоку енергії електромагнітного поля залежить від відстані  $r$  до системи, яка випромінює (антени) за законом  $1/r^2$ , то зрозуміло, при достатньо компактних розмірах системи дронів можна підібрати таку потужність сигналу зв'язку, щоб сигнал зв'язку між центральним дроном і дронами-сателітами суттєво переважав потужність потенційного засобу РЕБ.

Є ще один фізичний механізм, який дозволяє організувати більш захищений перед засобами РЕБ спосіб зв'язку між дронами. Залежність густини потоку електромагнітного випромінювання від відстані у формі  $1/r^2$  має місце для хвильової зони випромінювання (зона Фраунгофера). Тут ми маємо справу з дипольним випромінюванням (Jackson, 1998).

Але поряд з цим, для антени можна виділити реактивну ближню зону де амплітуди електричного і магнітного полів спадають з відстанню за законом  $E, H \sim 1/r^3$ , і радіаційну ближню зону (зону Френеля), де має місце змішана залежність амплітуд поля від відстані (Balanis, 2016).

Якщо позначити характерні розміри антени через  $D$ , а довжину хвилі через  $\lambda$ , то оцінка для межі реактивної ближньої зони є такою:

$$r < 0,62 \sqrt{\frac{D^3}{L}}. \quad (3)$$

А межа початку дальньої зони:

$$r > \frac{2D^2}{L}. \quad (4)$$

Можна зробити оцінку межі початку дальньої зони для робочих частот передачі відео/управління  $\sim 2,4$  ГГц –  $5,8$  ГГц (довжини хвиль  $\lambda \sim 0,052$  м –  $0,125$  м) і розміру антени  $D \approx 0,05$  м чи менше. Тоді бачимо, що відстані далекого поля починається приблизно з 10 см. Зрозуміло, що це надто мала величина для практичної реалізації, але якщо змінити діапазон частот і (що більш дієво) розміри антени, цю відстань все ж можна збільшити до практичних значень (параметр

гратки  $a$  у формулах (1), (2)). Крім того, тут може бути дієвим використання фокусувальних і фазованих елементів (Тсе, 2005).

Зауважимо, що при реалізації системи дронів як на рисунках 1 чи 2, зовсім не обов'язковим є безпосередній зв'язок кожного дрона з центральним. Не надто складною є задача з об'єднання їх у мережу, де кожен дрон може бути посередником при передачі сигналу по мережі.

Зрозуміло, що для дієздатності системи як такої, вона не повинна розриватись на частини (що можливо, наприклад, при втраті кількох дронів, кожен з яких є посередником при передачі сигналів). Характерна кількість дронів, втрата яких є критичною для системи, може бути оцінена як  $2L/a$  (діаметр системи, поділений на відстань між найближчими сусідами).

Ще одним варіантом зв'язку дронів між собою і з центральним дроном є зв'язок в оптичному діапазоні, тобто за посередництвом світлових сигналів. Ефективний радіус взаємодії тут обмежується, фактично, лише умовами прямої видимості (Стущанський, 2024).

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Показано, що система невеликих і відносно дешевих дронів може бути ефективною бойовою одиницею, більш захищеною до засобів радіоелектронної боротьби в порівнянні з незалежними дронами порівняної бойової здатності. В подальшому планується виконати моделювання системи засобами математичного моделювання і системного аналізу, дослідити електродинамічні характеристики комунікації в межах «рою» дронів, а також запропонувати механізми змін конфігурації системи дронів у разі втрати частини елементів.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Шкітов А. А. *Методи захисту радіоканалів БПЛА від несанкціонованого доступу. Збірник наукових праць «Управління розвитком складних систем» Київського національного університету будівництва і архітектури.* № 59, 2024. <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2024.59.242-247>
2. Іваненко Ю. В., Ляшенко О. С., Філімончук Т. В. *Огляд методів керування безпілотними літальними апаратами. Системи управління, навігації та зв'язку. Збірник наукових праць.* Т. 1, № 71. 2023. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2023.1.026>
3. Balanis C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design.* 4-th edition. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2016.
4. Jackson J. D. *Classical Electrodynamics.* 3-rd edition. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1998.
5. Tse D. *Fundamentals of Wireless Communication.* Cambridge University Press, 2005
6. Khawaja W., Guvenc I., Matolak D., Fiebig U.-C., Schneckenberger N. *A Survey of Air-to-Ground Propagation Channel Modeling for Unmanned Aerial Vehicles:* arXiv preprint arXiv: 1801. 01656, 2018. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.01656>
7. Chen P., Liu Y. J., Wei W. T., et al. *Air-to-ground channel measurement and modeling for low-altitude UAVs: a survey*, ZTE Communications, vol. 23, no. 2, pp. 60–75, Jun. 2025. <https://doi.org/10.12142/ZTECOM.202502007>
8. Vinogradov E., Sallouha H., De Bast S., Azari M. M., Pollin S. *Tutorial on UAV: A Blue Sky View on Wireless Communication:* arXiv preprint arXiv: arXiv:1901.02306v1, 2019. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.02306>
9. Xiao Z., Zhu L., Liu Y., Yi P., Zhang R., Xi Xia X.-G., Schober R. *A Survey on Millimeter-Wave Beamforming Enabled UAV Communications and Networking:* arXiv preprint arXiv: arXiv: 2104.09204, 2021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.09204>
10. Хлапонін Ю., Мироненко В. *Проектування модулів радіозв'язку для БПЛА з використанням нетипових частот. Підводні Технології,* 2(15), 99–104, 2024. <https://doi.org/10.32347/uwt.2024.15.1301>
11. Стущанський Ю. В., Горбатенко З. Д., Матієсько О. І. *Аналіз впливу поверхні Землі на дальність зв'язку каналів телеметрії БПЛА.* Авіація, промисловість, суспільство : матеріали V міжнар. наук.-практ. конф. (м. Кременчук, 16 трав. 2024 р.) / МВС України, Харків. нац. ун-т внутр. справ, Кременчуц. льотн. коледж, Наук. парк «Наука та безпека». – Харків : ХНУВС, 2024. С. 90–93.

#### REFERENCES

1. Shkitov, A. A. (2024). *Metody zakhystu radiokanaliv BPLA vid nesanktsionovanoho dostupu* [Methods for protecting UAV radio channels from unauthorized access]. *Zbirnyk naukovykh prats "Upravlinnia rozvytkom skladnykh system"* Kyivskoho natsionalnoho universytetu budivnytstva i arkhitektury, 59. [in Ukrainian].
2. Ivanenko, Yu. V., Liashenko, O. S., & Filimonchuk, T. V. (2023). *Ohliad metodiv keruvannia bezpilotnyimi litalnymi aparatamy* [Overview of drone control methods]. *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku. Zbirnyk naukovykh prats*, 1, 71. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2023.1.026> [in Ukrainian].

3. Balanis, C. A. (2016). *Antenna Theory: Analysis and Design*. 4-th edition. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
4. Jackson, J. D. (1998). *Classical Electrodynamics*. 3-rd edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
5. Tse, D. (2005). *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press.
6. Khawaja, W., Guvenc, I., Matolak, D., Fiebig, U.-C., & Schneckenberger, N. A (2018). *Survey of Air-to-Ground Propagation Channel Modeling for Unmanned Aerial Vehicles*: arXiv preprint arXiv: 1801.01656. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.01656>
7. Chen, P., Liu, Y. J., Wei, W. T., et al. (2025). *Air-to-ground channel measurement and modeling for low-altitude UAVs: a survey*, ZTE Communications, vol. 23, no. 2, pp. 60–75, Jun. <https://doi.org/10.12142/ZTECOM.202502007>
8. Vinogradov, E., Sallouha, H., De Bast, S., Azari M. M., & Pollin, S. (2019). *Tutorial on UAV: A Blue Sky View on Wireless Communication*: arXiv preprint arXiv: arXiv:1901.02306v1, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.02306>
9. Xiao, Z., Zhu, L., Liu, Y., Yi, P., Zhang, R., Xi Xia, X.-G., & Schober, R. (2021). *A Survey on Millimeter-Wave Beamforming Enabled UAV Communications and Networking*: arXiv preprint arXiv: arXiv: arXiv:2104.09204, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.09204>
10. Khlaponin, Yu., & Myronenko, V. (2024). Proektuvannia moduliv radiozviazku dlia BPLA z vykorystanniam netykovykh chastot [Design of radio communication modules for UAVs using non-standard frequencies]. *Pidvodni Tehnologii*, 2(15), 99–104. <https://doi.org/10.32347/uwt.2024.15.1301> [in Ukrainian].
11. Stushchanskyi, Yu. V., Horbatenko, Z. D., & Matisko, O. I. (2024). *Analiz vplyvu poverkhni Zemli na dalnist zviazku kanaliv telemetrii BPLA* [Analysis of the influence of the Earth's surface on the communication range of UAV telemetry channels]. Aviation, industry, society: materials of the V international scientific-practical conference (Kremenichuk, May 16, 2024) / Ministry of Internal Affairs of Ukraine, Kharkiv National University of Internal Affairs, Kremenichug Flight College, Science Park "Science and Security". Kharkiv : KhNUVS, 90–93. [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 09.09.2025

Дата прийняття статті: 23.09.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК [536.7:544.351]:546.212

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-2>

### **В'ячеслав ВОЛОШИН**

доктор технічних наук, професор, професор кафедри промислової теплоенергетики,  
Державний вищий навчальний заклад «Приазовський державний технічний університет»,  
вул. Гоголя 29, м. Дніпро, Україна, 49044

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0005-6809-6779>

### **Олег КЛЕНІН**

доктор економічних наук, професор, професор кафедри економічної інженерії,  
Державний вищий навчальний заклад «Приазовський державний технічний університет»,  
вул. Гоголя 29, м. Дніпро, Україна, 49044

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3146-4847>

**Бібліографічний опис статті:** Волошин, В., Кленін, О. (2025). Термодинамічна впорядкованість як одна з сутностей міжмолекулярної структури води. *Фізика та освітні технології*, 2, 8–16, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-2>

## **ТЕРМОДИНАМІЧНА ВПОРЯДКОВАНІСТЬ ЯК ОДНА З СУТНОСТЕЙ МІЖМОЛЕКУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ ВОДИ**

В роботі розглянуті можливі оцінки структурованості води з позицій її ентропійних показників, розуміючи під їх зростанням стан розупорядкованості системи та її дезорганізованість. Враховані можливі співвідношення окремих молекул води та їх структурних накопичень у вигляді організованих кластерів. Основний посыл складається з того, що завжди структурована та впорядкована система має нижчу ентропії, ніж неупорядкована і менш організована система. Надана методика розрахунку ентропії води в залежності від її структурованості та умовного співвідношення окремих молекул і їх кластерів. В основі методики комбінаторний метод «склеювання»  $n$  молекул в нерозрізнені кластери і виявлення ентропії змішування з урахуванням динамічної факторизації (часовий фактор), а також тонкої динаміки зв'язків між молекулами  $H_2O$  всередині кластера. Показана висока розрахункова чутливість ентропії до розміру кластера. Чисто комбінаторна стратифікація за вказаних умов і при житті кластера у  $1 \cdot 10^{-12}$  с здатна надавати зниження ентропії рідини на 14,7 % до стандартного її значення. А у дуже короткі проміжки життєвого циклу кластера ( $10^{-13}$ – $10^{-14}$  с) ефект термодинамічного впорядкування практично зникає. За аргументацією відносно таких розрахункових кластерів у складі води в роботі звернено увагу до публікацій з експериментальними даними щодо структури води, отриманими методами квантово-хімічного аналізу можливих конфігурацій водневих мереж в кластері  $(H_2O)_{20}$ , в тому числі, в інтерфейсному режимі орієнтованості молекул води на границі міжфазного поля, та відповідної орієнтаційної ентропії, зниження якої підтверджується тільки в приповерхневому впорядкованому шарі води. Показано, що структурована вода на межі з біологічними системами являє собою більш термодинамічно впорядковане середовище, для якого існують короткоживучі молекулярні кластери, які безумовно стабільні поблизу біомолекул і впливають на біохімію, електричні процеси та механіку органічних взаємодій. Такі та інші опосередковані залежності, незважаючи на їх локальність, мають претендувати на критеріальні здібності на користь аргументації до кластерної структурованості водних систем за термодинамічними показниками.

**Ключові слова:** термодинамічно впорядковане середовище, вода, міжмолекулярні з'єднання, кластери, ентропія, біохімічні процеси.

### **Vyacheslav VOLOSHYN**

Doctor of Technical Science, Professor, Professor at the Department of Industry Thermal Power Engineering,  
Priazovsky State Technical University, 29 Gogol str., Dnipro, Ukraine, 49044

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0005-6809-6779>

**Oleg KLENIN***Doctor of Economics, Professor, Professor at the Department of Economic Engineering, Pryazovsky State Technical University, 29 Gogol str., Dnipro, Ukraine, 49044***ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3146-4847>

**To cite this article:** Voloshyn V., Klenin O. (2025). Termodynamichna vporyadkovanist yak odna z sutnostey mizhmoleculiarnoi struktury vody [Thermodynamic orderliness as one of the essences of the intermolecular structure of water]. *Physics and Educational Technology*, 2, 8–16, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-2>

## THERMODYNAMIC ORDERLINESS AS ONE OF THE ESSENCES OF THE INTERMOLECULAR STRUCTURE OF WATER

*The paper considers possible estimates of the structure of water from the standpoint of its entropy indicators, understanding their growth as the state of disorder of the system and its disorganization. The possible ratios of individual water molecules and their structural accumulations in the form of organized clusters are taken into account. The main message consists in the fact that an always structured and ordered system has a lower entropy than an unordered and less organized system. dependence on its structuring and conditional ratio of individual molecules and their clusters. The technique is based on the combinatorial method of “gluing”  $n$  molecules into indistinguishable clusters and detecting mixing entropy taking into account dynamic factorization (time factor), as well as fine dynamics of bonds between molecules within the cluster.  $H_2O$   $1 \cdot 10^{-12}$  It is capable of reducing the entropy of the liquid by 14.7 % to its standard value. And in very short intervals of the cluster life cycle ( $10^{-13}$ – $10^{-14}$  s), the effect of thermodynamic ordering practically disappears. For arguments regarding such calculated clusters in the composition of water; publications with experimental data on the structure of water obtained by methods of quantum-chemical analysis of possible configurations of hydrogen networks in the cluster are referred to  $(H_2O)_{20}$ , including in the interface mode of the orientation of water molecules at the boundary of the interfacial field and the corresponding orientation entropy, the decrease of which is confirmed only in the near-surface ordered layer of water. It is shown that structured water at the boundary with biological systems represents a more thermodynamically ordered medium, for which there are short-lived molecular clusters that are unconditionally stable near biomolecules and affect biochemistry, electrical processes and mechanics of organic interactions. Such and other indirect dependencies, despite their locality, should claim criterion abilities in favor of argumentation for cluster structuring of water systems.*

**Key words:** thermodynamically ordered environment, water, intermolecular compounds, clusters, entropy, biochemical processes.

**Актуальність проблеми.** Багато полеміки навколо терміну «структура води» так чи інакше пов'язані з абсурдною проблемою так званої «пам'яті води». Якщо виключити цей нав'язливий і ненауковий термін, то можна звернути увагу на те, що в останні роки наука зробила крок вперед у бік розуміння питань структурованості води. Актуальність таких досліджень пов'язана, насамперед із неспівставністю простої хімічної формули води, з одного боку, та різноманітністю її унікальних та «аномальних» властивостей – з іншого. Останнє, як результат сучасних квантово-механічних досліджень, пов'язане саме зі структурами молекул води, що змінюються, і підживлюється постійними новими результатами досліджень в цьому напрямку.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз останніх досліджень в області інтерпретації орієнтаційного порядку води (Israelachvili, 2011, pp. 15–16), наприклад, на гідрофільних поверхнях (Jurema, 1993, p. 1326),

всередині білкових порожнин (Kononov, 2014, pp. 1209–1213), та ін. дозволяє розглядати кластерну структуровану воду як предмет наших досліджень на предмет підтвердження або спростування наявності або спростування мобільних, але локально обмежених асоціацій молекул води іншими методами дослідження. Як впливає з досліджень (Laage, 2006, Montagnier, 2009, Xu, 2005), на кордонах власної межі розділу вода здатна організувати орієнтовані впорядковані шари, про що свідчить, наприклад, зміна провідності русла або деякі інші якості, що дозволяють стверджувати про існування локальної структури води.

**Мета дослідження.** Аргументувати існування короткоживучих молекулярних кластерів у структурі води термодинамічними методами.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Незважаючи на скептичну аргументацію щодо предмета дослідження, в даній роботі ми будемо оцінювати кластерну структуру води з позицій її ентропії, розуміючи зростання

цього показника, як стан неупорядкованості системи і її дезорганізації.

Прийmemo за відправну точку наступне. Вода складається з окремих молекул  $H_2O$  і численних скупчень подібних комбінованих молекул. Розрахунку підлягають системи, в яких послідовно та умовно: 100 % води складається з окремих молекул; 50 % води складається з окремих молекул, а решта – структуровані молекулярні системи; вода на 100 % складається зі структурованих молекулярних систем. Тривалість життя кластерів становить  $10^{-12} \div 10^{-14}$  с. Тобто кластери здатні миттєво розпадатися, але в той же час молекули, що розпалися, готові відразу ж перейти до іншої конфігурації об'єднання в нові кластери. І так до нескінченності. Такі кластери не можуть не брати участь у формуванні унікальних властивостей води, яка при дуже простій власній формулі проявляє різноманітні вкрай аномальні та інші цікаві властивості. За деякими даними, у зв'язаному стані в кластері можуть перебувати до кількох сотень молекул води. Якщо прийняти цю гіпотезу, то звідси випливає висновок: ступінь структуровання води можна оцінити по її ентропії. Ентропія однієї молекули  $H_2O$  може значно відрізнитися від ентропії молекулярного кластера об'єднаних молекул.

Ми звернемося до загального правила термодинаміки, згідно з яким завжди структурована і впорядкована система має нижчу ентропію, ніж неупорядкована і менш організована система. Це правило повинно поширюватися як на воду, що складається з окремих і не пов'язаних між собою молекул  $H_2O$ , так і на кластери, що складаються з об'єднаних молекул води і миттєво виникають і розпадаються.

#### Методи та результати розрахунку термодинамічних параметрів структури води

За базову точку відліку візьмемо стандартну молярну ентропію молекули реальної рідкої води  $S_{H_2O,l}^0 = 69.95 \pm 0.03$  Дж/(моль · К) з її миттєво виникаючими і такими, що розпадаються,  $H$ -пов'язаними агрегатами при 298 К і 1 бар.

Розглянемо умовні «типи» стану води: мономери (з одних молекул) і кластери фіксованих розмірів  $n$  молекул. Доля молекул, що входить до складу кластера означимо, як  $f \in [0,1]$ . Тоді число кластерів на 1 моль молекул:  $N_m = (1 - f)$

$N_A/n$ . Число мономерів:  $N_m = (1 - f)N_A$ . Кластери будуть розглядатися як взаємно нерозрізнені комплекси з внутрішнім коливним/обертальним внеском у модель.

Використовуючи в розрахунках комбінаторний (перестановочний) метод «склеювання»  $n$  молекул в нерозрізнені кластери, ми дещо «втрачаємо» в змісті від незнання характеру перестановок всередині кожного кластера. Але, в той же час, по Стірлінгу, ми отримуємо дуже просту оцінку втрати ентропії на кожен 1 моль впорядкованих молекул

$$\Delta S_{perm} \approx -R \cdot f \cdot [\ln(n) - 1]$$

з урахуванням ділення числа мікро станів на  $n!$  на кожний кластер. Тут  $R$  – постійна газу. Параметр  $\Delta S_{perm}$  лінійний по  $f$  і зростає по модулю з розміром кластеру  $n$  (згідно правилам статистичної механіки  $\ln(n!) \approx n \ln(n)$ ).

Розглядаючи ентропію змішування «видів» (мономерів  $\leftrightarrow$  кластерів), звернемо увагу на невеликий позитивний внесок, який виникає при змішуванні двох «видів» незалежних рухомих сутностей – мономерів і кластерів. Кількість «сутностей» (entities) на 1 моль молекул в даному випадку:

$$e_c = (1 - f) + f/n..$$

Мольні частки «сутностей» серед entities:

$$x_m = \frac{1-f}{e_c}, \quad x_c = \frac{f/n}{e_c}.$$

Тоді ідеальна ентропія змішування на 1 моль entities:

$$S_{mix, entities} = -R \cdot [x_m \ln(x_m) + x_c \ln(x_c)],$$

а в перерахунку на 1 моль молекул:

$$\Delta_{mix} = e_c \cdot S_{mix, entities}.$$

Цей внесок дуже малий, при великому  $n$  число «сутностей» майже не змінюється (тут кластери зустрічаються рідко), а при  $f \rightarrow 1$  суміш стає «консультентною» (тут тільки кластери), і змішування зникає. Остаточна оцінка молярної ентропії (при 298 К, 1 бар):

$$S(f, n) \approx S_{H_2O,l}^0 + \Delta S_{perm}(f, n) + \Delta S_{mix}(f, n).$$

Слід зазначити, що це ідеалізована верхнєрівнева оцінка впливу кластеризації. Результати розрахунків наведені в таблиці 1.

Припускаючи базовий розмір одного умовного кластера  $n = 200$  і показуючи

чутливість при  $n = 100$  и  $n = 300$  з вихідними константами  $R = 8.3144626$  Дж/(моль · К),  $S_{\text{H}_2\text{O},l}^0 = 69,91$  Дж/(моль · К), (NIST), ускладнимо задачу і розглянемо її з урахуванням тонкої динаміки структурних з'єднань.

1. Динамічна факторизація (фактор часу) забезпечується введенням коефіцієнта  $\phi(\tau)$  (частка «ефективного» впорядкування в межах кластера), який показує, яку частку часу насправді проводять молекули в кластерному стані відносно релевантної до ентропії/кореляції шкали  $\phi(\tau) = \frac{\tau}{\tau + \tau_{\text{rel}}}$ . Тут  $\tau$  – термін існування кластера ( $10^{-14}$ – $10^{-12}$  с);  $\tau_{\text{rel}}$  – характерний час релаксації/переорієнтації водної зв'язки (оцінково приймаємо  $\tau_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-12}$  с у відповідності до понять динаміки  $H$ -зв'язків і «jump» механізму). Ця форма дає  $\phi \rightarrow 0$  для дуже швидких розпадів і  $\phi \rightarrow 1$  для стабільних кластерів. Функціональна форма, це розумний приблизний вибір, і, як показує аналіз, інші гладкі ваги дадуть аналогічні якісні висновки.

2. Оскільки умови створення кластерів пов'язують з низькочастотними колективними модами, коли втрачається частина незалежності локальних librational/rotational ступенів стану молекули, то молярну «внутрішню» корекцію ми апроксимуємо у вигляді

$$\Delta S_{\text{int}}(f, n) = f \cdot s_{cl}.$$

Тут:  $s_{cl}$  – ентропія (Дж/(моль · К)), що відноситься до «молекули», пов'язаної зі створенням кластеру (модельно прийнята, як пропорційна  $(-R \cdot \gamma \cdot \ln(n))$ ). У цій додатковій частині параметр  $\gamma \ll 1$  кодує невеликий відносний ефект зміни локальної динаміки на одну молекулу. При розрахунках беремо умовно  $\gamma = 0.02$ ,  $\tau_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-12}$  с., розрахунковий час існування кластера:  $1 \cdot 10^{-12}$ ,  $1 \cdot 10^{-13}$ ,  $1 \cdot 10^{-14}$  с. Внутрішня динаміка кластерів (корекція моделі через  $\gamma = 0,02$ ), як показали подальші розрахунки, дає невеликий додатковий внесок у зміну ентропії (0.4–0.9 Дж/(моль · К), при  $f = 0.5$ – $1.0$ ), тобто базисна величина визначається домінуючою комбінаторною перестановкою, а внутрішня «м'яка» динаміка – коригує порядок одиниць Дж/(моль · К).

3. Загальна скоригована молярна ентропія (див. табл. 1):

$$S(f, n, t) = S^0 + \phi(\tau)[\Delta S_{\text{perm}}(f, n) + \Delta S_{\text{int}}(f, n) + \Delta S_{\text{mix}}(f, n)].$$

Початкові суми (без ваги  $\phi$ ) для  $n = 200$ :

– при  $f = 0.5$ :  $\Delta S_{\text{perm}} + \Delta S_{\text{mix}} + \Delta S_{\text{int}} \approx -18,1786$  Дж/(моль · К);

– при  $f = 1.0$ : сумарно  $\approx -36.6191$  Дж/(моль · К).

Наступний розрахунок проводиться з уточненням розподілу розмірів кластерів  $P(n)$ , щоб сума з сумою  $n$  з ваговими коефіцієнтами  $\phi(\tau(n))$  і  $f(n)$  дала більш точні результати для зміни загальної ентропії води (табл. 1). Відзначимо досить високу чутливість ентропії до розмірів кластера:

– при  $n = 100$ :  $S_{f=0,5} \approx 55,16$ ;  $S_{f=1} \approx 39,93$  Дж/(моль · К);

– при  $n = 300$ :  $S_{f=0,5} \approx 50,45$ ;  $S_{f=1} \approx 30,80$  Дж/(моль · К) – до 30 %.

Тобто, чим більше  $n$ , тим сильніше «штраф»  $-R \cdot f \cdot [\ln(n) - 1]$  і тим нижче кінцева ентропія.

Наприклад, для гіпотетичного і невизначеного 912-молекулярного кластера  $S$ . Зеніна, розрахункове значення ентропії мало б бути в діапазоні від  $S_{912,f=0,5} = 31,85$  Дж/(моль · К) до  $S_{912,f=0,8} = 24,33$  Дж/(моль · К), тобто майже в три рази менше, ніж стандартна ентропія води.

Таким чином, навіть чисто комбінаторна стратифікація (що включає динаміку тонких зв'язків і з урахуванням розподілу розмірів кластерів) може дати певне зниження  $S$  при збільшенні  $f$  і  $n$ . Це узгоджується з основним принципом термодинаміки «більш впорядкована система пов'язана з меншою ентропією». Вклад від ідеального змішування  $\Delta S_{\text{mix}}$  – десятичні частки Дж/(моль · К) і вона не компенсує комбінаторну втрату за рахунок «склеювання». В реальній воді кластери живуть піко секунди, а «структура» є сильно динамічною завдяки миттєвим перезборкам  $H$ -зв'язків і «jump-reorientation», що відповідає саме миттєву впорядкованість.

При тривалості життя кластерів порядку  $1 \cdot 10^{-12}$  с, що можна порівняти з часом релаксації локальної сітки водних з'єднань (Ху, 2019, рр. 6), динамічна поправка для внутрішньо кластерних з'єднань залишається значною: при  $f = 0,5$  сумарна молярна ентропія знижується до  $\approx 60,9$  Дж/(моль · К) (14,7 %), а при повній «склеїці» ( $f = 1$ ) – до  $\approx 51,6$  Дж/(моль · К) (35 %). Це помітне зниження в порівнянні зі стандартним  $S_{\text{H}_2\text{O}(l)}^0 = 69,91$  Дж/(моль · К). При дуже коротких інтервалах життєвого циклу кластера ( $10^{-13}$ – $10^{-14}$  с) ефект термодинамічного впорядкування практично зникає. Системи швидко

Таблиця 1

**Варіанти розрахунку термодинамічного стану води при різних комбінаціях молекул мономерів і кластерних угруповань**

| Варіант                                           |                        | Доля в кластерах, $f$ |                 | $\Delta S_{perm}(f, n)$ , Дж/моль · К          | $\Delta S_{mix}(f, n)$ , Дж/моль · К                                   | $S(f, n)$ , Дж/моль · К                              |                                        |                           |
|---------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------|
| 100 % мономер                                     |                        | 0,0                   |                 | 0,000                                          | 0,000                                                                  | 69,91                                                |                                        |                           |
| 50 % молекул у кластерах                          |                        | 0,5                   |                 | -17,869                                        | +0,131                                                                 | 52,17                                                |                                        |                           |
| 100 % молекул у кластерах                         |                        | 1,0                   |                 | -35,738                                        | 0,000                                                                  | 34,17                                                |                                        |                           |
| З урахуванням тонкої динаміки всередині кластерів |                        |                       |                 |                                                |                                                                        |                                                      |                                        |                           |
| Доля в кластерах, $f$                             |                        | $\tau(c)$             | $\varphi(\tau)$ | Сума (без $\varphi$ ) $\Delta S$ , Дж/моль · К | Скорегований $\Delta S_{eff} = \varphi \cdot \Delta S$ , Дж/(моль · К) | $S(f, n, \tau) = S^0 + \Delta S_{eff}$ , Дж/моль · К |                                        |                           |
| 0,5                                               |                        | $1 \cdot 10^{-12}$    | 0,50            | -18,1786                                       | -9,08                                                                  | 60,86                                                |                                        |                           |
| 0,5                                               |                        | $1 \cdot 10^{-13}$    | 0,0909          | -18,1786                                       | -1,65                                                                  | 68,30                                                |                                        |                           |
| 0,5                                               |                        | $1 \cdot 10^{-14}$    | 0,00990         | -18,1786                                       | -0,17                                                                  | 69,77                                                |                                        |                           |
| 1,0                                               |                        | $1 \cdot 10^{-12}$    | 0,50            | -36,6191                                       | -18,3                                                                  | 51,64                                                |                                        |                           |
| 1,0                                               |                        | $1 \cdot 10^{-13}$    | 0,0909          | -36,6191                                       | -3,32                                                                  | 66,62                                                |                                        |                           |
| 1,0                                               |                        | $1 \cdot 10^{-14}$    | 0,00990         | -36,6191                                       | -0,36                                                                  | 69,59                                                |                                        |                           |
| З урахуванням розподілу по розмірам кластерів     |                        |                       |                 |                                                |                                                                        |                                                      |                                        |                           |
| Total $f$                                         | Моном. $f_{моном}$ , с | $E$ , с/моль          | $\varphi_{mix}$ | $\Delta S_{perm_{eff}}$ , Дж/(моль · К)        | $\Delta S_{int_{eff}}$ , Дж/(моль · К)                                 | $\Delta S_{mix_{eff}}$ , Дж/(моль · К)               | $\Delta S_{total_{eff}}$ , Дж/моль · К | $S_{final}$ , Дж/моль · К |
| 0,0                                               | 1,0                    | 1,000                 | 0,00            | 0,0000                                         | 0,0000                                                                 | 0,0000                                               | 0,0000                                 | 69,91                     |
| 0,5                                               | 0,5                    | 0,504                 | 0,04            | -1,5721                                        | -0,2544                                                                | -0,1140                                              | -1,9405                                | 68,01                     |
| 1,0                                               | 0,0                    | 0,005                 | 0,1             | -16,4444                                       | -1,4534                                                                | -0,8745                                              | -18,7722                               | 51,18                     |

перемішуються, впорядкованість «усереднюється», а ентропія близька до  $S_{H_2O(l)}^0$ .

Тому прийнято, що для зниження ентропії необхідно: або а) – кластери з тривалістю  $\geq 10^{-12}$  с, або б) – велика частка молекул у кластерах ( $f \approx 0,5-1$ ) (Pollack, 2013, pp. 77–85). Якщо кластери надзвичайно флюктуаційні ( $\tau \ll 10^{-13}$  с), термодинамічна різниця з неізолюваними молекулами буде невеликою і важко реалізованою для вимірювань стандартними методами.

При обраній моделі розподілу молекул в кластері (лонг нормальне  $P(n)$  з медіаною 200 і  $\sigma_{ln=0,5}$ ) і вибраними динамічними параметрами ( $\tau(n) = 10^{-12}(n/200)^{0,5}$ ,  $\tau_{rel} \geq 10^{-12}$ ,  $\gamma = 0,02$ ) підсумкова молярна ентропія (див. таблицю 1) для:

–  $f = 0.0$  (всі молекули – мономерні) залишається на рівні  $S_0 = 69.91$  Дж/(моль · К);

–  $f = 0.5$  (половина молекул приймає участь у кластерах що розподілені по  $P(n)$ ) –  $S \approx 68.01$  Дж/(моль · К) із зменшенням  $\approx 1.90$  Дж/(моль · К) відносно  $S_{H_2O(l)}^0$ ). Більша частина маси кластерів припадає на великі  $n$  (близько сотень), але при  $f = 0,5$  ефективна  $\varphi_{mix}$  (зважена за внеском entities) виявилася малою ( $\sim 0,039$ ), тому внески  $\Delta S_{perm,eff}$  і  $\Delta S_{int,eff}$  сильно редуцировані в порівнянні з «загальним» (статичним) випадком, який ми раніше розглядали без розподілу в динаміці;

–  $f = 1.0$  (всі молекули в кластерах за розподілом) –  $S \approx 51.18$  Дж/(моль · К) (велика знижка  $\approx -18.73$  Дж/(моль · К)). Доля entities сильно падає ( $e_c \approx 0.005$ ),  $\varphi_{mix}$  вище ( $\sim 0.098$ ) і сумарний ефект стає крупнішим ( $S_{final} \approx 51.2$  Дж/(моль · К)), аналогічно попередній оцінці для повного склеювання, але з відмінностями через розподіл розмірів і  $\varphi(n)$ .

**Бенчмаркінг.** Доказом відомих молекулярних і квантово-механічних експериментальних досліджень варіантів стану води, в яких передбачається існування кластерів, можуть бути розрахункові значення ентропії різних кластерних структур у складі води, які не збігаються зі стандартними значеннями. Це може стати аргументом для актуалізації гіпотези про кластеризацію води як об'єктивної форми її існування. У якості такої роботи розглянемо статтю А. Токмачева, А. Хонгрева та Р. Дронковського (Tokmachev, 2010, 385–386), де на основі квантово-хімічного аналізу можливих конфігурацій водневих мереж у кластері  $(H_2O)_{20}$  були отримані статистичні дані щодо квантово-механічних та термодинамічних властивостей просторової та електронної структури молекулярних кластерів, виходячи з характеру кооперативності водневих зв'язків та співвідношення структура-властивість. Крім

того, будемо посилалися на експериментальні роботи авторів (Israelachvili, 2011, Jurema, 1993, Kononov, 2014, Laage, 2006), в яких, в тій чи іншій мірі, будуть наводитися непрямі аргументи на користь термодинамічних параметрів як критеріїв структурування і кластеризації води в самих різних системах. Тим більш, як показує практика, що пограничні режими в будь-яких системах завжди дають цікаві і завжди обґрунтовані результати.

Звернемося до граничного режиму інтерфейсу стану води на межі розділу між фазного поля з орієнтацією молекул води (Kononov, 2014, pp. 1210–1213) (див. таблицю 1). За основу взяті авторські параметри, що вказують на наявність сильного такого між фазного поля ( $0,1-1 \text{ V} \cdot \text{nm}^{-1}$ ), що спостерігається через фазовий кут  $\chi^{(2)}$  і  $C_{dl}$  (табл. 2). Оцінка ступеня зниження орієнтаційної ентропії води в при поверхневому впорядкованому шарі води, яка пов'язана зі зміною електропровідності каналу, може бути підтвердженням існування локального структурування води. Але цей ефект обмежений тільки експериментальним інтерфейсом і не поширюється на весь обсяг.

Індекс впорядкованості гідратації білків ( $w\text{NOE}/w\text{ROE}$ ,  $T_1/T_2$ ), визначений за допомогою NMR-спектроскопії, також підтверджує існування структурних доменів води, пов'язаних з макромолекулами (табл. 3). В основу

покладено різний поздовжній ( $T_1$ ) і поперечний ( $T_2$ ) час релаксації доменів  $\text{H}_2\text{O}$  і кореляції в гідратних оболонках білків в порівнянні з водою за об'ємом. При цьому структурованість носить динамічний характер, а структурована, таким чином, вода в гідратному шарі швидко обмінюється молекулами з «вільною» водою.

Спостережувані авторами, і такі, що відрізняються у часі релаксації і кореляції, в гідратних оболонках білків в порівнянні з водою в об'ємі, підтверджують існування структурних доменів води, пов'язаних із макромолекулярними об'єднаннями. Засвоюване розрахункове значення ентропії для таких структурних доменів в прикордонному шарі  $S(f, n, t) \approx 64,3 \div 68,0 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ , яке не значно відрізняється від стандартного значення ( $2,8 \div 8,7 \%$ ).

Мезоскопічну впорядкованість молекул води в проміжних масштабах, коли передбачувані стійкі молекулярні кластери з розмірами більшими за випадкові флуктуації, але не вищими за розмір кристала, підтверджують дослідження з робіт (He, 2018, Shen, 2006). Тим не менш, структурована вода – це далеко не «четвертий стан речовини», а сукупність коротко існуючих локальних скупчень і доменів з підвищеною впорядкованістю мережі водневих зв'язків, що виникають в конкретних умовах, а саме, на межах розділу, в гідратних шарах, в сильних полях, на що натікає спектроскопія (NMR, FTIR, фемтосекундна

Таблиця 2

**Дані спектроскопії та термодинаміки на межі розділу PS-SFG  $\leftrightarrow$  провідність  
(з урахуванням даних (Kononov, 2014, pp. 1211–1218))**

| Параметр                  | Контроль $\chi^{(2)}$ | Контроль $\chi^{(2)}$ | Очікуваний зсув, 0V | Ефект розміру ( $d$ ) | $S(f, n, t)$ Дж/(моль)  | Примітка                      |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Фазовий кут, $\chi^{(2)}$ | 0 V                   | 0 V                   | 5–15 %              | 0,6–1,0               | $S_{\xi^{(2)}} = 66,87$ | Зв'язок із зарядом інтерфейсу |
| Провідність каналу        | pH 7,4                | pH 7,4                | +10–40 %            | 0,7–1,1               | $S_p = 60,11$           | Зі збереженням іонної сили    |
| EIS $C_{dl}$              | 0 V                   | $\pm 0,4 \text{ V}$   | +10–30 %            | 0,6–0,9               | $S_{c_{dl}} = 64,55$    | Ємність подвійного шару       |

Таблиця 3

**Систематизація результатів експерименту з NMR гідратацією  $\leftrightarrow$  каталітичного агента  
(за даними робіт (Israelachvili, 2011, Jurema, 1993, Kononov, 2014))**

| Параметр                                         | WT | Варіант        | Очікуваний зсув, % | $D$     | Примітка                       |
|--------------------------------------------------|----|----------------|--------------------|---------|--------------------------------|
| Локальна метрика $w\text{NOE}(\text{ROI})$       | –  | Гідрофільність | +10–30             | 0,6–1,0 | Уповільнення гідратації        |
| Число оборотів ферменту, $k_{cat}$               | –  | Гідрофільність | +5–20              | 0,5–0,8 | Спрямована кореляція           |
| Константа Міхаеліса, $K_M$                       | –  | Гідрофільність | –5–15              | 0,4–0,7 | Зі збереженням структури білка |
| Каталітична ефективність ферменту, $k_{cat}/K_M$ | –  | Гідрофільність | +10–40             | 0,7–1,1 | Цільова функціональна метрика  |

динаміка), у поверхні білків, мембран, нуклеїнових кислот. Далеко неточні вихідні дані, представлені в паліативних дослідженнях EZ-зон Поллака (Exclusion Zone) (Pollack, 2013, pp. 117–131) дають декілька перебільшені результати про зміну ентропії для води  $S(f) \approx 39,8 \div 49,1$  Дж/(моль · К). Тим не менш, тенденцію до зниження ентропії для структурних об'єднань в таких EZ-зонах можна вважати обґрунтованою, тому що навіть при  $n_{var}$  і  $\tau_{var}$ , значення розрахункової ентропії такої суміші  $S(f, n, t) \leq 66,8 \cdot (4,3 \% \text{ від } S^0)$ .

Таким чином, систематизація лише таких окремих досліджень може надати можливості для більш ґрунтовного аналізу ефекта кластерного структурування води.

Для цього розглянемо модель, на основі закономірностей, що описані в роботі (Pathria, 2011, pp. 72–77, р. 421) де вода представлена у вигляді жорсткого диполя з фазовим кутом і моментом  $\mu$  в електричному полі  $E$ .

Орієнтаційний статистичний інтеграл тут обчислюється як

$$Z_{\Omega} = 4\pi \frac{\sin \xi}{\xi}, \text{ де } \xi = \mu E / (kT).$$

Вільна енергія:

$$F_{\Omega} = -kT \ln(Z_{\Omega}),$$

ентропія:

$$S_{\Omega} = -\partial F_{\Omega} / \partial T.$$

Зменшення орієнтаційної ентропії щодо ізотропного випадку:

$$\Delta S_{\Omega}(\xi) = k \cdot N_A \cdot \left[ \ln \left( \frac{\sinh \xi}{\xi} \right) - \xi \frac{d}{d\xi} \ln \left( \frac{\sinh \xi}{\xi} \right) \right],$$

Дж/(моль · К).

Змішана (системна) молярна ентропія при цьому:

$$S_{mix} = f \cdot (S_{bulk} + \Delta S_{\Omega}) + (1 - f) \cdot S_{bulk},$$

Дж/(моль · К)

Ефективний диполь води в моделі розглядається в конденсованій фазі  $\mu = 2,9D$  (типів оцінки 2,6–3,1D) і міжфазному електричному полі, що відповідає зсуву потенціала  $\pm 0,4$  V приблизно на нанометр (такі значення характерні для міжфазної ЕДС). Товщина при поверхневого впорядкованого шару приймається  $h_{int} = 1$  nm. Розрахунковим чином отримуємо

- при полі  $E = 0,4$  V nm<sup>-1</sup>; і  $\mu = 2.9$ :  $\xi \approx 0,94$ ;  $\Delta S_{\Omega} \approx -1.13$  Дж/(моль · К);
- чутливість до  $\mu$ :  $2.6\text{--}3.1 D \rightarrow \Delta S_{\Omega} \approx -0.92 \div -1.27$  Дж/(моль · К);
- для довідника по полю:  $E = 1,0$  V nm<sup>-1</sup> дає  $\Delta S_{\Omega} \approx -3.7$  Дж/(моль · К);  $E = 2,0$  V nm<sup>-1</sup> дає  $\Delta S_{\Omega} \approx -10,3$  Дж/(моль · К).

І далі:

- при  $E = 0,0145$  V nm<sup>-1</sup> –  $S_{\Omega} \approx -0,00161$  Дж/(моль · К);
- при  $E = 0,08$  V nm<sup>-1</sup> –  $S_{\Omega} \approx -0,04885$  Дж/(моль · К);

Результати розрахунків наведені в таблиці 4.

Порівняння зі стандартною молярною ентропією рідкої води при 298 К:

Таблиця 4

**Розрахункові дані для оцінки структурних властивостей молекулярних асоціацій води в електричному полі з урахуванням експериментальних даних (Israelachvili, 2011, Wang, 2024)**

| $E, V$<br>nm <sup>-1</sup> | $w, nm$ | $S_{mix}$<br>Дж/(моль · К) | Нотатки, Аргументація                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------|---------|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0,4                        | 2,0     | 68,7735                    | 1. Локальна знижена ентропія води є істотним аргументом на користь кластерної/орієнтаційної структури в інтерфейсі, навіть, якщо сумарний системний $S$ змінюється слабо.<br><br>2. Для «помірних» полів, які впливають з типових ємностей і малих $\xi$ , ефект упорядкування практично нульовий. Тому наявність помітного зниження ентропії вимагає або великих поверхневих потенціалів (від десятків до сотень мВ) при малій дебаївській довжині (малі $\lambda$ , $D$ ), або безпосереднього прикладання великих потенціалів через нанорозмірну щілину                                                                       |
|                            | 10,0    | 69,6747                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                            | 100,0   | 69,8775                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $\approx 0,0145$           | 2,0     | 69,89839                   | 3. При реалістичних параметрах поля, отриманих з типових $C_{dl}$ і $\zeta$ , втрати орієнтаційної ентропії поверхні розділу води малі (мілі- і соті частки Дж · моль <sup>-1</sup> · К <sup>-1</sup> ), і системний ефект дуже малий. Однак при сильних локальних полях (порядку 0,1–1 В · nm <sup>-1</sup> , які можливі на гостро заряджених/наноструктурованих поверхнях) орієнтаційна ентропія інтерфейсної води падає на $\sim 5\text{--}10$ Дж · моль <sup>-1</sup> · К <sup>-1</sup> – цього достатньо, щоб локально стверджувати, що вода впорядкована, і підтримувати аргумент про кластерну структуру на межі розділу |
|                            | 10,0    | 69,89968                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                            | 100,0   | 69,899968                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 0,08                       | 2,0     | 69,85115                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                            | 10,0    | 69,89023                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                            | 100,0   | 69,89902                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

$S_{\text{H}_2\text{O}(l),298}^0 = 69,91 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  показує що в при поверхневому шарі, де діє міжфазне поле порядку  $0,4 \text{ V nm}^{-1}$ , орієнтаційна ентропія води нижча за стандартну приблизно на  $1 \div 1,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  (тобто  $\sim 1,5 \div 2 \%$  відносно 69,91). Це відповідає аргументу про локальне впорядкування (кластероподібність) на межі розділу і узгоджується зі спостережуваною чутливою полярною орієнтацією молекул води ( $\chi^{(2)}/SFG$ ) (Wang, 2024, PDF: pp. 4–6). У сильному електричному полі відношення такої ентропії до стандартного значення для води може досягати 14,7 %, що об'єктивно вказує на наявність у такій воді складних молекулярних структур.

Для полів, ближчих до  $1\text{--}2 \text{ V} \cdot \text{nm}^{-1}$  (що можливо у вузьких наноканалах на заряджених поверхнях), зниження ентропії може досягати  $3 \div 10 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ , що вже значно (на  $5 \div 17 \%$  від  $S_{\text{H}_2\text{O}(l)}^0$ ). Але змішана ентропія води в системі буде зменшуватися пропорційно частці приповерхневої фази; якщо такої води буде небагато, то системний ефект буде невеликим. Оцінка величини поля  $10^8 \div 10^9 \text{ Vm}^{-1}$  і величини орієнтаційної ентропії в межах  $68,7 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  в міжфазіях і в ЕДС підтверджено в сучасній літературі (Bard, 2001, Damon, 2011).

#### **Висновки і перспективи подальших досліджень.**

1. У сучасних наукових дослідженнях структурована вода представлена мікросередовищем, в якій молекули води в сукупності своїх взаємодій демонструють короткочасний

і нестійкий просторовий порядок, який відрізняється від статистично ізотропного розподілу молекул  $\text{H}_2\text{O}$  у звичайній рідкій фазі. Ця впорядкованість може проявлятися спрямовано, поступально і динамічно.

2. Термодинамічна інтерпретація якостей структурованої води показує, як в розрахунковому, так і в експериментальному варіантах здатність до її кластерної самоорганізації, але це явище виражено дуже слабо і може претендувати на критеріальні якості по відношенню до цієї властивості, як це обґрунтовано, тільки в граничних областях окремих біологічних систем.

3. При часі життя кластера більше  $1 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  динамічна поправка на внутрішньо кластерні зв'язки залишається значною: при 50 % агрегації кластерів сумарна молярна ентропія знижується до  $\approx 60,9 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  (14,7 %), а при гіпотетично повній агрегації – до  $\approx 51,6 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  (35 %). Це помітне зниження в порівнянні з  $S_{\text{H}_2\text{O}(l)}^0$ . З дуже короткими інтервалами життєвого циклу кластера ( $\leq 10^{-13} \div 10^{-14} \text{ с.}$ ) ефект термодинамічного впорядкування практично зникає. Системи швидко переміщуються, впорядкованість «осереднюється», а ентропія близька до  $S_{\text{H}_2\text{O}(l)}^0$ .

4. Показано, що структурована вода на межі з біологічними системами являє собою більш термодинамічно впорядковане середовище, для якого існують короткоживучі молекулярні кластери, які є стабільними поблизу біомолекул і впливають на біохімію, електричні процеси та механіку органічних взаємодій.

#### **ЛІТЕРАТУРА:**

1. Israelachvili J. N. Intermolecular and Surface Forces. 3rd ed. Academic Press, London, 2011. 674 p.
2. Jurema M. J., Kirschner K. N., Shields G. C. Modeling of magic water clusters  $(\text{H}_2\text{O})_n$  and  $(\text{H}_2\text{O})_{21}\text{H}^+$  with the PM3 quantum-mechanical method. Journal of Computational Chemistry. New-York, 1993. pp. 1326–1332.
3. Konovalov A. I., Ryzhkina I. S. Highly diluted aqueous solutions: formation of nanoassociates and their properties. Journal of Solution Chemistry. New-York, 2014. Vol. 43, No. 3. pp. 1207–1226.
4. Laage D., Hynes J. T. A molecular jump mechanism of water reorientation. Science. Washington, 2006. Vol. 311. pp. 832–835.
5. Montagnier L., Aïssa J., Ferris S., Montagnier J.-L., Lavallée C. Electromagnetic signals are produced by aqueous nanostructures derived from bacterial DNA sequences. Interdisciplinary Sciences: Computational Life Sciences. Beijing, 2009. Vol. 1, No. 2. pp. 81–90.
6. Xu X., Shen Y. R., Tian C. Phase-sensitive sum frequency vibrational spectroscopic study of air/water interfaces:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{D}_2\text{O}$ , and diluted isotopic mixtures. The Journal of Chemical Physics, Vol. 150, New York, 2019. PDF: 12 p.
7. Pollack G. H. The Fourth Phase of Water: Beyond Solid, Liquid, and Vapor. Olympia Publishing, Seattle, 2013. pp. 1–256.
8. Tokmachev A. M., Tchougréeff A. L., Dronskowski R. Hydrogen-bond networks in water clusters  $(\text{H}_2\text{O})_{20}$ : an exhaustive quantum-chemical analysis. ChemPhysChem. Weinheim, 2010. Vol. 11. pp. 384–388.

9. He X., Zhou Y., Wen X., Shpilman A.A., Ren Q. Effect of Spin Polarization on the Exclusion Zone of Water. *J. Phys. Chem. B*, Washington, 122, 2018. pp. 8493–8502.
10. Shen Y. R., Ostroverkhov V. Sum-frequency vibrational spectroscopy on water interfaces: polar orientation of water molecules at interfaces. *Chemical Reviews. Washington*, 2006. Vol. 106, No. 4. pp. 1140–1154.
11. Pathria R. K., Beale P. D. *Statistical Mechanics*, 3rd edn., Elsevier, Amsterdam, 2011. 745 p.
12. Wang A., Pollack G. H. Exclusion-zone water inside and outside of plant xylem vessels. *Scientific Reports. London*, 2024. 14. 12071. (PDF: pp. 1–8).
13. Bard A. J., Faulkner L. R. *Electrochemical Methods: Fundamentals and Applications*. 2nd ed. Wiley, New York, 2001. pp. 29–33.
14. Damon B. M., Buck A. K., Ding Z. Diffusion-tensor MRI-based skeletal muscle fiber tracking. *Imaging in Medicine. London*, 2011. Vol. 3. pp. 675–687.

#### REFERENCES:

1. Israelachvili, J. N. (2011). *Intermolecular and Surface Forces. 3rd ed.* London : Academic Press, 647.
2. Jurema, M. J., Kirschner, K. N., & Shields, G. C. (1993). Modeling of magic water clusters  $(\text{H}_2\text{O})_n$  and  $(\text{H}_2\text{O})_{21}\text{H}^+$  with the PM3 quantum-mechanical method. *Journal of Computational Chemistry*. 1326–1332.
3. Konovalov, A. I. & Ryzhkina, I. S. (2014). Highly diluted aqueous solutions: formation of nanoassociates and their properties. *Journal of Solution Chemistry*. 43(3). 1207–1226.
4. Laage, D. & Hynes, J. T. (2006). A molecular jump mechanism of water reorientation. *Science*. 311. 832–835.
5. Montagnier, L., Aïssa, J., Ferris, S., Montagnier, J.-L. & Lavallée, C. (2009). Electromagnetic signals are produced by aqueous nanostructures derived from bacterial DNA sequences. *Interdisciplinary Sciences: Computational Life Sciences*. 1(2). 81–90.
6. Xu, X., Shen, Y. R. & Tian, C. (2019). Phase-sensitive sum frequency vibrational spectroscopic study of air/water interfaces:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{D}_2\text{O}$ , and diluted isotopic mixtures // *The Journal of Chemical Physics*. 150, 12.
7. Pollack, G. H. (2013). *The Fourth Phase of Water: Beyond Solid, Liquid, and Vapor. Olympia Publishing*, 1–256.
8. Tokmachev, A. M., Tchougréeff, A. L. & Dronskowski, R. (2010). Hydrogen-bond networks in water clusters  $(\text{H}_2\text{O})_{20}$ : an exhaustive quantum-chemical analysis. *ChemPhysChem*, 11, 384–388.
9. He, X., Zhou, Y., Wen, X., Shpilman, A. A. & Ren, Q. (2018). Effect of Spin Polarization on the Exclusion Zone of Water. *J. Phys. Chem. B*, 122, 8493–8502.
10. Shen, Y. R. & Ostroverkhov, V. (2006). Sum-frequency vibrational spectroscopy on water interfaces: polar orientation of water molecules at interfaces. *Chemical Reviews*. 106(4), 1140–1154.
11. Pathria, R. K. & Beale P. D. *Statistical Mechanics*, 3rd edn., Amsterdam: Elsevier, 2011. 745 p.
12. Wang, A. & Pollack, G. H. (2024). Exclusion-zone water inside and outside of plant xylem vessels. *Scientific Reports*. 14:12071, 1–8.
13. Bard, A. J. & Faulkner, L. R. (2001). *Electrochemical Methods: Fundamentals and Applications*. 2nd ed. Wiley, 29–33.
14. Damon, B. M. & Buck, A. K., Ding Z. (2011). Diffusion-tensor MRI-based skeletal muscle fiber tracking. *Imaging in Medicine*. 3, 675–687.

Дата надходження статті: 30.09.2025

Дата прийняття статті: 22.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 37.015.31:355]:623.746-519

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-3>

**Василь ВЕЛИЧКО**

здобувач вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту,  
Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл.,  
Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-4502-2645>

**Ніна ГОЛОВІНА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних  
та освітніх технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13,  
м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1152-1536>

**Оксана ОСТРЕЙ**

інженер з комп'ютерних систем Відділу технічних засобів навчання “Центру інноваційних технологій  
та комп'ютерного тестування”, Волинський національний університет імені Лесі Українки,  
просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1174-8367>

**Олександр МАРТИНЮК**

доктор педагогічних наук, професор кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх  
технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк,  
Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-4473-7883>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57224619200

**Бібліографічний опис статті:** Величко, В., Головіна, Н., Острей, О., Мартинюк, О. (2025). Авторська програма «інформаційно-комунікаційні технології у військовій справі: безпілотні літальні апарати (БПЛА) та засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ)» у контексті початкової військової підготовки. *Фізика та освітні технології*, 2, 17–24, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-3>

**АВТОРСЬКА ПРОГРАМА «ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ  
У ВІЙСЬКОВІЙ СПРАВІ: БЕЗПІЛОТНІ ЛІТАЛЬНІ АПАРАТИ (БПЛА)  
ТА ЗАСОБИ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ БОРОТЬБИ (РЕБ)»  
У КОНТЕКСТІ ПОЧАТКОВОЇ ВІЙСЬКОВОЇ ПІДГОТОВКИ**

В умовах повномасштабної війни, що триває в Україні, військово-патріотичне виховання стає невід'ємною частиною освітнього процесу, набуваючи стратегічного значення для формування національної свідомості та обороноздатності молодого покоління. Відповідаючи на запити сьогодення, Міністерство освіти і науки України (МОН) формує документи, де визначає мету, завдання та принципи національно-патріотичного виховання, чітко окреслює роль його військово-патріотичної складової.

Авторами проаналізовано Закон України «Про освіту», Державні стандарти повної загальної середньої освіти, накази Міністерства освіти і науки України (МОН), що стосуються питань національно-патріотичного виховання дітей і молоді. Розглянуто нормативно-правове регулювання створення авторських програм та методика їх створення.

Методичні рекомендації МОН заохочують вчителів інтегрувати елементи військово-патріотичного виховання в усі освітні компоненти, а також розширювати варіативну складову навчальних предметів з акцентом на захист Вітчизни. У цьому контексті інформатика виступає як найбільш перспективний предмет для інтеграції вивчення сучасних військових інформаційних технологій.

Згідно з програмою з інформатики для 10-11 класів, базовий модуль може бути розширений за рахунок вибіркового модуля. Автори пропонують акцентувати увагу на ролі сучасних технологій у військовій справі, зокрема на використанні безпілотних літальних апаратів (БПЛА) та засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ), а також на ролі штучного інтелекту в їхньому розвитку. Враховуючи їхню ключову роль цих пристроїв у сучасних бойових діях, обсягу базового модуля інформатики недостатньо для поглибленого вивчення цих тем.

Метою дослідження є розробка програми вибіркового модуля з інформатики: «Інформаційно-комунікаційні технології військової сфери: безпілотні літальні апарати (БПЛА) та засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ)».

Запропонована авторська варіативна складова навчальної програми з інформатики для 11 класу на 35 годин є відповіддю на актуальні потреби сьогодення, дозволяючи детальніше ознайомити учнів з принципами роботи, характеристиками та застосуванням БПЛА та РЕБ. Її впровадження сприятиме не лише військово-патріотичному вихованню, а й формуванню практичних навичок, необхідних для майбутніх захисників України. Ця програма, після проходження експертизи відповідно до встановленого порядку, може бути інтегрована в освітній процес, значно розширюючи можливості базового модуля з інформатики.

**Ключові слова:** військово-патріотичне виховання в Україні, інтеграція ІКТ у сучасну освіту, авторська навчальна програма.

### **Vasyl VELYCHKO**

*Student at the Educational and Scientific Physical and Technological Institute, Lesya Ukrainka*

*Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-4502-2645>

### **Nina HOLOVINA**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1152-1536>

### **Oksana OSTREI**

*Computer systems engineer of the Technical Teaching Aids Department of the “Center for Innovative Technologies and Computer Testing”, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1174-8367>

### **Oleksandr MARTYNIUK**

*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-4473-7883>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57224619200

**To cite this article:** Velychko, V., Holovina, N., Ostrei, O., Martyniuk, O. (2025). Avtorska prohrama “Informatsiino-komunikatsiini tekhnolohii u viiskovii spravi: bezpilotni litalni aparaty (BPLA) ta zasoby radioelektronnoi borotby (REB)” u konteksti pochatkovoi viiskovoi pidhotovky [Authored program “Information and communication technologies in military affairs: unmanned aircraft (UAV) and electronic warfare (EW) equipment” in the context of initial military training]. *Physics and Educational Technology*, 2, 17–24, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-3>

## AUTHORED PROGRAM “INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN MILITARY AFFAIRS: UNMANNED AIRCRAFT (UAV) AND ELECTRONIC WARFARE (EW) EQUIPMENT” IN THE CONTEXT OF INITIAL MILITARY TRAINING

*In the conditions of a full-scale war ongoing in Ukraine, military-patriotic education is becoming an integral part of the educational process, acquiring strategic importance for the formation of national consciousness and defense capabilities of the younger generation. Responding to today's demands, the Ministry of Education and Science of Ukraine (MES) is forming documents that define the goal, objectives and principles of national-patriotic education, clearly outlining the role of its military-patriotic component. The authors analyzed the Law of Ukraine “On Education”, the State Standards of Complete Secondary Education, orders of the Ministry of Education and Science of Ukraine (MES) concerning issues of national-patriotic education of children and youth. The regulatory and legal regulation of the creation of author's programs and the methodology for their creation were considered.*

*Methodological recommendations of the MES encourage teachers to integrate elements of military-patriotic education into all educational components, as well as to expand the variable component of educational subjects with an emphasis on the defense of the Fatherland. In this context, computer science appears as the most promising subject for integrating the study of modern military information technologies.*

*According to the computer science program for grades 10–11, the basic module can be expanded by selective modules. The authors propose to focus attention on the role of modern technologies in military affairs, in particular, on the use of unmanned aerial vehicles (UAVs) and electronic warfare (EW) means, as well as on the role of artificial intelligence in their development. Given the key role of these devices in modern combat operations, the scope of the basic computer science module is not enough for an in-depth study of these topics.*

*The purpose of the study is to develop a program for an elective module in computer science: “Information and communication technologies in the military sphere: unmanned aerial vehicles (UAVs) and electronic warfare (EW)”.*

*The proposed author's variable component of the computer science curriculum for grade 11 for 35 hours is a response to the current needs of today, allowing students to be more familiar with the principles of operation, characteristics and application of UAVs and EW. Its implementation will contribute not only to military-patriotic education, but also to the formation of practical skills necessary for future defenders of Ukraine. This program, after passing the examination in accordance with the established procedure, can be integrated into the educational process, significantly expanding the capabilities of the basic computer science module.*

**Key words:** *military-patriotic education in Ukraine, integration of ICT into modern education, authored educational program.*

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** На тлі героїчної боротьби українського народу за свою свободу та незалежність, військово-патріотичне виховання набуває особливої ваги в освітньому процесі. Міністерство освіти і науки України (МОН) постійно оновлює нормативно-правову базу, спрямовану на посилення патріотичного духу серед молодого покоління.

Одним із ключових документів у цій сфері є «Концепція національно-патріотичного виховання дітей і молоді», затверджена наказом МОН від 06.06.2022 № 527 «Про деякі питання національно-патріотичного виховання в закладах освіти України...» (МОН, 2022). Ця Концепція визначає мету, завдання, принципи та основні напрями національно-патріотичного виховання, важливу складовою якого є військово-патріотичне виховання. Згідно з (МОН, 2022), мета військово-патріотичного виховання полягає у формуванні в молодого покоління готовності до захисту України, її суверенітету, територіальної цілісності та недоторканності, високої патріотичної свідомості, почуття

вірності військовій присязі, мужності, сміливості та рішучості. Одним із завдань військово-патріотичного виховання в школі є: «Формування практичних навичок, необхідних для захисту України, зокрема основ військової справи, цивільного захисту та домедичної допомоги». Шляхом реалізації цього завдання буде: «підготовка комплексних програм громадянсько-патріотичного, військово-патріотичного, духовно-морального виховання та нормативно-методичного забезпечення їх реалізації ... вироблення науково-теоретичних і методичних засад патріотичного вихованій молоді, включення проблематики патріотичного виховання молоді до дослідницьких програм та планів наукових установ і закладів освіти ...».

Важливу роль у військово-патріотичному вихованні відіграє навчальний предмет «Захист України». З огляду на сучасні виклики, МОН постійно працює (МОН, 2025) над оновленням його змісту та методичного забезпечення, з метою зробити цей предмет максимально актуальним та ефективним у підготовці молоді до захисту країни. «Оновлення програми

предмета «Захист України» спрямовано на формування важливих життєвих навичок: від надання першої допомоги до розуміння сучасних технологій...», – зазначає Оксен Лісовий (МОН, 2025). Основний акцент в оновленій програмі військової підготовки школярів тепер зроблено на вивченні сучасних технологій замість муштри (Гірак, 2025).

Верховна Рада 19.06.2025 прийняла постанову 13309 «про Всеукраїнську дитячо-юнацьку військово-патріотичну гру «Сокіл» («Джура»).» (Верховна Рада, 2025), яка проводиться з «... метою формування у дітей та молоді патріотичної та оборонної свідомості. Гра спрямована на здобуття молоддю первинних загальновійськових і спеціальних компетентностей, ... необхідних для відстоювання державної незалежності та територіальної цілісності України, захисту державного кордону, забезпечення безпеки та правопорядку в країні» (Мамченко, 2025).

Таким чином, військово-патріотичне виховання в закладах освіти є важливим напрямом освітньої діяльності, що здійснюється з ініціативи МОН. Розглянуті документи визначають чіткі цілі та завдання, спрямовані на формування в здобувачів освіти патріотизму, готовності до захисту Батьківщини та необхідних для цього знань і навичок. Постійне оновлення нормативно-правової бази та підтримка військово-патріотичних ініціатив свідчать про пріоритетність цього напрямку в сучасній українській освіті. Методичні рекомендації МОН для вчителів-предметників пропонують включати у кожен освітній компонент елементи військово-патріотичного виховання, а також розширювати варіативну складову кожного предмету з ухилом на захист Вітчизни. Тому, **актуальним** є розробка авторських програм з елементами військово-патріотичного виховання та захисту Вітчизни. Інформатика, як предмет, що формує базові компетентності у галузі інформаційної комунікаційних технологій та передбачає розширення власного змісту за рахунок вибіркового модулів, найбільше сприяє вивченню сучасних технологій у військовій справі.

За програмою з інформатики для 10-11 класу (МОН, 2018) основою навчання інформатики є базовий модуль, зміст якого може бути розширений за рахунок вибіркового модулів. Базовий модуль, на вивчення якого відводиться

35 годин, завершує формування в учнів предметних і ключових компетентностей щодо використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій на рівні, визначеному чинним Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти (МОН, 2025).

У базовому модулі «Інформаційні технології в суспільстві» варто акцентувати увагу на ролі сучасних технологій та систем у військовій справі на прикладі використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) та засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ) з ними. Також важливо вказати роль штучного інтелекту у розвитку сучасних технологій, на прикладі БПЛА. Оскільки роль БПЛА та РЕБ відіграє ключову роль у сучасних бойових діях, кількох годин базового модуля інформатики є недостатньо. Авторами публікації проведено дослідження ролі передавального середовища ІКТ у контексті розгляду фізичних основ функціонування радіоелектронної боротьби на уроках фізики (Величко, Головіна, Острей, 2024) та розроблено ряд задач на військову тематику, що розкривають суть фізичних основ функціонування радіоелектронної боротьби (Величко, Головіна, Острей, 2024). Авторами (Киричик, Мартинюк, 2025) продемонстровано вивчення військових технологій як засобів популяризації фізики: від гіроскопа в робототехніці до систем стабілізації танкових гармат та безпілотних літальних апаратів. Запропоновані методичні рекомендації можуть бути ефективно інтегровані у вивчення фізики, радіотехніки, робототехніки, в гуртковій на науково-дослідницькій роботі, з метою формування у здобувачів освіти цікавості до навчання та створення власних автоматизованих проєктів. Але і цих рекомендацій для вчителів фізики не достатньо, щоб продемонструвати принципи дії та сформувати початкові компетентності роботи з БПЛА та РЕБ.

Тому, **метою** дослідження є розробка програми вибіркового модуля з інформатики «Інформаційно комунікаційні технології військової сфери: безпілотні літальні апарати (БПЛА) та засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ)».

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розробка авторських програм спецкурсів у закладах загальної середньої освіти (ЗЗСО) регламентується низкою нормативно-правових

Таблиця 1

**Авторська варіативна складова навчальної програми з інформатики для 11 класу  
Інформаційно-комунікаційні технології військової сфери:  
безпілотні літальні апарати (БПЛА) та засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ) 35 годин**

| Очікувані результати                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Зміст навчання                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Розділ 1. Сучасні технології: БПЛА та РЕБ<br/>Тема 1. «Безпілотні літальні апарати (БПЛА)»</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p align="center"><b>Знаннєва складова</b></p> <p><i>Пояснює</i> поняття безпілотних літальних апаратів як елемента сучасних технологій.</p> <p><i>Наводить</i> приклади різних видів безпілотників.</p> <p><i>Називає</i> складові БПЛА та їх призначення.</p> <p><i>Називає</i> властивості складових БПЛА.</p> <p><i>Наводить</i> особливості застосування тепловізійних пристроїв у різноманітних ситуаціях.</p> <p align="center"><b>Діяльнісна складова</b></p> <p><i>Розпізнає</i> різновиди безпілотників.</p> <p><i>Розрізняє</i> типи БПЛА за призначенням.</p> <p><i>Класифікує</i> види безпілотників</p> <p><i>Дотримується</i> правил безпеки життєдіяльності під час роботи з різними пристроями.</p> <p><i>Уміє</i> використовувати функціонал тепловізорів та БПЛА для вирішення життєвих проблем.</p> <p align="center"><b>Ціннісна складова</b></p> <p><i>Усвідомлює</i> взаємозв'язок між апаратними складовими БПЛА.</p> <p><i>Усвідомлює</i> наслідки впливу сучасних технологій на здоров'я.</p> <p><i>Має</i> уявлення про роль сучасних технологій у житті людини та суспільстві</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>Сучасні технології у мирних та бойових умовах.</p> <p>Роль і місце БПЛА у сучасних реаліях.</p> <p>Класифікація та види безпілотників.</p> <p>Особливості застосування БПЛА у військових діях.</p> <p>Види БПЛА, які використовуються у воєнних діях.</p> <p>Складові БПЛА та їх призначення.</p> <p>Камера. Види камер. Будова та принцип роботи.</p> <p>Тепловізійні пристрої. Принцип роботи, функціонал.</p> <p>Розв'язання з життєвих проблем з використанням БПЛА</p>                                                                                                                                                                              |
| <b>Тема 2. «Засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ)»</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p align="center"><b>Знаннєва складова</b></p> <p><i>Пояснює</i> поняття засобів радіоелектронної боротьби.</p> <p><i>Наводить</i> приклади застосування РЕБ.</p> <p><i>Наводить</i> приклади використання сучасних технологій для захисту власного життя та здоров'я.</p> <p><i>Називає</i> складові РЕБ та їх призначення.</p> <p><i>Наводить</i> приклади ворожих засобів радіоелектронної боротьби.</p> <p align="center"><b>Діяльнісна складова</b></p> <p><i>Розпізнає</i> різновиди РЕБ.</p> <p><i>Класифікує</i> типи РЕБ.</p> <p><i>Використовує</i> набуті знання для розв'язання навчальних і життєвих задач.</p> <p align="center"><b>Ціннісна складова</b></p> <p><i>Усвідомлює</i> важливість використання РЕБ у військових діях.</p> <p><i>Критично</i> оцінює роль і місце РЕБ на сьогодні.</p> <p><i>Усвідомлює</i> переваги та недоліки використання засобів радіоелектронної боротьби.</p> <p><i>Оцінює</i> ризики використання РЕБ у мирних умовах та для захисту власної безпеки.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>Роль і місце РЕБ на сьогодні.</p> <p>Особливості застосування РЕБ у військових діях. Види засобів радіоелектронної боротьби.</p> <p>Засоби РЕБ, які використовуються на сьогодні ворогом.</p> <p>Складові РЕБ та їх призначення.</p> <p>Використання РЕБ для власної безпеки.</p> <p>Використання РЕБ у мирних умовах</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Розділ 2. «Інноваційні технології та інструменти для роботи з БПЛА та РЕБ»</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p align="center"><b>Знаннєва складова</b></p> <p><i>Пояснює</i> поняття програмного забезпечення.</p> <p><i>Пояснює</i> важливість використання програмного забезпечення.</p> <p><i>Знає і розуміє</i> різні види прикладних програм для роботи з БПЛА та РЕБ.</p> <p><i>Наводить</i> приклади таких програм.</p> <p><i>Називає</i> різні види програмного забезпечення, яке необхідне для роботи з РЕБ та БПЛА.</p> <p><i>Наводить</i> приклади використання спеціалізованого програмного забезпечення.</p> <p align="center"><b>Діяльнісна складова</b></p> <p><i>Уміє</i> використовувати програмне забезпечення для роботи з БПЛА та РЕБ.</p> <p><i>Визначає</i> характеристики спеціалізованих програм.</p> <p><i>Використовує</i> набуті навички та знання для розв'язання навчальних і життєвих задач.</p> <p><i>Застосовує</i> засоби програмування для конкретних завдань.</p> <p><i>Обґрунтовує</i> вибір інструментів для роботи з інноваційними технологіями.</p> <p align="center"><b>Ціннісна складова</b></p> <p><i>Усвідомлює</i> роль програмування та моделювання для розв'язання навчальних і життєвих задач.</p> <p><i>Усвідомлює</i> зв'язок між інформаційними технологіями та потребами сьогодення.</p> <p><i>Використовує</i> контент з інтернет-джерел з урахуванням авторських прав.</p> <p><i>Ураховує</i> художньо-естетичну складову в процесі створення мультимедійних об'єктів</p> | <p>Програмне забезпечення для роботи з БПЛА. Інтерфейс та функціонал основних застосунків.</p> <p>Використання спеціалізованого програмного забезпечення для технічної роботи з БПЛА.</p> <p>Симулятори для керування БПЛА, особливості застосування.</p> <p>Прикладні програми для роботи з РЕБ.</p> <p>Кропива. Призначення та функціонал.</p> <p>ArduPilot. Сфери застосування та можливості програми.</p> <p>Програмування мікроконтролерів. Плати ініціації.</p> <p>3D-моделювання. Виготовлення різних деталей для безпілотника.</p> <p>Відео та фотозйомка з використанням сучасних технологій.</p> <p>Розв'язування задач на військову тематику</p> |

актів та методичних рекомендацій. Закон України «Про освіту» (Верховна Рада, 2017) у статті 54: «гарантує право педагогічних, науково-педагогічних працівників на академічну свободу, включаючи свободу викладання, вибору форм, методів і засобів навчання, розроблення навчальних програм; визначає, що педагогічні працівники мають право на ініціативу у виборі форм, методів і засобів навчання та виховання, розробленні авторських навчальних програм, проєктів, освітніх методик і технологій, методів оцінювання». Закон України «Про повну загальну середню освіту» (Верховна Рада, 2020) у статті 11 визначає структуру та зміст освіти, передбачаючи можливість розроблення та впровадження авторських навчальних програм, у тому числі спецкурсів; а стаття 22 встановлює права та обов'язки педагогічних працівників, підтверджуючи їхнє право на розроблення та апробацію авторських навчальних програм.

Базові навчальні плани, розроблені на основі Державних стандартів (МОН, 2025), передбачають години для факультативних курсів, спецкурсів та курсів за вибором, які можуть реалізовуватися за авторськими програмами. Конкретні предмети та кількість годин визначаються закладом освіти самостійно. Вчителі інформатики мають право розробляти та використовувати власні вибіркові модулі за умови проходження ними експертизи у відповідній комісії Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України згідно з Порядком здійснення експертизи, надання грифів навчальній літературі та навчальним програмам (МОН, 2023).

Вибіркові модулі для розширення курсу учитель добирає, відповідно до профілю навчання навчального закладу, запитів, індивідуальних інтересів і здібностей учнів, регіональних особливостей, матеріально-технічної бази та наявного програмного забезпечення. Враховуючи реалії війни в Україні, варто детальніше ознайомити учнів із сучасними технологіями, які використовуються на полі бою: БПЛА та РЕБ. Для цього варто розробити окремий вибірковий модуль з інформатики, який буде орієнтований виключно на вивчення принципу роботи, характеристик, способу застосування, тощо безпілотних літальних апаратів та засобів радіоелектронної боротьби. Авторами запропоновано приклад такого вибіркового модуля (табл. 1).

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Сучасні інформаційні технології відіграють важливу роль на полі бою. Вивчення основ роботи БПЛА та РЕБ у закладах освіти сприяє військово-патріотичному вихованню та формуванню первинних навичок роботи з даними пристроями.

Запропонована авторська варіативна складова навчальної програми з інформатики для 11 класу «Інформаційно комунікаційні технології військової сфери: безпілотні літальні апарати (БПЛА) та засоби радіоелектронної боротьби (РЕБ)» (35 годин) потребує проходження експертизи у відповідній комісії Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України згідно з Порядком здійснення експертизи, надання грифів навчальній літературі та навчальним програмам і може бути додана до навчальної програми базового модуля з інформатики, як варіативна складова.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. Про деякі питання національно-патріотичного виховання в закладах освіти України : наказ МОН від 06.06.2022 № 527. URL: <https://imzo.gov.ua/2022/06/08/nakaz-mon-vid-06-06-2022-527-pro-deiaki-pytannia-natsional-no-patriotichnoho-vykhovannia-v-zakladakh-osvity-ukrainy-ta-vyznannia-takym-shcho-vtratyv-chynnist-nakazu-ministerstva-osvity-i-nauky-ukrainy/> (дата звернення: 18.06.2025).
2. Про утворення робочої групи з розроблення пропозицій щодо забезпечення викладання навчального предмета «Захист України» : наказ МОН від 15.04.2025 № 569. URL: <https://mon.gov.ua/npa/pro-utvorennia-robchoi-hrupy-z-rozroblennia-propozytsii-shchodo-zabezpechennia-vykkladannia-navchalnoho-predmeta-zakhyst-ukrainy> (дата звернення: 18.06.2025).
3. Що вивчатимуть на оновленому «Захисті України»: розроблено проєкт модельної навчальної програми. Новини. URL: <https://mon.gov.ua/news/shcho-vyvchatymut-na-onovlenomu-zakhysti-ukrainy-rozrobleno-proiekt-modelnoi-navchalnoi-prohramy> (дата звернення: 18.06.2025).
4. Гірак Г. Військова підготовка школярів: вивчення сучасних технологій замість муштри. Кореспондент. net. URL: <https://ua.korrespondent.net/articles/4689865-viiskova-pidhotovka-shkoliariv-vyvchennia-suchasnykh-tekhnologii-zamist-mushtry> (дата звернення: 18.06.2025).

5. Проект Постанови про підтримку Всеукраїнської дитячо-юнацької військово-патріотичної гри «Сокіл» («Джура») : ЕЛЕКТРОН. ПРОТОКОЛ від 19.06.2025 № 13309. URL: [https://w2.rada.gov.ua/pls/radan\\_gs09/ns\\_el\\_h2?data=19062025&nom\\_s=13](https://w2.rada.gov.ua/pls/radan_gs09/ns_el_h2?data=19062025&nom_s=13) (дата звернення: 23.06.2025).
6. Мамченко Н. «Джура-Прикордонник» і «Джура-Поліцейський»: Верховна Рада ухвалила постанову про Всеукраїнську дитячо-юнацьку військово-патріотичну гру «Джура». Судово-юридична газета. URL: <https://sud.ua/uk/news/publication/334050-dzhura-pogranichnik-i-dzhura-politseyskiy-verkhovnaya-rada-prinyala-postanovlenie-o-vseukrainskoy-detsko-yunosheskoj-voenno-patrioticheskoy-igre-dzhura> (дата звернення: 23.06.2025).
7. Програма Інформатика, 10–11 клас. Рівень стандарту (2018 р.) – [informatik.pp.ua](http://informatik.pp.ua). URL: <https://informatik.pp.ua/kabinet/programi/10-11-klasy/programa-informatyka-10-11-klas-riven-standartu-2018/> (дата звернення: 18.06.2025).
8. Державні стандарти загальної середньої освіти. МОН. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/derzhavni-standarti> (дата звернення: 18.06.2025).
9. Величко В. О., Головіна Н. А., Острей О. Р., Вивчення передавального середовища ІКТ у контексті розгляду фізичних основ функціонування радіоелектронної боротьби на уроках фізики. *Вісник Львівського університету. Серія педагогічна*, 2024. В. 41. 23–37.
10. Величко В. О., Головіна Н. А., Острей О. Р., Задачі на військову тематику, що розкривають суть фізичних основ функціонування радіоелектронної боротьби. *Фізика та освітні технології*. Луцьк : Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2024. № 2.
11. Киричик С. М., Мартинюк О. С. Вивчення військових технологій як засобів популяризації фізики: від гіроскопа в робототехніці до систем стабілізації танкових гармат та безпілотних літальних апаратів. *Математика, інформатика, фізика: наука та освіта*. 2, 1 (May 2025), 124–133. <https://doi.org/10.31652/3041-1955-2025-02-01-10>
12. Про освіту: Закон України від 05.09.2017 № 2145-VIII: станом на 1 черв. 2025 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення: 18.06.2025).
13. Закон Про повну загальну середню освіту : Закон України від 16.01.2020 № 463-IX : станом на 15 черв. 2025 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text> (дата звернення: 18.06.2025).
14. Про затвердження Порядку здійснення експертизи, надання грифів навчальній літературі та навчальним програмам : Наказ МОН України від 05.06.2023 № 675. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1203-23#Text> (дата звернення: 18.06.2025).

#### REFERENCES:

1. Ministry of Education and Science of Ukraine. (2022, June 6). *Pro deiaki pytannia natsionalno-patriotichnoho vykhovannia v zakladykh osvity Ukrainy* [On certain issues of national and patriotic education in educational institutions of Ukraine] (Order No. 527). Retrieved from <https://imzo.gov.ua/2022/06/08/nakaz-mon-vid-06-06-2022-527-pro-deiaki-pytannia-natsional-no-patriotichnoho-vykhovannia-v-zakladykh-osvity-ukrainy-ta-vyznannia-takym-shcho-vtratyv-chynnist-nakazu-ministerstva-osvity-i-nauky-ukrainy/> (access date: 18.06.2025).
2. Ministry of Education and Science of Ukraine. (2025, April 15). *Pro utvorennia robochoi hrupy z rozroblennia propozytsii shchodo zabezpechennia vykladannia navchalnoho predmeta “Zakhyst Ukrainy”* [On establishing a working group to develop proposals for ensuring the teaching of the subject “Defense of Ukraine”] (Order No. 569). Retrieved from <https://mon.gov.ua/npa/pro-utvorennia-robochoi-hrupy-z-rozroblennia-propyzytsii-shchodo-zabezpechennia-vykladannia-navchalnoho-predmeta-zakhyst-ukrainy> (access date: 06/18/2025).
3. Ministry of Education and Science of Ukraine. (n.d.). *Shcho vyvchatymut na onovlenomu “Zakhysti Ukrainy”*: *rozrobleno proekt modelnoi navchalnoi prohramy* [What will be studied in the updated “Defense of Ukraine” course: A draft model curriculum has been developed]. Retrieved from <https://mon.gov.ua/news/shcho-vyvchatymut-na-onovlenomu-zakhysti-ukrainy-rozrobleno-proekt-modelnoi-navchalnoi-prohramy> (date of application: 06/18/2025).
4. Hirak, H. (n.d.). *Viiskova pidhotovka shkolariv: vyvchennia suchasnykh tekhnolohii zamist mushtry* [Military training of school students: Studying modern technologies instead of drill]. *Korrespondent.net*. Retrieved from <https://ua.korrespondent.net/articles/4689865-viiskova-pidhotovka-shkolariv-vyvchennia-suchasnykh-tekhнологii-zamist-mushtry> (date of access: 06/18/2025).
5. Verkhovna Rada of Ukraine. (2025, June 19). *Proiekt postanovy pro pidtrymku Vseukrainskoi dytiacho-yunatskoi viiskovo-patriotichnoi hry “Sokil” (“Dzhura”)* [Draft resolution on support of the All-Ukrainian military-patriotic game “Sokil” (“Dzhura”)] (Electronic protocol No. 13309). Retrieved from [https://w2.rada.gov.ua/pls/radan\\_gs09/ns\\_el\\_h2?data=19062025&nom\\_s=13](https://w2.rada.gov.ua/pls/radan_gs09/ns_el_h2?data=19062025&nom_s=13) (date of access: 06/23/2025).
6. Mamchenko, N. (n.d.). *“Dzhura-Prykordonnyk” i “Dzhura-Politseyskyi”: Verkhovna Rada ukhvalyla postanovu pro Vseukrainsku dytiacho-yunatsku viiskovo-patriotichnu hru “Dzhura”* [“Dzhura-Border Guard” and “Dzhura-Police Officer”: The Verkhovna Rada adopted a resolution on the All-Ukrainian military-patriotic game “Dzhura”]. *Sudovo-yurydychna hazeta*. Retrieved from <https://sud.ua/uk/news/publication/334050-dzhura-pogranichnik-i-dzhura-politseyskiy-verkhovnaya-rada-prinyala-postanovlenie-o-vseukrainskoy-detsko-yunosheskoj-voenno-patrioticheskoy-igre-dzhura>

politseyskiy-verkhovnaya-rada-prinyala-postanovlenie-o-vseukrainskoy-detsko-yunosheskoy-voenno-patrioticheskoy-igre-dzhura (access date: 06/23/2025).

7. Informatik.pp.ua. (2018). *Prohrama "Informatyka", 10–11 klasy. Riven standartu* [Informatics curriculum for grades 10–11. Standard level]. Retrieved from <https://informatik.pp.ua/kabinet/programi/10-11-klasy/programa-informatyka-10-11-klas-riven-standartu-2018/> (access date: 18.06.2025).

8. Ministry of Education and Science of Ukraine. (n.d.). *Derzhavni standarty zahalnoi serednoi osvity* [State standards of general secondary education]. Retrieved from <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/derzhavni-standarti> (access date: 18.06.2025).

9. Velychko, V. O., Holovina, N. A., & Ostrei, O. R. (2024). Vyvchennia peredavalnoho seredovyscha IKT u konteksti rozghliadu fizychnykh osnov funktsionuvannia radioelektronnoi borotby na urokakh fizyky [Study of ICT transmission media in the context of physical principles of electronic warfare functioning in physics lessons]. *Visnyk of Lviv University. Pedagogical Series*, 41, 23–37.

10. Velychko, V. O., Holovina, N. A., & Ostrei, O. R. (2024). Zadachi na viiskovu tematiku, shcho rozkryvaiut sut fizychnykh osnov funktsionuvannia radioelektronnoi borotby [Military-themed problems revealing the physical foundations of electronic warfare]. *Physics and Educational Technologies*, 2.

11. Kyrychuk, S. M., & Martyniuk, O. S. (2025). Vyvchennia viiskovykh tekhnolohii yak zasobiv populiaryzatsii fizyky: vid hiroskopa v robototekhnitsi do system stabilizatsii tankovykh harmat ta bezpilotnykh litalnykh aparativ [Studying military technologies as a means of popularizing physics]. *Mathematics, Informatics, Physics: Science and Education*, 2(1), 124–133. <https://doi.org/10.31652/3041-1955-2025-02-01-10>

12. Verkhovna Rada of Ukraine. (2017). *Pro osvitu* [On education] (Law No. 2145-VIII, as of June 1, 2025). Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19> (access date: 18.06.2025).

13. Verkhovna Rada of Ukraine. (2020). *Pro povnu zahalnu seredniu osvitu* [On complete general secondary education] (Law No. 463-IX, as of June 15, 2025). Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20> (access date: 18.06.2025).

14. Ministry of Education and Science of Ukraine. (2023, June 5). *Pro zatverdzhennia Poriadku zdiisnennia ekspertyzy, nadannia hryfiv navchalnii literaturi ta navchalnym prohramam* [On approval of the procedure for expert review and granting approval labels to educational literature and curricula] (Order No. 675). Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1203-23> (access date: 18.06.2025).

Дата надходження статті: 22.09.2025

Дата прийняття статті: 19.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 373.5.016:53/52(477)

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-4>**Юрій ДЯТЛОВ**

кандидат історичних наук, доцент, завідувач кафедри фізики та астрономії,  
Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка,  
вул. Гетьмана Полуботка 53, м. Чернігів, Україна, 14017

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-5456-2437>

**Наталія ПРЯДКО**

кандидат психологічних наук, доцент, доцент кафедри інформатики та обчислювальної техніки,  
Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка,  
вул. Гетьмана Полуботка 53, м. Чернігів, Україна, 14017

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0686-6449>

**Дарія ЛЮБЧИКОВА**

здобувач вищої освіти природничо-математичного факультету,  
Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка,  
вул. Гетьмана Полуботка 53, м. Чернігів, Україна, 14017

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0003-7103-0442>

**Бібліографічний опис статті:** Дятлов, Ю., Прядко, Н., Любчикова, Д. (2025). Практичне застосування матеріалів астрофізичної школи для навчання фізики та астрономії у НУШ. *Фізика та освітні технології*, 2, 25–30, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-4>

## ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ АСТРОФІЗИЧНОЇ ШКОЛИ ДЛЯ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ У НУШ

У статті обґрунтовано можливості ефективного застосування матеріалів міжнародних астрофізичних шкіл для викладання фізики та астрономії в контексті Нової української школи (НУШ). Автори наголошують, що сучасна освітня парадигма передбачає перехід від репродуктивного навчання до розвитку ключових компетентностей, зокрема критичного мислення та дослідницьких навичок. Використання актуальних наукових матеріалів, що охоплюють сучасні досягнення в космології, астрофізиці, радіоастрономії та космічних технологіях, дозволяє збагатити шкільні курси, зробити їх більш практико-орієнтованими та інтегрувати міждисциплінарні підходи.

Дослідження показує, що матеріали астрофізичної школи є цінним дидактичним засобом, який допомагає реалізувати компетентнісний підхід НУШ, залучаючи учнів до аналізу сучасних експериментальних даних. Це сприяє розвитку навичок роботи з інформацією, формує дослідницьку культуру та слугує основою для проєктної діяльності. Крім того, ознайомлення з кар'єрними траєкторіями науковців та прикладами реальних завдань сприяє свідомому вибору професій у сфері STEM, підвищуючи внутрішню мотивацію учнів.

У статті висвітлено також важливий психологічний аспект: робота з новими даними стимулює пізнавальний інтерес, знижуючи бар'єр між шкільною наукою і сучасними дослідженнями. Автори підкреслюють, що інтеграція матеріалів астрофізичної школи дозволяє не лише поглибити зміст навчання, але й сприяє профорієнтації, популяризації науки та формуванню позитивного ставлення до навчання. Результати дослідження показують, що це дієвий інструмент для підготовки нового покоління, здатного творчо застосовувати знання. У перспективі пропонується розробка методичних рекомендацій для вчителів, створення навчальних проєктів та подальший аналіз психологічного впливу такої роботи на мотивацію учнів.

**Ключові слова:** нова українська школа, НУШ, фізика, астрономія, астрофізичні школи, STEM-освіта, компетентнісний підхід, дослідницькі навички, критичне мислення, профорієнтація, міждисциплінарні зв'язки.

**Yurii DIATLOV**

*Candidate of Historical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Physics and Astronomy, T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium", 53 Hetmana Polubotka str., Chernihiv, Ukraine, 14017*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-5456-2437>

**Nataliia PRIADKO**

*Candidate of Psychological Sciences, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Engineering, T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium", 53 Hetmana Polubotka str., Chernihiv, Ukraine, 14017*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0686-6449>

**Dariia LIUBCHYKOVA**

*Student of the Faculty of Natural Sciences and Mathematics, T.H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium", 53 Hetmana Polubotka str., Chernihiv, Ukraine, 14017*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0003-7103-0442>

**To cite this article:** Diatlov, Yu., Priadko, N., Liubchykova, D. (2025). Praktychne zastosuvannya materialiv astrofizychnoi shkoly dlia navchannia fizyky ta astronomii u NUSH [Practical application of astrophysical school materials for teaching physics and astronomy at NUSH]. *Physics and Educational Technology*, 2, 25–30, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-4>

## **PRACTICAL APPLICATION OF ASTROPHYSICAL SCHOOL MATERIALS FOR TEACHING PHYSICS AND ASTRONOMY AT NUSH**

*The article substantiates the possibilities of effective use of materials from international astrophysical schools for teaching physics and astronomy in the context of the New Ukrainian School (NUS). The authors emphasize that the modern educational paradigm involves a transition from reproductive learning to the development of key competencies, in particular critical thinking and research skills. The use of relevant scientific materials covering modern achievements in cosmology, astrophysics, radio astronomy and space technologies allows enriching school courses, making them more practice-oriented and integrating interdisciplinary approaches.*

*The study shows that the materials of the astrophysical school are a valuable didactic tool that helps to implement the NUS competency-based approach, involving students in the analysis of modern experimental data. This contributes to the development of information skills, forms a research culture and serves as the basis for project activities. In addition, familiarization with the career trajectories of scientists and examples of real tasks contributes to a conscious choice of professions in the STEM field, increasing the intrinsic motivation of students.*

*The article also highlights an important psychological aspect: working with new data stimulates cognitive interest, lowering the barrier between school science and modern research. The authors emphasize that the integration of astrophysics school materials allows not only to deepen the content of the training, but also contributes to career guidance, popularization of science and the formation of a positive attitude towards learning. The results of the study show that this is an effective tool for training a new generation capable of creatively applying knowledge. In the future, the development of methodological recommendations for teachers, the creation of educational projects and further analysis of the psychological impact of such work on student motivation are proposed.*

**Key words:** new Ukrainian school, NUSH, physics, astronomy, astrophysical schools, STEM education, competency-based approach, research skills, critical thinking, career guidance, interdisciplinary connections.

**Актуальність проблеми.** Сучасна концепція Нової української школи (НУШ) передбачає перехід від репродуктивного навчання до формування ключових компетентностей, зокрема дослідницьких і критичного мислення, інтеграції природничих наук та використання міждисциплінарних підходів. Особливо актуальним є поєднання традиційної шкільної фізики й астрономії з новітніми досягненнями

астрофізики, що відкриває простір для розвитку пізнавальних інтересів учнів і їхньої профорієнтації у сфері STEM.

Матеріали міжнародних астрофізичних шкіл, які включають лекції провідних науковців світу з космології, астрофізики галактик, радіоастрономії та космічних технологій, створюють додаткові можливості для збагачення навчального процесу. Використання таких

джерел у шкільній практиці дозволяє учням отримати уявлення про сучасний стан науки, її методи, а також реальні виклики й перспективи розвитку (Носко, 2022).

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Досвід педагогічних практик доводить, що залучення учнів до аналізу наукових матеріалів не лише розширює їхні знання, а й сприяє формуванню емоційно-ціннісного ставлення до навчання та майбутньої професійної діяльності (Головіна, 2024). Це відповідає сучасним підходам до підготовки майбутніх педагогів і формуванню дослідницької культури (Садовий, 2013).

Окрім того, астрофізичні школи надають матеріали, які можуть бути використані для проєктної та дослідницької діяльності учнів. Вони легко інтегруються з положеннями модельної навчальної програми з фізики для 7–9 класів (Максимович, 2023), де закладено ідеї розвитку компетентностей через роботу з експериментом, задачами дослідницького характеру та сучасними інформаційними технологіями. Це дозволяє зробити процес навчання більш наочним та практико-орієнтованим (Садовий, 2020).

Таким чином, застосування матеріалів астрофізичної школи в освітньому процесі НУШ не лише збагачує навчання фізики та астрономії, але й сприяє розвитку критичного мислення, уміння працювати з інформацією, формує навички дослідження та підтримує профорієнтаційну складову, орієнтуючи учнів на перспективні наукові й технічні професії.

**Метою дослідження** є обґрунтування можливостей практичного застосування матеріалів астрофізичної школи для підвищення ефективності навчання фізики та астрономії в умовах реалізації концепції Нової української школи.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Аналіз матеріалів астрофізичної школи показує, що вони охоплюють широкий спектр сучасних напрямів астрофізики: від космологічних моделей і спостережень реліктового випромінювання до досліджень активних ядер галактик, машинного навчання в космології та космічних місій. Такі лекції можуть бути використані як дидактичні засоби для підсилення шкільних курсів фізики та астрономії. По-перше, матеріали школи дозволяють реалізувати компетентнісний підхід, передбачений НУШ. Учні залучаються до аналізу сучасних експериментальних даних,

що сприяє розвитку критичного мислення й формуванню навичок роботи з інформацією (Садовий, 2020). По-друге, вони відкривають можливості для проєктної діяльності. Наприклад, за результатами лекцій можна розробити міні-дослідження: «Роль космічного мікрохвильового реліктового фону у вивченні еволюції Всесвіту» чи «Можливості CubeSat у сучасних космічних дослідженнях». Такі проєкти відповідають положенням модельної навчальної програми з фізики для 7–9 класів, яка наголошує на практичності та дослідницькому підході (Максимович, 2023). По-третє, матеріали можуть бути використані для профорієнтаційної роботи. Ознайомлення з прикладами сучасних наукових завдань та кар'єрними траєкторіями науковців сприяє усвідомленому вибору професій у сфері STEM (Носко, 2022).

Матеріали астрофізичної школи відзначаються різноманітністю тематики й охоплюють сучасні досягнення космології, астрофізики, радіоастрономії та космічних технологій. Це дає змогу використовувати їх не лише для поглиблення навчального змісту шкільного курсу фізики й астрономії, а й для формування в учнів дослідницьких умінь, мотивації та інтересу до природничих наук. Адже психологічний аспект є не менш важливим: робота з актуальними даними стимулює пізнавальний інтерес, сприяє формуванню внутрішньої мотивації (Головіна, 2024).

На уроках фізики й астрономії окремі лекції можуть слугувати основою для пояснення складних явищ і процесів. Матеріали, присвячені сучасним уявленням про походження і розвиток Всесвіту, реліктове випромінювання чи будову галактик, доцільно поєднувати з темами шкільної програми про світло, хвильові процеси, будову зоряних систем. Це створює можливість підсилити міжпредметні зв'язки та показати учням, що теоретичні знання з курсу фізики мають пряме відображення в сучасних наукових дослідженнях. Особливий інтерес для старшокласників становлять приклади застосування новітніх технологій, зокрема мікросупутників, комп'ютерного моделювання чи методів машинного навчання в астрофізиці. Такі теми можна використати як основу для дослідницьких проєктів або гурткової роботи.

Інтеграція матеріалів астрофізичної школи в освітній процес сприяє не лише оновленню змісту, а й адаптації навчальних методів до

сучасних викликів. Залучення учнів до проєктної та дослідницької діяльності є особливо актуальним, враховуючи необхідність формування навичок, що виходять за межі традиційного відтворення знань. Цей підхід відповідає новим концепціям організації освітнього процесу, особливо в умовах, що вимагають гнучкості та інноваційності (Мацюк, 2020).

Аналіз можливостей застосування матеріалів астрофізичної школи показує, що вони здатні суттєво підсилити сучасний освітній процес у школі. Їх використання дає змогу зробити навчання фізики й астрономії більш практикоорієнтованим, наповненим актуальними науковими прикладами та дослідницькими завданнями. В умовах Нової української школи це має особливе значення, адже ключовим завданням є не лише передача готових знань, а формування в учнів умінь мислити критично, працювати з інформацією, здійснювати дослідження та бачити взаємозв'язок науки з реальним життям.

Матеріали астрофізичної школи дозволяють розробляти нетипові задачі, які вимагають від учнів аналітичного та критичного мислення, а не лише застосування готових формул. Це повністю узгоджується з принципами сучасної методики навчання розв'язувати задачі з фізики, яка наголошує на глибокому розумінні фізичних явищ та їх взаємозв'язків (Дідович, 2012).

У профорієнтаційній діяльності матеріали школи дозволяють показати широкий спектр можливих напрямів майбутньої професії. Демонстрація прикладів сучасних досліджень дає змогу школярам побачити зв'язок астрономії не лише з фізикою, але й з інформатикою, інженерією, біологією та екологією. Це допомагає учням усвідомити, що наука є міждисциплінарною сферою, де поєднуються різні компетентності. Знайомство з дослідницькими підходами та методами сприяє формуванню професійної орієнтації на STEM-напрями й розвитку внутрішньої мотивації до навчання. Проблема профорієнтаційної роботи з фізики та астрономії в сучасній школі потребує оновлених підходів, що ґрунтуються на інтеграції традиційної освітньої практики з інноваційними формами залучення молоді до наукової діяльності. Історичний досвід кінця XIX – початку XX ст., зокрема методичні ідеї М. Д. Пильчикова, засвідчує ефективність

поєднання теоретичної підготовки з експериментальною та дослідницькою діяльністю, що сприяло формуванню у студентів мотивації до наукового пошуку та здатності до самостійної роботи.

Підлітково-юнацький вік – це вік інтенсивного розвитку інтелектуальних здібностей. У зв'язку з цим уся навчальна діяльність перерозподіляється відповідно до інтересів, здібностей, практичних навичок. Довільність психічних процесів дозволяє учням не тільки накопичувати певний об'єм знань з навчальних дисциплін, а й систематизувати їх з урахуванням пріоритетних інтересів (Горобець, 2008).

У цьому контексті особливої актуальності набувають сучасні профорієнтаційні заходи. Зокрема, екскурсії до університетських планетаріїв забезпечують учням доступ до візуалізованого та науково обґрунтованого матеріалу з фізики та астрономії. Екскурсія учнів у планетарій є потужним інструментом для розширення пізнавального інтересу до науки, перетворюючи абстрактні знання на яскраві, емоційно заряджені враження. Планетарій, як унікальний простір, де реалізується модель Всесвіту, дозволяє учням «подорожувати», спостерігаючи за рухом планет і зір, що робить астрономію не сухою теорією, а захопливою пригодою. Це особливо актуально для школярів, чий пізнавальний інтерес формується через сенсорний досвід і емоційне залучення. Під куполом планетарію учні переживають «вау ефект», що посилює мотивацію до вивчення фізики, астрономії та суміжних наук. При цьому лекційні матеріали астрофізичної школи можуть стати змістовною основою для проведення таких занять. Розповіді про сучасні космічні місії, дослідження Сонячної системи чи відкриття в галузі зоряної астрофізики можна інтегрувати у формат інтерактивних занять із використанням візуалізацій і демонстрацій.

До сфери профорієнтаційної роботи також можна віднести участь у роботі астрономічних шкіл, де поєднуються навчально-дослідні заняття, спостереження та наукові дискусії. Така діяльність, з одного боку, підвищує інтерес до вивчення природничих наук, а з іншого – слугує механізмом безпосереднього формування професійних орієнтацій у старшокласників. Отже, сучасні освітньо-профорієнтаційні практики, що інтегрують екскурсійну та дослідницьку

складові, можуть розглядатися як органічне продовження новаторських методичних принципів, започаткованих у вітчизняній науково-педагогічній традиції наприкінці XIX століття (Дятлов, 2002).

Таким чином, матеріали астрофізичної школи мають значний потенціал у навчанні та вихованні, адже вони сприяють оновленню змісту шкільних курсів, формуванню дослідницьких компетентностей, професійній орієнтації учнів та поширенню наукових знань серед широкої громадськості. У такий спосіб НУШ отримує дієвий інструмент для підготовки покоління, здатного не лише засвоювати знання, а й творчо застосовувати їх у майбутньому.

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Практичне застосування матеріалів

астрофізичної школи в освітньому процесі НУШ відкриває нові можливості для інтеграції наукових досягнень у шкільну практику. Це забезпечує підвищення якості навчання фізики та астрономії, сприяє розвитку дослідницьких навичок учнів, формує мотивацію до навчання й орієнтує на майбутню професійну діяльність у науковій чи технічній сфері. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на розробку методичних рекомендацій щодо інтеграції конкретних лекційних матеріалів астрофізичної школи у шкільний курс фізики та астрономії; створення навчальних проєктів та завдань на основі сучасних даних спостережної астрономії й космології; аналіз психологічного впливу роботи з матеріалами на формування пізнавальної мотивації й стійкого інтересу до STEM-освіти.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Головіна Н. А., Головін М. Б., Калугіна І. М. Психолого-педагогічна навчальна практика – перший крок здо-бувача освіти для реалізації себе як педагога. «Наукові записки. Серія: Педагогічні науки». Кропивницький : Центральнотукаїнський державний університет імені Володимира Винниченка, No 212. 2024. С. 85–94. URL: <https://pednauk.cusu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/1710/1678> (дата звернення: 10.09.2025).
2. Мацюк В. М. Формування у студентів-фізиків педагогічних університетів готовності до організації дослідницької роботи з учнями / Нові підходи до організації та ефективного проведення практик в кризових умовах: Матеріали міжфакультет. навч.-метод. семінару. Тернопіль : Вектор, 2020. 60 с. URL: <http://dspace.tnpu.edu.ua/handle/123456789/23791> (дата звернення: 10.09.2025).
3. Модельна навчальна програма фізика 7–9 класи автори: Максимович З. Ю., Білик М. М., Варениця Л. В., Коваль Г. С., Микитеєк О. М., Ординович М. Б., Созанський А. В., Шевців В. Ф. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Fizyka-2023/Fizyka.7-9.kl.Maksymovych.ta.in.20.02.2023.pdf> (дата звернення: 10.09.2025).
4. Садовий М. І., Вовкотруб В. П., Трифонова О. М. Вибрані питання загальної методики навчання фізики: навчальний посібник [для студ. ф.-м. фак. вищ. пед. навч. закл.]. Кіровоград : ПП «Центр оперативної поліграфії «Авангард», 2013. 252 с. 6.
5. Дідович М. М., Савченко В. Ф., Мельничук О. В. Методика навчання розв'язувати задачі з фізики: Навч. посібник. Ніжин : Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2012. 472 с
6. Носко М., Мехед О. Науково-дослідницька робота студентів як складова частина підготовки до соціально-педагогічної діяльності. *Наука і освіта*. 2022. № 2. С. 39–43. DOI:<https://doi.org/10.24195/2414-4665-2022-2-6>
7. Садовий М. І., Резіна О. В., Трифонова О. М. Використання комп'ютерної графіки під час навчання фізики і технічних дисциплін в педагогічних університетах. Інформаційні технології і засоби навчання. 2020. Вип. 80(6). С. 188–206. DOI: <https://doi.org/10.33407/itlt.v80i6.3740>
8. Горобець О. А., Прядко Н. О. Елементи профорієнтаційної роботи з учнями на уроках фізики в старших класах. Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка. 2008. Вип. 57. С. 39–42.
9. Дятлов Ю. В. Пильчиков і його погляди на проблеми фізичної освіти в Україні в кінці XIX – на початку XX ст. *Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка*. 2002. Вип. 13. 2. С. 184–186.

#### REFERENCES:

1. Holovina, N. A., Holovin, M. B., & Kaluhina, I. M. (2024). Psykholoho-pedahohichna navchalna praktyka – pershyi krok zdobuvacha osvity dlia realizatsii sebe yak pedahoha [Psychological and pedagogical educational practice is the first step of an education seeker to realize himself as a teacher]. *Naukovi zapysky. Serii: Pedahohichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical sciences*. Kropyvnytskyi: Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, No. 212 (2024). P. 85–94. Retrieved from: <https://pednauk.cusu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/1710/1678> (access date: 09/10/2025). [in Ukrainian].
2. Matsiuk, V. M. (2020). Formuvannia u studentiv-fizykyv pedahohichnykh universytetiv hotovnosti do orhanizatsii doslidnytskoi roboty z uchniamy [Formation of readiness of physics students of pedagogical universities to organize

research work with students]. Novi pidkhody do orhanizatsii efektyvnoho provedennia praktyk v kryzovykh umovakh: [New approaches to organizing and effectively conducting practices in crisis conditions]: Materialy mizhfakultet. navch.-metod. seminaru. Ternopil: Vektor, 2020. 60 s. (data zvernennia: 20.02.2024). [Materials of the interfaculty teaching-methodical seminar. Ternopil: Vector, 2020. 60 p]. Retrieved from: <http://dspace.tnpu.edu.ua/handle/123456789/23791> (access date: 09/10/2025) [in Ukrainian].

3. Modelna navchalna prohrama fizyka 7–9 klasy [Model curriculum for physics grades 7–9] avtory: Maksymovych Z. u., Bilyk M. M., Varenysia L. V., Koval H. S., Mykyteiek O. M., Ordynovych M. B., Sozanskyi A. V., Shevtsiv V. F. Retrieved from: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Fizyka-2023/Fizyka.7-9.kl.Maksymovych.ta.in.20.02.2023.pdf> (access date: 09/10/2025). [in Ukrainian].

4. Sadovyi, M. I., Vovkotrub, V. P., & Tryfonova, O. M. (2013). Vybrani pytannia zahalnoi metodyky navchannia fizyky: navchalnyi posibnyk [Selected issues of general methodology of teaching physics: a textboo]: for students of physics and mathematics faculty of higher pedagogical universities. Kirovograd: PP “Center for Operational Printing “Avangard”, 252 p. [in Ukrainian].

5. Didovych, M. M., Savchenko, V. F., & Melnychuk, O. V. (2012). Metodyka navchannia rozviazuvaty zadachi z fizyky [Methods of teaching solving problems in physics]: Textbook. Nizhyn: Publishing House of the NDU named after M. Gogol, 472 p. [in Ukrainian].

6. Nosko, M., Mekhed, O. (2022). Naukovo-doslidnytska robota studentiv yak skladova chastyna pidhotovky do sotsialno-pedahohichnoi diialnosti [Scientific research work of students as an integral part of preparation for socio-pedagogical activity]. *Nauka i osvita*. 2. 39–43 [in Ukrainian].

7. Sadovyi, M. I., Rezina, O. V., & Tryfonova, O. M. (2020). Vykorystannya komp'yuternoyi hrafiyky pid chas navchannia fizyky i tekhnichnykh dystsyplin v pedahohichnykh universytetakh [he use of computer graphics during the teaching of physics and technical disciplines in pedagogical universities]. *Informatsiyni tekhnolohiyi i zasoby navchannia*. 80 (6). 188–206. DOI: <https://doi.org/10.33407/itlt.v80i6.3740> [in Ukrainian].

8. Horobets' O. A., Pryadko N. O. (2008). Elementy proforiyentatsiynoyi roboty z uchnyamy na urokakh fizyky v starshykh klasakh. [Elements of career guidance work with students in physics lessons in high school]. *Visnyk Chernihivs'koho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni T. H. Shevchenka – Bulletin of the Chernihiv State Pedagogical University named after T. G. Shevchenko*, 57, 39–42 [in Ukrainian].

9. Diatlov, Y. V. (2002). Pylchykov i yoho pohliady na problemy fizychnoi osvity v Ukraini v kintsi XIX – na pochatku XX st. *Visnyk Chernihivs'koho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni T. H. Shevchenka – Bulletin of the Chernihiv State Pedagogical University named after T. G. Shevchenko*, 13(2), 184–186 [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 02.10.2025

Дата прийняття статті: 21.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 531.5: 615.9: 620.9

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-5>

**Оксана ЗАМУРУЄВА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 56181742100

**Каріна КРУПКО**

здобувачка вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Василь САХНЮК**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9225-7473>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 13405019700

**Андрій ІВАНОВСЬКИЙ**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Віктор ЛЕВАНДОВСЬКИЙ**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Бібліографічний опис статті:** Замуруєва, О., Крупко, К., Сахнюк, В., Івановський, А., Левандовський, В. (2025). Моделювання та оптимальне керування біонічним протезом верхньої кінцівки в сагітальній площині. *Фізика та освітні технології*, 2, 31–41, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-5>

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ БІОНІЧНИМ ПРОТЕЗОМ ВЕРХНЬОЇ КІНЦІВКИ В САГІТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

У роботі досліджено процес моделювання та оптимального керування біонічним протезом верхньої кінцівки в сагітальній площині. Метою дослідження є створення математичної моделі біонічного протеза верхньої кінцівки, моделювання його руху в сагітальній площині та розробка робастного лінійно-квадратичного регулятора (LQR) для забезпечення фізіологічно природної реакції ліктьового суглоба з урахуванням кутового положення, швидкості та прискорення.

Для опису рухів верхньої кінцівки використано лагранжевий формалізм, що дозволив отримати рівняння руху дволанкової моделі руки. Система рівнянь була лінеаризована в околі робочих точок. Для побудови оптимального закону керування застосовано методи теорії оптимального керування, зокрема синтез LQR-контролера. Розрахунки та моделювання виконано в середовищі MATLAB із використанням відкритої біомеханічної моделі руки OpenSim.

У роботі поєднано нелінійне динамічне моделювання з апроксимацією у просторі станів для розробки робастного контролера. Запропонований підхід доводить можливість ефективного відтворення фізіологічних рухів верхньої кінцівки з використанням LQR-регулятора. Отримані результати показують здатність системи підтримувати стабільність та точність рухів навіть за умов збурень і похибок у вимірах, що наближає її до біологічних принципів керування.

Розроблений LQR-контролер забезпечує стійке, точне та енергоефективне керування рухами біонічного протеза верхньої кінцівки у сагітальній площині. Запропонована модель може бути використана як основа для створення прототипів високотехнологічних біонічних пристроїв та подальших досліджень у напрямі розширення моделі до тривимірного простору та інтеграції нейронних або ЕМГ-сигналів для більш природного керування.

**Ключові слова:** біонічний протез, динамічне моделювання, сагітальна площина, лінійно – квадратичний контролер, OpenSim, MATLAB.

### **Oksana ZAMURUIEVA**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskiy, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 56181742100

### **Karina KRUPKO**

*Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Vasyl SAKHNYUK**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskiy, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9225-7473>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 13405019700

### **Andrew IVANOVSYI**

*Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskiy, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Viktor LEVANDOVSKIY**

*Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskiy, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**To cite this article:** Zamuruieva, O., Krupko, K., Sakhnyuk, V., Ivanovsyi, A., Levandovskyi, V. (2025). Modeliuvannya ta optymalne keruvannya bionichnym protezom verkhnoi kintsivky v sahitalnii ploshchyni [Modeling and Optimal Control of an Upper-Limb Bionic Prosthesis in the Sagittal Plane]. *Physics and Educational Technology*, 2, 31–41, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-5>

## **MODELING AND OPTIMAL CONTROL OF AN UPPER-LIMB BIONIC PROSTHESIS IN THE SAGITTAL PLANE**

*The study investigates the modelling and optimal control of a bionic upper-limb prosthesis in the sagittal plane. The aim is to develop a mathematical model of the bionic upper limb, simulate its motion in the sagittal plane, and design a robust linear-quadratic regulator (LQR) to ensure a physiologically natural response of the elbow joint, taking into account angular position, velocity, and acceleration.*

*To describe upper-limb motions, the Lagrangian formalism is employed, enabling derivation of the equations of motion for a two-link arm model. The system of equations is linearized in the vicinity of operating points. Methods of optimal control theory, in particular the synthesis of an LQR controller, are applied to obtain the optimal control law. Computations and simulations are carried out in MATLAB using the open biomechanical arm model from OpenSim.*

*The work combines nonlinear dynamic modelling with a state-space approximation to develop a robust controller. The proposed approach demonstrates the feasibility of effectively reproducing physiological upper-limb movements using an LQR regulator. The obtained results show the system's ability to maintain stability and motion accuracy even under disturbances and measurement errors, bringing it closer to biological control principles.*

*The designed LQR controller provides stable, accurate, and energy-efficient control of the bionic upper-limb prosthesis in the sagittal plane. The proposed model can serve as a basis for prototyping high-technology bionic devices and for further studies aimed at extending the model to three-dimensional space and integrating neural or EMG signals for more natural control.*

**Key words:** bionic prosthesis, dynamic modeling, sagittal plane, linear -quadratic regulator, OpenSim, MATLAB.

**Вступ. Актуальність проблеми.** Динамічне моделювання широко використовується дослідниками та інженерами-біомеханіками для дослідження проблем у галузі наук про здоров'я та інженерії. Це сприяє кращому розумінню функціонування людського тіла та відкриває можливості застосування моделювання в просторі станів і теорії керування для розробки біомедичних допоміжних технологій і скелетно-м'язових моделей.

Згідно з (Hussain, 2020; Davoudabadi Farahani, 2016), віртуальна модель людини здатна імітувати реальні рухи людського тіла та може бути корисною в різних сферах: ортопедії, травматології (Lemieux, 2013; Ali, 2014), ергономії, розробці спортивного обладнання та підвищенні продуктивності (Rasmussen, 2009; Rasmussen, 2002). Біомеханічні моделі застосовувалися для вирішення задач координації рухів, наприклад, (Kuo, 1995; Golliday, 1995; Grzelczyk, 2018; Szymanowska, 2018). Однак, більшість розроблених методів мають обмежене практичне застосування, адже система керування м'язами людини враховує багато взаємопов'язаних вимог, а центральна нервова система (ЦНС) повинна обирати відповідну активацію м'язів для забезпечення необхідних рухів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Якщо відомі початкові умови, сили та моменти, що діють на систему, динамічна модель може бути використана для прогнозування можливих рухів системи (Yamaguchi, 2007), оскільки сили та моменти пов'язані з положенням, швидкістю та прискоренням системи динамічними рівняннями.

Динамічні моделі широко застосовуються для аналізу кінематики (Hussain, 2016) і дозволяють оцінювати крутні моменти і сили, що виникають у кінцівках під час різних рухів. Це має важливе значення для зниження ризику травматизації. Динамічне моделювання, що включає різні методи, такі як метод Кейна, метод Лагранжа, методи Ньютона-Ейлера та

штучні нейронні мережі, дають змогу оптимізувати нові знання для створення реабілітаційних систем з метою покращення їхньої ефективності при відновленні функцій верхніх кінцівок (Hussain, 2016; Ariff, 2011; Murphy, 2006).

Крім того, на основі кінематичного аналізу можна оцінити рух у просторі, використовуючи лінійні та кутові переміщення, швидкості й прискорення (Murphy, 2006). Однак, для реалістичного відтворення рухів людини необхідний більш точний опис, який забезпечується динамічним моделюванням. У цій роботі динамічне моделювання реалізовано з використанням LQR – оптимального керування зі зворотним зв'язком, що мінімізує відхилення станів системи за умови мінімальних зусиль керування.

**Мета дослідження.** Розробка робастного лінійно-квадратичного контролера (LQR) за допомогою інструментів MATLAB для отримання фізіологічно природної реакції ліктьового суглоба, що відповідає кутовому положенню, швидкості та прискоренню.

**Завдання дослідження.** Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання:

- Дослідити динамічну модель верхньої кінцівки методом Лагранжа.
- Розробити робастне оптимальне LQR керування на основі класичних методів Ляпунова.
- Реалізувати моделювання в середовищі MATLAB.
- Використати відкриту біомеханічну модель руки OpenSim (Chadwick, 2011; Chadwick, 2014) як об'єкт керування.

**Основний матеріал дослідження.** Фізичну модель руки будемо вважати механічною системою, що складається з двох стрижів, як це зображено на рис. 1. Довжина стрижнів та їх маса відповідно рівні: Верхній стрижень під'єднаний одним кінцем до точки підвісу та може відносно неї обертатися. До другого

кінця верхнього стрижня під'єднаний один із кінців нижнього стрижня. Нижній стрижень може обертатися відносно верхнього. Однак кут, який він утворює з вертикаллю повинен бути не меншим за кут між вертикаллю і верхнім стрижнем.

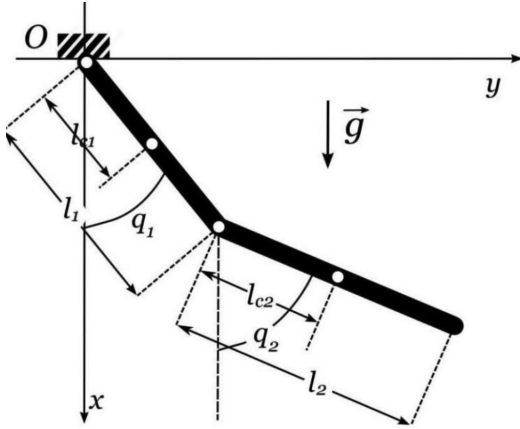


Рис. 1. Фізична модель руки

Зображену на рис. 1. фізичну модель можна розглядати як подвійний фізичний маятник, що може здійснювати рух у вертикальній площині.

Перейдемо до побудови математичної моделі такого маятника. Для задання його положення в просторі використовуємо дві узагальнені координати:  $q_1(t)$  – кут відхилення верхнього стрижня від вертикалі;  $q_2(t)$  – кут відхилення нижнього стрижня від вертикалі.

Для аналізу динаміки фізичної моделі одержимо рівняння руху механічної системи зображеної на рис. 1. В основі використовуватимемо лагранжевий формалізм у класичній механіці. Виразимо кінетичну та потенціальну  $U$  енергії через узагальнені координати, і запишемо функцію Лагранжа.

$$L = E_k - U. \quad (1)$$

Маючи функцію Лагранжа можемо отримати рівняння руху розглядуваної системи, використовуючи загальний вигляд Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = U_i, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

Кінетична енергія системи складається з кінетичних енергій центрів мас стрижнів та кінетичних енергій їх обертального руху навколо центрів мас.

Виразимо декартові координати центрів мас через узагальнені координати:

$$\begin{cases} x_1 = l_{c1} \cos q_1, \\ y_1 = l_{c1} \sin q_1, \\ x_2 = l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_2, \\ y_2 = l_1 \sin q_1 + l_{c2} \sin q_2 \end{cases} \quad (3)$$

Тоді кінетична енергія центрів мас знаходиться за формулою:

$$E_{кин} = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2). \quad (4)$$

Кінетична енергія обертального руху:

$$E_{кин.об.} = \frac{I_1}{2} \dot{q}_1^2 + \frac{I_2}{2} \dot{q}_2^2, \quad (5)$$

де  $I_1$  та  $I_2$  моменти інерції стрижнів відносно їх центрів мас.

Підставляючи (3) в (4) та враховуючи (5) для кінетичної енергії одержимо:

$$E_k = \frac{m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{I_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{m_2}{2} [l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 \dot{q}_2^2 + 2l_1 l_{c2} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_1 - q_2)] + \frac{I_2 \dot{q}_2^2}{2}. \quad (6)$$

Потенціальна енергія складається з потенціальних енергій центрів мас. За нульовий рівень потенціальної енергії оберемо  $x = 0$ , тоді:

$$U_1 = -m_1 g x_1 = -m_1 g l_{c1} \cos q_1,$$

$$U_2 = -m_2 g x_2 = -m_2 g (l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_2), \quad (7)$$

$$U = U_1 + U_2 = -g(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \cos q_1 - m_2 g l_{c2} \cos q_2.$$

Тепер можемо виписати функцію Лагранжа використовуючи (1) :

$$L = \frac{c_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{c_3 \dot{q}_2^2}{2} + c_2 \cos(q_1 - q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + c_4 \cos q_1 + c_5 \cos q_2. \quad (8)$$

У (8) запроваджені наступні позначення:

$$c_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1; \quad (9)$$

$$c_3 = m_2 l_{c2}^2 + I_2; \quad c_2 = m_2 l_1 l_{c2};$$

$$c_4 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g; \quad c_5 = m_2 l_{c2} g.$$

Підставляючи (8) у рівняння Лагранжа (2) одержимо рівняння руху фізичної моделі руки людини:

$$\begin{cases} c_1 \ddot{q}_1 + c_2 \cos(q_1 - q_2) \ddot{q}_2 + c_2 \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_2 + \\ + c_4 \sin q_1 = U_1 \\ c_3 \ddot{q}_2 + c_2 \cos(q_1 - q_2) \ddot{q}_1 - c_2 \sin(q_1 - q_2) \dot{q}_1 + \\ + c_5 \sin q_2 = U_2 \end{cases} \quad (10)$$

Поділимо перше рівняння системи (10) на  $c_1$  і позначимо:

$$d_1 = \frac{c_2}{c_1}, \quad d_2 = \frac{c_4}{c_1}.$$

Тоді отримаємо рівняння руху в матричній формі:

$$\tilde{M}(\vec{q})\ddot{\vec{q}} + \tilde{c}(\vec{q}, \dot{\vec{q}})\dot{\vec{q}} + \tilde{g}(\vec{q}) = \tilde{\vec{U}}, \quad (11)$$

де

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \cos(q_1 - q_2) \\ c_2 \cos(q_1 - q_2) & c_3 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} 0 & d_1 \sin(q_1 - q_2)\dot{q}_2 \\ -c_2 \sin(q_1 - q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} d_2 \sin q_1 \\ c_5 \sin q_2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\vec{U}} = \begin{pmatrix} U_1 \\ c_1 \\ U_2 \end{pmatrix}.$$

Рівняння (11) є диференціальним рівнянням другого порядку, воно є нелінійною математичною моделлю, що описує динамічні властивості руки людини.

Як відомо стан механічної системи однозначно задається узагальненим координатами та узагальненими швидкостями. Тоді математична модель (11) в термінах вектора стану  $\begin{pmatrix} \vec{q} \\ \dot{\vec{q}} \end{pmatrix}$  трансформується у рівняння стану першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \vec{q} = \dot{\vec{q}} \\ \frac{d}{dt} \dot{\vec{q}} = \tilde{M}(\vec{q})^{-1}(\tilde{\vec{U}} - \tilde{c}(\vec{q}, \dot{\vec{q}})), \quad \dot{\vec{q}} - \tilde{g}(\vec{q}). \end{cases} \quad (12)$$

Права частина рівняння (13) є нелінійною функцією:

$$\vec{f} = \vec{f}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \vec{U})$$

і саме через цю функцію маємо, що наша математична модель є нелінійною. Однак, якщо розглядати рух в околі певної точки  $(\vec{q}_0, \dot{\vec{q}}_0, \vec{U}_0)$ , то рівняння (13) можна лінеаризувати.

Оберемо деяку операційну точку

$$\vec{q}_0, \dot{\vec{q}}_0, \ddot{\vec{q}}_0, \vec{U}_0,$$

яка задає стан системи, прискорення в цьому стані та значення керуючих зусиль. Перепишемо рівняння (13) у вигляді

$$\vec{F}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}, \vec{U}) = \vec{f}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \vec{U}) - \ddot{\vec{q}} = 0. \quad (14)$$

Виконаємо розклад функції  $\vec{F}$  в ряд в околі операційної точки, зберігаючи доданки не вище лінійних.

$$\vec{F}(\vec{q}_0, \dot{\vec{q}}_0, \ddot{\vec{q}}_0, \vec{U}_0) + \left. \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{q}} \right|_{\vec{q}_0} \Delta \vec{q} + \left. \frac{\partial \vec{F}}{\partial \dot{\vec{q}}} \right|_{\dot{\vec{q}}_0} \Delta \dot{\vec{q}} + \left. \frac{\partial \vec{F}}{\partial \ddot{\vec{q}}} \right|_{\ddot{\vec{q}}_0} \Delta \ddot{\vec{q}} + \left. \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{U}} \right|_{\vec{U}_0} \Delta \vec{U} = 0. \quad (15)$$

В операційній точці перший доданок дорівнює нулеві, тоді враховуючи (14) можемо (15) переписати у вигляді

$$\ddot{\vec{q}} = \left. \frac{\partial f}{\partial \vec{q}} \right|_{\vec{q}_0} \Delta \vec{q} + \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{\vec{q}}} \right|_{\dot{\vec{q}}_0} \Delta \dot{\vec{q}} + \left. \frac{\partial f}{\partial \vec{U}} \right|_{\vec{U}_0} \Delta \vec{U}. \quad (16)$$

Представлена рівнянням (16) лінійна модель є апроксимацією нелінійної системи в околі операційної точки. Такий підхід широко використовується в теорії управління оскільки лінійні моделі набагато простіше аналізувати та контролювати, ніж нелінійні. Однак варто зауважити, що лінеаризована модель є лише апроксимацією оригінальної системи, а її точність залежить від вибору операційної точки та величини відхилень від цієї точки. Для великих відхилень від операційної точки лінеаризована модель може давати неточні результати, а в деяких випадках може привести і до втрати важливої інформації про динаміку нелінійної системи.

Розпишемо рівняння (16) більш детально.

Враховуючи, що вектор  $\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$  складається з двох компонент:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= \left. \frac{\partial f_1}{\partial \vec{q}} \right|_{\vec{q}_0} \vec{q} + \left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{\vec{q}}} \right|_{\dot{\vec{q}}_0} \dot{\vec{q}} + \left. \frac{\partial f_1}{\partial \vec{U}} \right|_{\vec{U}_0} \vec{U} = \\ &= \left. \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \right|_{q_1} q_1 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \right|_{q_2} q_2 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_1} \right|_{\dot{q}_1} \dot{q}_1 + \\ &+ \left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_2} \right|_{\dot{q}_2} \dot{q}_2 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right|_{U_1} U_1 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right|_{U_2} U_2 = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1}{\partial U_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогічно можемо написати для  $\ddot{q}_2$ :

$$\ddot{q}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial U_1} \frac{\partial f_2}{\partial U_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Рівняння (12), (17), (18) можна представити у вигляді одного матричного

$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{U}. \quad (19)$$

Тут запроваджені матриці:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_2} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1}{\partial U_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_1} & \frac{\partial f_2}{\partial U_2} \end{pmatrix}, \quad \vec{U} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Для вектора  $\vec{y} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix}$  на основі (17) і (18) одержимо:

$$\vec{y} = C\vec{x} + D\vec{U}, \quad (21)$$

якщо запровадити матриці

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{q}_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \dot{q}_2} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1}{\partial U_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_1} & \frac{\partial f_2}{\partial U_2} \end{pmatrix}.$$

Співвідношення (19) і (21) є лінійною моделлю, якою апроксимується нелінійна математична модель руки в околі операційної точки.

Для знаходження числових значень елементів матриць А, В, С, D необхідно знайти явні вирази для функцій  $f_1$ ,  $f_2$ , та обчислити відповідні похідні в операційній точці. В матричній формі для маємо:

$$\vec{f}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \vec{U}) = \tilde{M}^{-1}(\vec{U} - \tilde{C}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}})\ddot{\vec{q}} - \vec{g}(\vec{q})). \quad (22)$$

Тут  $\tilde{M}^{-1}$  – обернена до  $\tilde{M}$  матриця, її елементи легко обчислюються, в результаті

$$\tilde{M}^{-1} = \frac{1}{c_3 - c_2 d_1 \cos^2(q_1 - q_2)} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} c_3 & -d_1 \cos(q_1 - q_2) \\ -c_2 \cos(q_1 - q_2) & 1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Підставляючи в (22), (11) та (23) одержимо вирази для  $f_1$  та  $f_2$ :

$$f_1 = \frac{1}{c_3 - c_2 d_1 \cos^2(q_1 - q_2)} \times$$

$$\times \left[ \frac{c_3 U_1}{c_1} - c_3 d_1 \dot{q}_2^2 \sin(q_1 - q_2) - c_3 d_2 \sin q_1 + \right. \\ \left. + d_1 \cos(q_1 - q_2)(c_5 \sin q_2 - U_2 - c_2 \dot{q}_1^2 \sin(q_1 - q_2)) \right], \quad (24)$$

$$f_2 = \frac{1}{c_3 - c_2 d_1 \cos^2(q_1 - q_2)} \times$$

$$\times \left[ U_2 + c_2 \dot{q}_1^2 \sin(q_1 - q_2) - c_5 \sin q_2 + \right. \\ \left. + \cos(q_1 - q_2)(c_2 d_2 \sin q_1 - d_1 U_1 + c_2 d_1 \dot{q}_2^2 \sin(q_1 - q_2)) \right]. \quad (25)$$

**Розробка LQR-керування.** Ґрунтуючись на відомій теорії (Куо, 1995; Brian, 1989) розробки LQR-керування, у цьому дослідженні ми розробляємо та проектуємо LQR-контролер, за якого траєкторії станів мінімізують цільову функцію з відповідними матрицями, що зважають відхилення станів від номінальних значень.

Розроблене LQR-керування забезпечує коефіцієнти зворотного зв'язку, які гарантують стабільну та плавну траєкторію зміни стану системи.

Щоб перевести систему до цільових значень стану  $x(t) = \bar{x}$ , введемо нові змінні у та виконаємо заміну  $x(t) = \bar{x} + y$ ,  $U = \bar{U} + v$ .

Тут керуючий вплив  $\bar{u}$  обирається з умови  $A\bar{x} + B\bar{U} = 0$ .

Отримуємо  $\bar{U} = -B^{-1}A\bar{x}$  і нова система набуває вигляду:

$$\dot{y} = Ay + Bv$$

має нульове положення рівноваги.

Наша мета полягає в тому, щоб знайти матрицю підсилення керування  $K$ , щоб керована система

$$\dot{U} = \bar{U} - K(x - \bar{x})$$

досягала асимптотичної стабільності, а також оптимізувала функціонал вартості.

$$J = \int_0^{\infty} [(x - \bar{x})^T Q (x - \bar{x}) + (U - \bar{U})^T R (U - \bar{U})] dt.$$

Тут  $Q$  і  $R$  – матриці вагових коефіцієнтів для відхилень станів  $x$  і керувань  $u$  від їхніх номінальних значень, відповідно.

Закон керування  $u(x)$  асимптотично приводить систему до цільового значення  $\bar{x}$ .

Розв'язавши алгебраїчне рівняння Ріккати,

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P = 0,$$

отримаємо матрицю підсилення  $K = R^{-1}B^T P$ . Цей контролер створює стабільність системи та її перехід до цільових значень, що підтверджує оптимальність і асимптотичну стабільність системи похибок, яка описується рівнянням Гамільтона–Якобі–Беллмана.

Нелінійну динаміку дволанкової структури було лінеаризовано навколо робочих точок. Тоді ми можемо записати апроксимовані лінійні моделі системи. У результаті, стратегію LQR-керування можна визначити як рух суглобів, що ініціюється нейронним зусиллям, пов'язаним з природними рухами.

Отримаємо лінеаризовану систему, яка має вигляд

$$\dot{x} = Ax + BU,$$

де системні матриці  $A, B, C, D$  мають наступний вигляд:

Для стаціонарного положення (робоча точка 1):  $x_0^1, U_0^1 = ([0; 0; 0; 0], [0; 0])$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -54.09 & 23.49 & 0 & 0 \\ 76.33 & -67.78 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.061 & -1.497 \\ -1.497 & 4.32 \end{pmatrix},$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} -54.09 & 23.49 & 0 & 0 \\ 76.33 & -67.78 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1.061 & -1.497 \\ -1.497 & 4.32 \end{pmatrix}.$$

Робоча точка 2: цільова позиція  $q_1 = 180^\circ$ ,  $q_2 = 180^\circ$ .

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 54.09 & -23.49 & 0 & 0 \\ -76.33 & 67.78 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.061 & -1.497 \\ -1.497 & 4.32 \end{pmatrix}.$$

Робоча точка 3: цільова позиція  $q_1 = 90^\circ$ ,  $q_2 = 90^\circ$ .

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -54.09 & 23.49 & 0 & 0 \\ 76.33 & -67.78 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.061 & -1.497 \\ -1.497 & 4.32 \end{pmatrix}.$$

Робоча точка 4:  $q_1 = 0^\circ$ ,  $q_2 = 90^\circ$ .

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -15.62 & -12.00 & 0 & 0 \\ -0.001041 & 0.000152 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5416 & 0.0001558 \\ -0.0001558 & 2.206 \end{pmatrix}.$$

ЦНС поводитьься лінійно в околі обраних робочих точок, що відповідають бажаному руху. Обчислені дані були зібрані у відповідну базу даних, доступну для вибору стратегії контролера.

**Експериментальні результати.** Використовуючи відповідні набори інструментів MATLAB та моделі плеча OpenSim, ми визначаємо робочу точку як еталонні значення кутів, прискорень і швидкостей, отримані з проведених експериментів. В результаті ми отримуємо довідкову таблицю для оцінювання контролера. Контролер використовує дані робочих точок, беручи початкові та еталонні значення з довідкової таблиці.

Було проведено серію експериментів для моделі тіла з наступними параметрами: маса тіла 75 кг, зріст 182 см.

Таблиця 1

**Типові параметри руки, отримані з моделі OpenSim**

| Позначення | Величина               | Значення | Одиниця вимірювання |
|------------|------------------------|----------|---------------------|
| $m_1$      | Маса ланки 1           | 1.4      | кг                  |
| $m_2$      | Маса ланки 2           | 1.1      | кг                  |
| $r_1$      | Довжина ланки 1        | 0.3      | м                   |
| $r_2$      | Довжина ланки 2        | 0.33     | м                   |
| $I_1$      | Момент інерції ланки 1 | 0.025    | кг · м <sup>2</sup> |
| $I_2$      | Момент інерції ланки 2 | 0.045    | кг · м <sup>2</sup> |

Експериментальні дані моделі отримано з віртуальної установки OpenSim. Необхідні експериментальні дослідження були проведені в реальному часі для забезпечення подальшого аналізу в середовищі MATLAB. Віртуальний полігон представлено на рис. 2, а відповідну технологічну схему – на рис. 3.

З метою проведення аналізу та отримання реальних даних, які використовуються як еталонні значення для моделювання закону керування, було виконано експериментальне тестування та аналіз даних (рис. 2–4). Отримані еталонні значення було зібрано, перетворено, проаналізовано, конвертовано у відповідні одиниці вимірювання, а потім використано для моделювання контролера. Використовуючи інструменти аналізу даних CFTool, доступні в MATLAB, ми обчислюємо еталонні значення станів системи відповідно до проведених експериментів.

Для створення відповідної довідкової таблиці з метою оцінювання контролера було проведено серію експериментів. Контролер отримує початкові та еталонні значення з попередніх експериментальних даних, зібраних у відповідній довідковій таблиці, з якої і вибираються еталонні значення.

Для оцінювання розробленого закону керування ми використовуємо Control System Toolbox MATLAB для розв'язання рівняння Ріккаті та функцію ode45 для моделювання динамічної системи. За допомогою функції MATLAB csc ми обчислюємо  $X$  – розв'язок рівняння Ріккаті. Ми обираємо матриці вагових коефіцієнтів  $R$  і  $Q$  та приводимо стани і керування до їхньої цільової заданої точки.

**Експеримент 1.**

Для робочої точки 2 з цільовою позицією  $q_1 = 180^\circ$ ,  $q_2 = 180^\circ$ , ми обираємо матриці вагових коефіцієнтів:

$$Q = \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1.3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

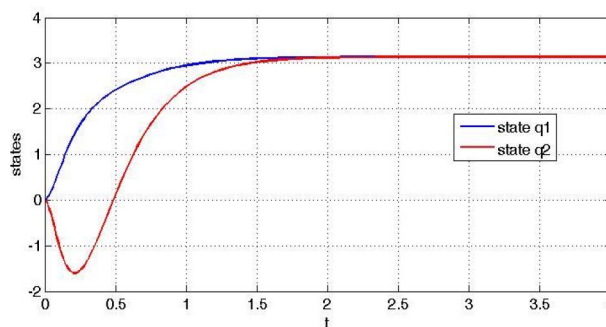
отримуємо матрицю робастного керування

$$K = \begin{pmatrix} 93.43 & 7.63 & 17.62 & 4.7 \\ -32.16 & 28.81 & -2.30 & 3.58 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнт підсилення керування становить

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 256.4 \\ -493.74 \end{pmatrix}.$$

Результуючу керовану траєкторію для станів  $q_1$ ,  $q_2$  можна побачити на рис. 2.



**Рис. 2. Керована траєкторія**

**Експеримент 2.**

Для робочої точки 3 з цільовою позицією  $q_1 = 90^\circ$ ,  $q_2 = 90^\circ$ , ми обираємо ті самі матриці вагових коефіцієнтів  $Q$ ,  $R$ . Отримуємо коефіцієнт підсилення керування, що дорівнює

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 128.4 \\ -246.87 \end{pmatrix}.$$

Отриману траєкторію керованого руху можна побачити на рис. 3. для станів  $q_1$ ,  $q_2$ .

**Експеримент (3).**

Для робочої точки 4 з цільовою позицією  $q_1 = 0^\circ$ ,  $q_2 = 90^\circ$ , обираємо матриці вагових коефіцієнтів:

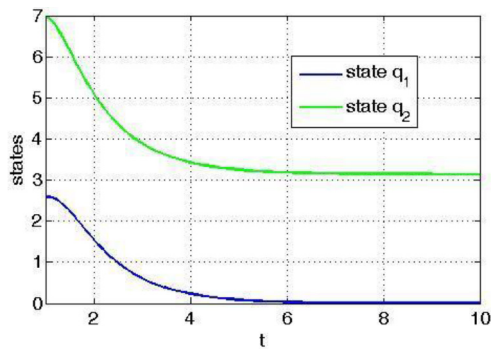


Рис. 3. Керовані стани, що відстежують задані значення

$$Q = \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

отримуємо матрицю робастного керування

$$K = \begin{pmatrix} 18.8 & -13.08 & 4.8 & -1.60 \\ -28.36 & 21.25 & -7.18 & 4.29 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнт підсилення керування становить

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.43 \\ 147.21 \end{pmatrix}.$$

Отриману траєкторію керованого руху можна побачити на рис. 4. для станів  $q_1, q_2$ .

Розроблений LQR-контролер демонструє стабільну траєкторію станів, робастність, малу похибку у усталеному режимі, швидку реакцію та є адекватною моделлю біологічних контролерів. Отримані траєкторії керованого руху наближаються до заданого значення,

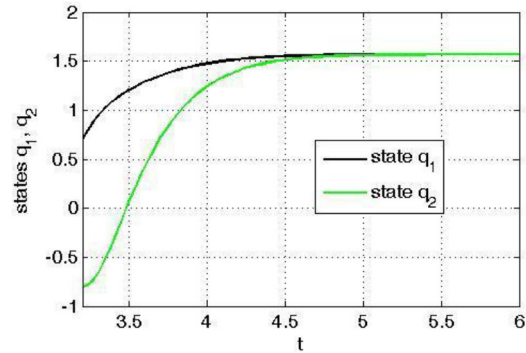


Рис. 4. Керовані стани

у порівнянні з іншими експериментальними даними.

Коефіцієнти керування добре апроксимують поведінку системи, забезпечують швидке досягнення цільових значень, як показано на рис. 2–4. Керування забезпечує робастність, плавну зміну траєкторії, стабілізацію, збіжність похибки оцінювання до нуля та мінімізацію енергії та зусиль керування.

**Висновки.** У цій роботі розроблено робастне оптимальне керування, отримано експериментальні стани та їхню якісну реалізацію моделі на основі техніки LQR-керування. Результати можуть бути використані для визначення параметрів оптимізації функціональних властивостей удосконалених прототипів, визначення умов оптимальної механічної структури, стабілізації рухів і параметрів оптимального інтелектуального керування. Отримані результати сприяють вирішенню проблем реабілітації людей з обмеженими можливостями верхніх кінцівок на основі технологій математичного та комп'ютерного моделювання складних систем із застосуванням засобів системного аналізу, теорії стійкості та керування.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Hussain Z., Azlan N. Z. 3-D Dynamic Modeling and Validation of Human Arm for Torque Determination During Eating Activity Using Kane's Method. *Iranian Journal of Science and Technology. Transactions of Mechanical Engineering*. 2020. Vol. 44, No. 3. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40997-019-00299-8>
2. Davoudabadi Farahani S., Svinin M., Andersen M. S., de Zee M., Rasmussen J. Prediction of closed-chain human arm dynamics in a crank-rotation task. *Journal of Biomechanics*. 2016. Vol. 49, No. 13. P. 2684–2693. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2016.05.034>
3. Lemieux P. O., Tetreault P., Hagemeister N., Nuno N. Influence of prosthetic humeral head size and medial offset on the mechanics of the shoulder with cuff tear arthropathy: A numerical study. *Journal of Biomechanics*. 2013. Vol. 46, No. 4. P. 806–812. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.11.021>
4. Ali N., Andersen M. S., Rasmussen J., Robertson D. G. E., Rouhi G. The application of musculoskeletal modeling to investigate gender bias in non-contact ACL injury rate during single-leg landings. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 2014. Vol. 17, No. 14. P. 1602–1616.

5. Rasmussen J., Torholm S., de Zee M. Computational analysis of the influence of seat pan inclination and friction on muscle activity and spinal joint forces. *International Journal of Industrial Ergonomics*. 2009. Vol. 39, No. 1. P. 52–57. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2008.07.008>
6. Rasmussen J., Holmberg L. J., Sorensen K., Kwan M., Andersen M. S., de Zee M. Performance optimization by Musculoskeletal simulation. *Movement & Sport Sciences – Science & Motricité*. 2012. Vol. 1, No. 75. P. 73–83.
7. Yamaguchi G. T. *Dynamic Modelling of Musculoskeletal Motion*. New York: Springer, 2006.
8. Hussain Z. Kane's Method for Dynamic Modeling. *Proceedings of International Conference*, October 2016. P. 174–179.
9. Ariff F. H. M., Rambely A. S., Ghani N. A. A. Shoulder's modeling via Kane's method: Determination of torques in smash activity. *IFMBE Proceedings*. 2011. Vol. 35, No. 6. P. 207–209. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-21729-6\\_55](https://doi.org/10.1007/978-3-642-21729-6_55)
10. Murphy M. A., Sunnerhagen K. S., Johnels B., Willén C. Three-dimensional kinematic motion analysis of a daily activity drinking from a glass: A pilot study. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2006. Vol. 3. P. 1–11. DOI: <https://doi.org/10.1186/1743-0003-3-18>
11. Kuo A. An optimal control model for analyzing human postural balance. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 1995. Vol. 42, No. 1. P. 87–101.
12. Golliday C., Hemami H. Postural stability of the two-degree-of-freedom biped by general linear feedback. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 1995. Vol. 42, No. 1. P. 102–110.
13. Grzelczyk D., Biesiacki P., Mrozowski J., Awrejcewicz J. A 3-link model of a human for simulating a fall in forward direction. In: *Dynamical Systems in Applications*. Springer, 2018. P. 845–856.
14. Grzelczyk D., Szymanowska O., Awrejcewicz J. Kinematic and dynamic simulation of an octopod robot controlled by different central pattern generators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. 2018. Vol. 232, No. 8. P. 1011–1022.
15. Chadwick E. K., Blana D., Simera J. D., Lambrecht J., Kim S. P., Cornwell A. S., Taylor D. M., Hochberg L. R., Donoghue J. P., Kirsch R. F. Continuous neuronal ensemble control of simulated arm reaching by a human with tetraplegia. *Journal of Neural Engineering*. 2011. Vol. 8, No. 3. Article 034003. DOI: <https://doi.org/10.1088/1741-2560/8/3/034003>
16. Chadwick E. K., Blana D., Kirsch R. F., van den Bogert A. J. Real-Time Simulation of Three-Dimensional Shoulder Girdle and Arm Dynamics. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2014. In press. URL: [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=67554584](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=67554584)
17. Brian D., Anderson O., Moore J. *Optimal Control. Linear Quadratic Methods*. Canberra: Prentice-Hall International, Inc., 1989. ISBN 0-13-638651-2.

## REFERENCES:

1. Hussain, Z., & Azlan, N. Z. (2020). 3-D dynamic modeling and validation of human arm for torque determination during eating activity using Kane's method. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 44(3), 703–712. <https://doi.org/10.1007/s40997-019-00299-8>
2. Davoudabadi Farahani, S., Svinin, M., Andersen, M. S., de Zee, M., & Rasmussen, J. (2016). Prediction of closed-chain human arm dynamics in a crank-rotation task. *Journal of Biomechanics*, 49(13), 2684–2693. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2016.05.034>
3. Lemieux, P. O., Tétreault, P., Hagemester, N., & Nuno, N. (2013). Influence of prosthetic humeral head size and medial offset on the mechanics of the shoulder with cuff tear arthropathy: A numerical study. *Journal of Biomechanics*, 46(4), 806–812. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.11.021>
4. Ali, N., Andersen, M. S., Rasmussen, J., Robertson, D. G. E., & Rouhi, G. (2014). The application of musculoskeletal modeling to investigate gender bias in non-contact ACL injury rate during single-leg landings. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 17(14), 1602–1616.
5. Rasmussen, J., Torholm, S., & de Zee, M. (2009). Computational analysis of the influence of seat pan inclination and friction on muscle activity and spinal joint forces. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 39(1), 52–57. <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2008.07.008>
6. Rasmussen, J., Holmberg, L. J., Sorensen, K., Kwan, M., Andersen, M. S., & de Zee, M. (2012). Performance optimization by musculoskeletal simulation. *Movement & Sport Sciences – Science & Motricité*, 1(75), 73–83.
7. Yamaguchi, G. T. (2006). *Dynamic modelling of musculoskeletal motion*. Springer.
8. Hussain, Z. (2016, October). Kane's method for dynamic modeling. In *Conference Proceedings* (pp. 174–179).
9. Ariff, F. H. M., Rambely, A. S., & Ghani, N. A. A. (2011). Shoulder's modeling via Kane's method: Determination of torques in smash activity. In *IFMBE Proceedings*, 35(6), 207–209. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-21729-6\\_55](https://doi.org/10.1007/978-3-642-21729-6_55)
10. Murphy, M. A., Sunnerhagen, K. S., Johnels, B., & Willén, C. (2006). Three-dimensional kinematic motion analysis of a daily activity drinking from a glass: A pilot study. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 3(1), 1–11. <https://doi.org/10.1186/1743-0003-3-18>

11. Kuo, A. (1995). An optimal control model for analyzing human postural balance. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 42(1), 87–101.
12. Golliday, C., & Hemami, H. (1995). Postural stability of the two-degree-of-freedom biped by general linear feedback. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 42(1), 102–110.
13. Grzelczyk, D., Biesiacki, P., Mrozowski, J., & Awrejcewicz, J. (2018). A 3-link model of a human for simulating a fall in forward direction. In J. Awrejcewicz (Ed.), *Dynamical systems in applications* (pp. 845–856). Springer.
14. Grzelczyk, D., Szymanowska, O., & Awrejcewicz, J. (2018). Kinematic and dynamic simulation of an octopod robot controlled by different central pattern generators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 232(8), 1011–1022.
15. Chadwick, E. K., Blana, D., Simera, J. D., Lambrecht, J., Kim, S. P., Cornwell, A. S., Taylor, D. M., Hochberg, L. R., Donoghue, J. P., & Kirsch, R. F. (2011). Continuous neuronal ensemble control of simulated arm reaching by a human with tetraplegia. *Journal of Neural Engineering*, 8(3), 034003. <https://doi.org/10.1088/1741-2560/8/3/034003>
16. Chadwick, E. K., Blana, D., Kirsch, R. F., & van den Bogert, A. J. (2014). Real-time simulation of three-dimensional shoulder girdle and arm dynamics. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. Advance online publication. [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=6755458](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=6755458)
17. Brian, D., Anderson, O., & Moore, J. (1989). *Optimal control: Linear quadratic methods*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-638651-2zs

Дата надходження статті: 02.10.2025

Дата прийняття статті: 19.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 519.83: 519.8

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

**Оксана ЗАМУРУЄВА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 56181742100

**Оксана НОВОСАД**

кандидат економічних наук, доц. кафедри економічної та соціальної географії, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-7156-643X>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57219030791

**Артур МЕЛЬНИЧУК**

здобувач вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Каріна КРУПКО**

здобувачка вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Віктор ЛЕВАНДОВСЬКИЙ**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Михайло КОРИТКО**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Сергій СЕМЕНЮК**

старший лаборант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Бібліографічний опис статті:** Замуруєва, О., Новосад, О., Мельничук, А., Крупко, К., Левандовський, В., Коритко, М., Семенюк, С. (2025). Теорія ігор у моделюванні космічної конкуренції: динамічний підхід і реалізація в Maple. *Фізика та освітні технології*, 2, 42–47, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

## **ТЕОРІЯ ІГОР У МОДЕЛЮВАННІ КОСМІЧНОЇ КОНКУРЕНЦІЇ: ДИНАМІЧНИЙ ПІДХІД І РЕАЛІЗАЦІЯ В MAPLE**

*Теорія ігор є універсальним інструментом аналізу стратегічної взаємодії – від економічної конкуренції до військово-політичних рішень і науково-технологічних перегонів. Статтю присвячено формуванню математичної моделі міждержавної конкуренції у сфері освоєння космосу на засадах некооперативної теорії ігор з ненульовою сумою та її чисельній реалізації в середовищі Maple. Об'єкт дослідження – конкурентний розвиток національних космічних програм у геополітичному контексті; предмет – формально-ігрове моделювання стратегічного супер-*

ництва з урахуванням обмежених ресурсів, політичних пріоритетів і взаємних впливів. Узагальнено теоретичні засади застосування ігрових підходів до космічного суперництва; побудовано систему диференціальних рівнянь для багатьох гравців із логістичним зростанням і взаємним стримуванням. Основний матеріал зосереджено на тригравцевій постановці (США, Китай, ЄКА), де внутрішнє зростання поєднується з двосторонніми «гальмівними» впливами. На основі аналізу історичних і сучасних епізодів «космічної гонки» побудовано модель, у якій задано систему рівнянь для опису динаміки гравців та умов існування рівноважних станів. Реалізація моделі у Maple забезпечила проведення чисельних моделювань, оцінювання чутливості до параметрів. Отримані результати підтверджують придатність теорії ігор для прогнозування стратегічної поведінки держав у космічній сфері та демонструють практичну корисність запропонованого підходу для підтримки стратегічного планування національних програм і формування елементів міжнародної космічної політики.

**Ключові слова:** теорія ігор, космічне суперництво, рівновага Неша, стратегічна взаємодія, математичне моделювання, Maple.

### **Oksana ZAMURUIEVA**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0032-0613>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 56181742100

### **Oksana NOVOSAD**

*Candidate of Economic Sciences, Associate Professor at the at Department of Economic and Social Geography, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-7156-643X>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57219030791

### **Artur MELNYCHUK**

*Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Karina KRUPKO**

*Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Viktor LEVANDOVSKYI**

*Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Mykhailo KORYTKO**

*Postgraduate Student at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

### **Serhii SEMENIUK**

*Senior Laboratory Assistant at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynskyi, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**To cite this article:** Zamuruieva, O., Novosad, O., Melnychuk, A., Krupko, K., Levandovskyi, V., Korytko, M., Semeniuk, S. (2025). Teoriia ihor u modeliuvanni kosmichnoi konkurentsii: dynamichniy pidkhid i realizatsiia v Maple [Game-Theoretic Modeling of Space Competition: A Dynamic Approach with Maple Implementation]. *Physics and Educational Technology*, 2, 42–47, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-6>

## GAME-THEORETIC MODELING OF SPACE COMPETITION: A DYNAMIC APPROACH WITH MAPLE IMPLEMENTATION

*Game theory is a universal tool for analyzing strategic interaction – from economic competition to military-political decision-making and science-and-technology races. This article is devoted to the development of a mathematical model of interstate competition in space exploration based on non-cooperative, non-zero-sum game theory and its numerical implementation in Maple. The object of the study is the competitive development of national space programs in a geopolitical context; the subject is a formal game-theoretic modeling of strategic rivalry under resource constraints, political priorities, and mutual influences. Theoretical foundations for applying game-theoretic approaches to space rivalry are synthesized; a system of differential equations is constructed for multiple players with logistic growth and mutual inhibition. The core analysis focuses on a three-player setting (the United States, China, and the European Space Agency), where internal growth is combined with bilateral “braking” effects. Drawing on historical and contemporary episodes of the “space race”, we build a model that specifies a system of equations describing players’ dynamics and the conditions for equilibrium states. The Maple implementation enabled numerical simulations and parameter-sensitivity assessment. The results confirm the suitability of game theory for forecasting states’ strategic behavior in the space domain and demonstrate the practical utility of the proposed approach for supporting strategic planning of national programs and shaping elements of international space policy.*

**Key words:** game theory, space competition, Nash equilibrium, strategic interaction, mathematical modeling, Maple.

**Вступ.** Актуальність проблеми. Теорія ігор перетворилася на універсальний інструмент аналізу стратегічної взаємодії – від економічної конкуренції до військово-політичних рішень і науково-технологічних перегонів. У контексті космічної діяльності XXI століття, де поряд із традиційними державними акторами з’явилися нові центри сили (Китай, Індія, Японія) та великі приватні оператори, прийняття рішень характеризується взаємозалежністю стратегій, ресурсними обмеженнями та динамічними зовнішніми ефектами (завантаженість орбіт, конкуренція за частоти, «ланцюгові» наслідки санкцій) (OECD, 2023; OECD, 2024; ESA, 2024). Формалізовані ігрові та динамічні моделі дозволяють: описувати раціональну поведінку держав як гравців з різними цілями; оцінювати наслідки політик (інвестицій, коаліцій, експортних обмежень); проводити сценарний та чутливісний аналіз на горизонті часу, релевантному для космічних програм (Fudenberg, 1991; Başar, 1999; Dockner, 2000).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Класичні праці сформували засади раціонального вибору та рівноваг у взаємодіях (von Neumann, 1944; Nash, 1950; Nash, 1951). Розвиток некооперативної теорії ігор окреслив апарат статичних і динамічних рівноваг і «найкращих відповідей» за різних структур інформації (Fudenberg, 1991; Osborne, 1994). Для безперервного часу ключовими є диференціальні ігри, що описують еволюцію станів під дією керувань і дозволяють шукати рівноваги з відкритим/замкненим зворотним зв’язком (Başar, 1999; Dockner, 2000). Прикладні моделі «перегонів»

у технологіях і R&D показують роль інвестицій, санкцій і коаліцій через параметри зростання та взаємодій, породжуючи пороги, мультистабільність і «пастки» стримування (Fudenberg, 1991; Osborne, 2003). Сучасні огляди космічної економіки фіксують ріст приватного сегмента, здешевлення запусків і ризики засмічення орбіт, що підсилює міждержавну взаємозалежність і потребу в динамічних ігрових моделях (OECD, 2023; OECD, 2024; ESA, 2024).

**Мета дослідження.** Розробити та чисельно реалізувати математичну модель міждержавної конкуренції у космічній галузі із застосуванням елементів теорії ігор, яка дозволяє формалізувати стратегії гравців, знаходити рівноважні стани та досліджувати наслідки політики в середовищі Maple.

### Завдання дослідження:

- дослідити теоретичні аспекти розвитку космічної галузі та застосування теорії ігор у моделюванні суперництва;
- розробити математичну модель конкурентної взаємодії країн;
- реалізувати модель у програмному середовищі Maple;
- провести аналіз отриманих результатів

### Основний матеріал дослідження.

Для моделювання конкурентної боротьби країн за лідерство у космосі розглянемо три основних гравці: США, Китай і Європейське космічне агентство (ЕКА).

Припустимо, що кожен гравець максимізує власний рівень розвитку; існують фактори взаємного впливу між учасниками (конкуренція, політичний тиск); рівні розвитку обмежені спільним

або індивідуальним потенціалом  $K$  через технічні, фінансові та організаційні обмеження.

Врахувавши всі припущення, запишемо узагальнену формулу для  $N$  гравців.

Нехай  $s_i(t)$  – рівень розвитку  $i$ -го гравця ( $i = 1, \dots, N$ ). Тоді

$$\frac{ds_i}{dt} = a_i s_i(t) \left( 1 - \frac{s_i(t)}{K_i} \right) - \sum_{j=1, j \neq i}^N b_{ij} s_j(t) + \eta_i,$$

де:  $a_i > 0$  – коефіцієнт власного розвитку  $i$ -го гравця (інвестиції, технологічний потенціал);  $K_i > 0$  – граничний потенціал (ємність) розвитку  $i$ -го гравця,  $b_{ij} \geq 0$  – коефіцієнт негативного впливу гравця  $j$  на  $i$  (економічний чи політичний тиск, конкуренція за ресурси),  $\eta_i$  – зовнішній вплив, підтримка.

Введемо позначення для гравців в момент часу  $t$ :

$x(t)$  – рівень розвитку космічної галузі США,

$y(t)$  – рівень розвитку Китаю,

$z(t)$  – рівень розвитку (ЄКА).

Побудуємо систему диференціальних рівнянь для трьох гравців (у базовому сценарії можна покласти  $\eta_i = 0$ ):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_x x \left( 1 - \frac{x}{K_x} \right) - b_{xy} y - b_{xz} z \\ \frac{dy}{dt} = a_y y \left( 1 - \frac{y}{K_y} \right) - b_{yx} x - b_{yz} z \\ \frac{dz}{dt} = a_z z \left( 1 - \frac{z}{K_z} \right) - b_{zx} x - b_{zy} y \end{cases}$$

Перші доданки описують внутрішнє зростання з насиченням, другий і третій – взаємне «гальмування» через конкуренцію чи тиск.

### Реалізація моделі в Maple.

Параметри моделі обрано на основі припущень про рівень інвестицій та політичного впливу:

Граничний рівень розвитку  $K_x = K_y = K_z = K = 100$ .

Коефіцієнти власного розвитку:  $a_x = 0.05$ ,  $a_y = 0.045$ ,  $a_z = 0.048$ .

Коефіцієнти взаємного впливу:  $b_{xy} = 0.01$ ,  $b_{xz} = 0.008$ ,  $b_{yx} = 0.009$ ,  $b_{yz} = 0.007$ ,  $b_{zx} = 0.006$ ,  $b_{zy} = 0.005$

Початкові умови:  $x(0) = 10$ ,  $y(0) = 8$ ,  $z(0) = 9$ .

Код в середовищі Maple має наступний вигляд:

```
restart;
#Змінні
with(plots);
with(DEtools);
#Параметри (1-x,2-y,3-z,)
K := 100; #Граничний рівень розвитку
a1 := 0.05;
a2 := 0.045;
a3 := 0.048;
b12 := 0.01;
b13 := 0.008;
b21 := 0.009;
b23 := 0.007;
b31 := 0.006;
b32 := 0.005;
#Початкові умови
x0 := 10; y0 := 8; z0 := 9;
#Система диференціальних рівнянь
q1 := diff(x(t), t) = a1*x(t)*(1-
x(t)/K)-b12*y(t)-b13*z(t);
q2 := diff(y(t), t) = a2*y(t)*(1-
y(t)/K)-b21*x(t)-b23*z(t);
q3 := diff(z(t), t) = a3*z(t)*(1-
z(t)/K)-b31*x(t)-b32*y(t);
#Система та умова
sys := {q1, q2, q3};
ics := {x(0) = x0, y(0) = y0, z(0) =
z0};
#Чисельне розв'язання
sol := dsolve(union(sys, ics),
numeric, method = rkf45, output =
listprocedure);
#Побудова графіків
p1 := odeplot(sol, [t, x(t)], 0..
100, color = red, thickness = 2,
legend = «США»);
p2 := odeplot(sol, [t, y(t)], 0..
100, color = blue, thickness = 2,
legend = «Китай»);
p3 := odeplot(sol, [t, z(t)], 0..
100, color = green, thickness = 2,
legend = «ЄКА»);
#Виведення графіків на одному полі
на рис. 1.
display([p1, p2, p3], title =
«Динаміка розвитку космічної
галузі», labels = [«Час», «Рівень
розвитку»], labeldirections =
[horizontal, vertical]);
```

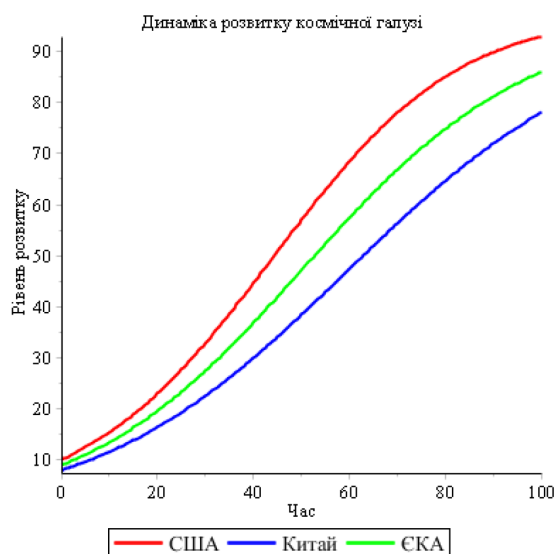


Рис. 1. Динаміка розвитку космічної галузі

Отримані результати чисельної симуляції розвитку космічної галузі трьох основних гравців дозволяють проаналізувати поведінку учасників не лише з динамічної точки зору, але й у контексті теорії ігор.

У побудованій моделі кожен гравець приймає рішення про інвестування у власний розвиток, враховуючи вплив інших гравців. Це є класичним прикладом некооперативної динамічної гри з обмеженими ресурсами, де кожен учасник прагне максимізувати власну вигоду, не координуючи дії з іншими.

США діють як гравець з максимальною початковою потужністю, обираючи агресивну стратегію швидкого розвитку.

ЄКА реалізує стратегію стабільного розвитку з обмеженою взаємодією, що дозволяє зменшити негативний вплив з боку конкурентів.

Китай, незважаючи на нижчий старт, демонструє адаптивну поведінку, яка відповідає стратегії поступового нарощування впливу.

Таким чином, застосування теорії ігор до аналізу космічного суперництва дозволяє не лише змодельовати динаміку процесу, а й глибше зрозуміти стратегічні мотиви гравців, їхню взаємозалежність та умови ефективної поведінки у глобальному змаганні.

**Висновки.** Запропоновано динамічну некооперативну модель космічної конкуренції, у якій власне зростання гравців поєднане з ефектами взаємного стримування; чисельна реалізація в Maple підтвердила наявність режимів домінування та стійкої взаємодії. Пороговий характер параметрів показує, що малі варіації темпів розвитку та інтенсивності впливів можуть якісно змінювати довгострокову рівновагу системи. Модель придатна для сценарного аналізу інвестиційних, коаліційних і регуляторних рішень та може слугувати інструментом підтримки стратегічного планування національних космічних програм. Обмеження дослідження пов'язані зі сталими у часі коефіцієнтами та відсутністю стохастичних збурень. Перспективи розвитку – введення керувань (інвестиції/стримування) та коаліційної взаємодії.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Başar T., Olsder G. J. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. 2nd ed. Philadelphia : SIAM, 1999.
2. Dockner E. J., Jørgensen S., Long N. V., Sorger G. *Differential Games in Economics and Management Science*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000.
3. ESA. *ESA Report on the Space Economy 2024*. Paris : European Space Agency, 2024.
4. Fudenberg D., Tirole J. *Game Theory*. Cambridge, MA : MIT Press, 1991.
5. Nash J. *Equilibrium points in n-person games*. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1950. Vol. 36, No. 1. P. 48–49.
6. Nash J. *Non-Cooperative Games*. *Annals of Mathematics*. 1951. Vol. 54, No. 2. P. 286–295.
7. OECD. *The Space Economy in Figures*. Paris : OECD Publishing, 2023.
8. OECD. *The Economics of Space Sustainability*. Paris : OECD Publishing, 2024.
9. Osborne M. J. *An Introduction to Game Theory*. Oxford : Oxford University Press, 2003.
10. Osborne M. J., Rubinstein A. *A Course in Game Theory*. – Cambridge, MA : MIT Press, 1994.
11. von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton : Princeton University Press, 1944.

**REFERENCES:**

1. Başar, T., & Olsder, G. J. (1999). *Dynamic noncooperative game theory* (2nd ed.). SIAM.
2. Dockner, E. J., Jørgensen, S., Long, N. V., & Sorger, G. (2000). *Differential games in economics and management science*. Cambridge University Press.
3. European Space Agency. (2024). *ESA report on the space economy 2024*. European Space Agency.
4. Fudenberg, D., & Tirole, J. (1991). *Game theory*. MIT Press.
5. Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48–49. <https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48>
6. Nash, J. (1951). Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54(2), 286–295. <https://doi.org/10.2307/1969529>
7. OECD. (2023). *The space economy in figures*. OECD Publishing.
8. OECD. (2024). *The economics of space sustainability*. OECD Publishing.
9. Osborne, M. J. (2003). *An introduction to game theory*. Oxford University Press.
10. Osborne, M. J., & Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory*. MIT Press.
11. von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press.

Дата надходження статті: 19.09.2025

Дата прийняття статті: 02.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 53(092)(477.82)

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-7>

**Андрій КЕВШИН**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

**Володимир ГАЛЯН**

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0066-7174>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422525700

**Назар КЕВШИН**

здобувач вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-9932-8447>

**Галина ХМАРУК**

старший лаборант кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, пр. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0001-8161-2070>

**Бібліографічний опис статті:** Кевшин, А., Гальян, В., Кевшин, Н., Хмарук, Г. (2025). Фізика та радіoeлектроніка: від фундаментальних законів до сучасних технологій. *Фізика та освітні технології*, 2, 48–53, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-7>

## ФІЗИКА ТА РАДІОЕЛЕКТРОНІКА: ВІД ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ЗАКОНІВ ДО СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

У статті простежується тісний взаємозв'язок між фізикою як базовою наукою та радіoeлектронікою як її прикладним продовженням. Фізика, досліджуючи властивості матерії, енергії, простору й часу, формує теоретичне підґрунтя для розуміння природних процесів, тоді як радіoeлектроніка використовує ці знання (особливо положення електродинаміки та електроніки) для створення, оптимізації та практичного застосування електронних систем, призначених для передавання, приймання й оброблення інформації.

Радіoeлектроніка нині охоплює майже всі сфери людського життя – від побутових пристроїв (смартфонів, ноутбуків, планшетів) і технологій бездротового зв'язку (Wi-Fi, Bluetooth, мобільні стандарти 3G–5G) до «інтернету речей» (IoT), автономного транспорту, медичних систем діагностики та технічних засобів безпеки. Значна увага приділяється її ролі в космічних технологіях, зокрема у функціонуванні супутникових навігаційних комплексів GPS і Galileo, а також засобів міжпланетного зв'язку.

У роботі детально розглянуто фізичні закономірності, на яких ґрунтується радіoeлектроніка. Підкреслено фундаментальне значення закону Ома, що є основою для розрахунків електричних кіл, та законів Кірхгофа, які описують збереження електричного струму у вузлах і напруг у замкнутих контурах. Ці принципи лежать в основі аналізу й моделювання складних електронних схем, що містять такі компоненти, як транзистори, резистори, діоди чи інтегральні мікросхеми.

Окремий розділ присвячено історичному становленню радіоелектроніки. Відкриття Джеймсом К. Максвеллом електромагнітних хвиль і їх експериментальне підтвердження Генріхом Герцем стали відправною точкою розвитку бездротових технологій. Значний внесок у подальший розвиток галузі зробили відкриття в галузі квантової фізики – роботи М. Планка, А. Ейнштейна, а також модель атома Н. Бора. Їх результати дали поштовх до розуміння зонної будови твердих тіл і створення напівпровідникових приладів – діодів, транзисторів, мікро-схем та процесорів, що сформували основу сучасної цифрової електроніки.

В історичному контексті розглянуто також перші експерименти з бездротового передавання сигналів, здійснені Г. Марконі та О. Поповим, а також розвиток електронних ламп – діода Дж. Флемінга та тріода Л. де Фореста, які стали першими активними елементами електроніки. Переломним моментом став винахід транзистора у 1947 році Дж. Бардінім, В. Браттейном і В. Шоклі, що започаткував еру напівпровідникових технологій і відкрив шлях до мікропроцесорної техніки та інформаційної доби.

Сучасний етап розвитку радіоелектроніки характеризується мініатюризацією компонентів, удосконаленням мікропроцесорів, еволюцією мобільного зв'язку (Wi-Fi, Bluetooth, 5G), які забезпечують високу швидкість передавання даних і мінімальні затримки сигналу. Також розглянуто стратегічну роль радіоелектронних систем у навігаційних і супутникових технологіях, що використовуються в цивільній, науковій та оборонній сферах.

**Ключові слова:** фізика, радіоелектроніка, транзистор, бездротовий зв'язок, мікропроцесори.

### **Andriy KEVSHYN**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

### **Volodymyr HALYAN**

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0066-7174>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422525700

### **Nazar KEVSHYN**

*Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-9932-8447>

### **Galyna KHMARUK**

*Senior Laboratory Assistant at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0001-8161-2070>

**To cite this article:** Kevshyn, A., Halyan, V., Kevshyn, N., Khmaruk, G. (2025). Fyzyka ta radioelektronika: vid fundamentalnykh zakoniv do suchasnykh tekhnolohii [Physics and radio electronics: from fundamental laws to modern technologies]. *Physics and Educational Technology*, 2, 48–53, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-7>

## **PHYSICS AND RADIO ELECTRONICS: FROM FUNDAMENTAL LAWS TO MODERN TECHNOLOGIES**

*The article traces the close interconnection between physics as a fundamental science and radio electronics as its applied continuation. Physics, by studying the properties of matter, energy, space, and time, forms the theoretical foundation for understanding natural processes, while radio electronics applies this knowledge (particularly the principles of electrodynamics and electronics) to the creation, optimization, and practical implementation of electronic systems designed for the transmission, reception, and processing of information.*

*Today, radio electronics encompasses almost all areas of human life – from household devices (smartphones, laptops, tablets) and wireless communication technologies (Wi-Fi, Bluetooth, mobile standards 3G–5G) to the Internet of Things (IoT), autonomous transport, medical diagnostic systems, and security technologies. Special attention is paid to its role in space technologies, particularly in the functioning of satellite navigation systems such as GPS and Galileo, as well as interplanetary communication systems.*

*The paper provides a detailed analysis of the physical laws on which radio electronics is based. It emphasizes the fundamental importance of Ohm's law, which serves as the foundation for calculating electrical circuits, and Kirchhoff's laws, which describe the conservation of electric current at junctions and voltage in closed loops. These principles underpin the analysis and modeling of complex electronic circuits containing components such as transistors, resistors, diodes, and integrated microchips.*

*A separate section is devoted to the historical development of radio electronics. The discovery of electromagnetic waves by James C. Maxwell and their experimental confirmation by Heinrich Hertz marked the starting point of wireless technology. Major contributions to the further advancement of the field were made by discoveries in quantum physics – the works of M. Planck, A. Einstein, and N. Bohr's atomic model. Their findings led to an understanding of the band structure of solids and the creation of semiconductor devices – diodes, transistors, microchips, and processors – that formed the basis of modern digital electronics.*

*The historical overview also covers the first wireless signal transmission experiments conducted by G. Marconi and A. Popov, as well as the development of vacuum tubes – J. Fleming's diode and L. de Forest's triode – which became the first active elements of electronics. A turning point came in 1947 with the invention of the transistor by J. Bardeen, W. Brattain, and W. Shockley, which launched the era of semiconductor technology and paved the way for microprocessor engineering and the information age.*

*The modern stage of radio electronics is characterized by the miniaturization of components, the improvement of microprocessors, and the evolution of mobile communications (Wi-Fi, Bluetooth, 5G), which ensure high data transmission speeds and minimal signal delays. The paper also highlights the strategic role of radio electronic systems in navigation and satellite technologies used in civilian, scientific, and defense applications.*

**Key words:** physics, radio electronics, transistor, wireless communication, microprocessors.

**Актуальність проблеми.** Сьогодні електроніка та телекомунікації стрімко розвиваються й стали невід'ємною частиною життя людини. Їх основою є фундаментальні фізичні закономірності, що забезпечують наукове підґрунтя для створення та вдосконалення електронних систем. Знання законів Ома, Кірхгофа й основ квантової фізики дає змогу не лише ефективно використовувати сучасні технології, а й розробляти нові рішення.

Сучасна радіoeлектроніка охоплює все – від побутових пристроїв до супутникових систем, медичного обладнання та інформаційних мереж. Тому взаємозв'язок фізики й радіoeлектроніки має ключове значення для технічного прогресу та формування компетентностей майбутніх інженерів. Стаття підкреслює важливість фундаментальних фізичних знань у розвитку сучасних технологій і їх практичному використанні.

**Мета дослідження** – розкрити та проаналізувати глибинний взаємозв'язок між фундаментальними фізичними законами та розвитком сучасної радіoeлектроніки, продемонструвавши, як наукові відкриття у фізиці стали рушійною силою для створення та вдосконалення технологій, що формують наше повсякденне життя.

**Виклад основного матеріалу.** Фізика – одна з основних природничих наук, що вивчає закономірності існування та взаємодії матерії,

енергії, простору й часу. Її мета – пояснити принципи побудови й функціонування Всесвіту – від елементарних частинок до космічних структур. Радіoeлектроніка є прикладною галуззю фізики, що спирається на закони електродинаміки та електроніки (Кевшин, 2022). Вона займається створенням і вдосконаленням електронних систем, які використовують електромагнітні явища для передавання, приймання й обробки сигналів – від простих елементів до складних мікросхем і антенних систем.

Сьогодні радіoeлектроніка пронизує всі сфери життя – від побутових пристроїв до космічних технологій. Смартфони, ноутбуки, планшети та бездротові мережі Wi-Fi, Bluetooth, 3G-5G є результатом її розвитку. Саме вона лежить в основі інтернету речей (IoT), де «розумні» пристрої взаємодіють між собою, автоматизуючи побутові й виробничі процеси. Завдяки цим технологіям функціонують сучасні автомобілі, медичне обладнання та системи безпеки (Zeyu Jin, 2023).

Особливе значення радіoeлектроніка має в аерокосмічній галузі. Саме вона забезпечує роботу супутникових навігаційних систем – таких як GPS і Galileo – а також створення засобів зв'язку, передачі даних та управління космічними апаратами, що досліджують Сонячну систему та дальній космос.

Як прикладна наука і технічна галузь, радіоелектроніка нерозривно пов'язана з фізикою. Без ґрунтового розуміння її законів неможливо ані проєктувати, ані підтримувати в робочому стані сучасні електронні пристрої. Одними з ключових фізичних законів, що становлять основу цієї галузі, є закон Ома та закони Кірхгофа, які описують поведінку електричних струмів і напруг у різних типах електронних схем.

Закон Ома встановлює взаємозв'язок між силою струму, напругою та опором у електричному колі. У загальному вигляді він записується як:  $U = \frac{I}{R}$ , де  $U$  – напруга,  $I$  – сила струму,  $R$  – опір. Цей закон є основою для розрахунку параметрів будь-якого електричного кола та широко використовується в практиці радіоелектроніки.

Для аналізу складніших електричних схем застосовують закони Кірхгофа (Кевшин, 2022). Перший із них, який ще називають *законом збереження струму*, визначає, що сума всіх струмів, що входять у вузол, дорівнює сумі струмів, які виходять із нього:  $\sum_{k=1}^m I_k = 0$ . При цьому струми, спрямовані до вузла, вважають позитивними, а ті, що відходять від нього, – негативними. Такий підхід дозволяє алгебраїчно підсумовувати всі струми у вузлі, і в результаті їх загальна сума завжди дорівнює нулю, що відповідає принципу збереження електричного заряду.

Другий закон Кірхгофа, або *закон напруг*, звучить так: у замкнутому контурі алгебраїчна сума всіх напруг дорівнює сумі електропршійних сил (ЕРС), наявних у цьому контурі:  $\sum_{k=1}^i \pm I_k R_k = \sum_{k=1}^i \pm E_k$ . Напрямок обходу контуру визначає, які напруги мають додатний, а які – від'ємний знак.

Можливість бездротової передачі сигналів, що стала основою радіоелектроніки, з'явилася завдяки відкриттю електромагнітних хвиль (Weihong Qian, 2023). У 1860-х роках Джеймс Клерк Максвелл теоретично довів, що змінні електричні та магнітні поля породжують одне одного, утворюючи хвилю, що поширюється у просторі. Його рівняння стали основою єдиної теорії електрики й магнетизму. Це передбачення підтвердив Генріх Герц, який експериментально довів існування електромагнітних хвиль, заклавши фундамент для розвитку радіо, телебачення, радарів і мобільного зв'язку.

Подальший прогрес радіоелектроніки забезпечили відкриття квантової фізики. Теорія квантування Планка, фотоефект Ейнштейна та модель атома Бора пояснили дискретність енергії електронів, що стало основою створення напівпровідників і появи транзисторів, діодів та мікросхем – головних елементів сучасної електроніки.

Історія радіоелектроніки почалася з перших спроб передавання сигналів без дротів. Італійський винахідник Гульєльмо Марконі здійснив перші успішні радіопередачі (Matteo Leone, 2021), заклавши підґрунтя для подальшого розвитку бездротових технологій.

Після перших спроб бездротової передачі сигналів наступним етапом розвитку радіоелектроніки стало створення радіоламп. У 1904 році Джон Флемінг розробив діод, а Лі де Форест через два роки – триод, здатний підсилювати електричні сигнали. Ці лампи стали першими активними елементами електроніки, що дали змогу генерувати коливання й посилювати слабкі імпульси.

У першій половині XX століття радіолампи були основою електронних пристроїв – радіоприймачів, передавачів, телевізорів і перших обчислювальних машин. Проте вони мали суттєві недоліки: великі розміри, значне енергоспоживання й низьку надійність. Прорив стався у 1947 році, коли в Bell Labs Джон Бардин, Волтер Браттейн і Вільям Шоклі створили транзистор (Rafiq, 2019). Він замінив лампи, ставши меншим, ефективнішим і дешевшим у виробництві.

Поява транзистора започаткувала еру напівпровідникової електроніки. На його основі з'явилися інтегральні схеми та мікропроцесори – основа сучасних комп'ютерів. Згодом вони еволюціонували у потужні багатоядерні системи, що використовуються в науці, промисловості, освіті, бізнесі й побуті. Саме вони дали поштовх до створення смартфонів – пристроїв, які об'єднують функції комп'ютера, засобу зв'язку та мультимедійного центру.

Сучасний радіозв'язок пройшов шлях від телеграфу до високошвидкісних бездротових мереж. Wi-Fi забезпечує стабільний доступ до Інтернету в діапазонах 2,4 і 5 ГГц, використовуючи технологію OFDM для ефектвної передачі даних. Bluetooth, що працює на частоті 2,4 ГГц, дає змогу з'єднувати пристрої

на коротких відстанях, застосовуючи принцип стрибкоподібної зміни частоти, що забезпечує стабільність зв'язку (Grigorios, 2025).

Найновішим етапом еволюції мобільного зв'язку стало п'яте покоління – 5G. Ця технологія забезпечує набагато вищу швидкість обміну даними  $\left( \text{до } \vartheta_{\max} \approx 10 \frac{\text{Гбіт}}{\text{с}} \right)$ , мінімальну затримку (менше 1 мс) і здатність одночасно підтримувати величезну кількість підключень. Її робота базується на використанні міліметрових хвиль (у діапазоні 24–100 ГГц), багатоканальної передачі MIMO (Multiple Input Multiple Output) та принципі сегментації мережі. Такі можливості відкривають шлях до широкого впровадження Інтернету речей (IoT), автономних транспортних систем, «розумних» міст і сучасних виробничих комплексів.

Радіoeлектроніка відіграє також ключову роль у функціонуванні штучних супутників, які забезпечують зв'язок, метеорологічні спостереження, телебачення та наукові дослідження. Одним із найвідоміших прикладів є GPS-система (Global Positioning System), що дозволяє визначати координати з точністю до кількох метрів (Lin Pan, 2019). Відстань між супутником і приймачем розраховується за формулою  $S = c\Delta t$ , де  $S$  – відстань до супутника,  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $\Delta t$  – різниця часу між передачею та прийомом сигналу.

Сьогодні GPS застосовується повсюдно – у навігаційних системах автомобілів, транспортній логістиці, мобільних пристроях і військових технологіях. Зокрема, у сфері оборони радіoeлектроніка є основою роботи радарів, систем розвідки, засобів радіoeлектронної боротьби, управління та зв'язку, без яких неможливо уявити сучасну армію.

**Висновки.** Радіoeлектроніка є одним із ключових напрямів сучасної техногенної цивілізації. Вона охоплює всі сфери життя – від побутових приладів і засобів зв'язку до космічних систем та оборонних технологій. Її розвиток ґрунтується на фізичних законах, що визначають принципи роботи електронних пристроїв. Від формул Ома й Кірхгофа до відкриття електромагнітних хвиль Максвеллом і Герцем – кожне з цих досягнень стало важливим етапом становлення галузі. Значний внесок зробила й квантова фізика, відкривши шлях до створення напівпровідників і транзисторів – основи сучасної електроніки.

Винахід транзистора започаткував епоху мініатюризації та підвищення ефективності пристроїв, що привело до появи мікропроцесорів – основи комп'ютерів і цифрових систем. Подальший розвиток технологій забезпечив створення смартфонів, мереж Wi-Fi, Bluetooth, 5G і систем GPS, які докорінно змінили способи зв'язку, навігації та автоматизації в повсякденному житті.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. Кевшин А. Г., Галян В. В. Фізика з основами радіoeлектроніки: конспект лекцій. Луцьк : Вежа-Друк, 2022. 113 с.
2. Zeyu Jin. Analysis of electromagnetic wave applications and development. *Highlights in Science, Engineering and Technology*. 2023. Vol. 68. P. 172–181.
3. Кевшин А., Галян В., Третяк А., Артюх Ю., Шафарчук В., Никифоров О., Куршель Д. Використання практичних та лабораторних занять під час вивчення складних лінійних електричних кіл постійного струму в курсі електротехніки. *Фізика та освітні технології*. 2022. № 1. С. 27–33.
4. Weihong Qian. Physical Interpretation of Electricity and Magnetism and Electromagnetic Induction. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2023. Vol. 11. P. 2069–2092.
5. Matteo Leone and Nadia Robotti. Guglielmo Marconi, Augusto Righi and the invention of wireless telegraphy. *The European Physical Journal H*. 2021. Vol. 46, № 1. P. 16.
6. Rafiq M. A., Chuanbo Li and Buwen Cheng. Remembering John Bardeen: inventor of transistor. *Journal of Semiconductors*. 2019. Vol. 40, № 2. P. 020301.
7. Grigorios Koulouras, Stylianos Katsoulis and Fotios Zantalis. Evolution of Bluetooth Technology: BLE in the IoT Ecosystem. *Sensors*. 2025. Vol. 25, № 4. P. 996.
8. Sirish Kumar P., Srilatha Indira Dutt V. B. S. The global positioning system: Popular accuracy measures. *Materials today: proceedings*. 2020. Vol. 33, № 7. P. 4797–4801.
9. Lin Pan, Xiaohong Zhang, Xingxing Li, Xin Li, Cuixian Lu, Jingnan Liu, Qianxin Wang. Satellite availability and point positioning accuracy evaluation on a global scale for integration of GPS, GLONASS, BeiDou and Galileo. *Advances in Space Research*. 2019. Vol. 63, № 9. P. 2696–2710.

# REFERENCES:

1. Kevshyn, A. H., & Halian, V. V. (2022). *Fizyka z osnovamy radioelektroniky: Konspekt leksii* [Physics with fundamentals of radio electronics: Lecture notes]. Lutsk: Vezha-Druk. [in Ukrainian].
2. Jin, Z. (2023). Analysis of electromagnetic wave applications and development. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, 68, 172–181.
3. Kevshyn, A., Halian, V., Tretiak, A., Artiukh, Yu., Shafarchuk, V., Nykyforov, O., & Kurshel, D. (2022). Vykorystannia praktychnykh ta laboratornykh zaniat pid chas vyvchennia skladnykh liniinykh elektrychnykh kil postiinoho strumu v kursi elektrotekhniki [Use of practical and laboratory classes in studying complex linear DC electrical circuits in an electrical engineering course]. *Fizyka ta osviti tekhnolohii*, 1, 27–33. [in Ukrainian].
4. Qian, W. (2023). Physical interpretation of electricity and magnetism and electromagnetic induction. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 11, 2069–2092.
5. Leone, M., & Robotti, N. (2021). Guglielmo Marconi, Augusto Righi and the invention of wireless telegraphy. *The European Physical Journal H*, 46(1), 16.
6. Rafiq, M. A., Li, C., & Cheng, B. (2019). Remembering John Bardeen: Inventor of transistor. *Journal of Semiconductors*, 40(2), 020301.
7. Koulouras, G., Katsoulis, S., & Zantalis, F. (2025). Evolution of Bluetooth technology: BLE in the IoT ecosystem. *Sensors*, 25(4), 996.
8. Kumar, P. S., & Dutt, V. B. S. S. I. (2020). The global positioning system: Popular accuracy measures. *Materials Today: Proceedings*, 33(7), 4797–4801.
9. Pan, L., Zhang, X., Li, X., Li, X., Lu, C., Liu, J., & Wang, Q. (2019). Satellite availability and point positioning accuracy evaluation on a global scale for integration of GPS, GLONASS, BeiDou and Galileo. *Advances in Space Research*, 63(9), 2696–2710.

Дата надходження статті: 25.09.2025

Дата прийняття статті: 13.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 378.147:621.3

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-8>

**Андрій КЕВШИН**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

**Володимир ГАЛЯН**

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0066-7174>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422525700

**Назар КЕВШИН**

здобувач вищої освіти навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-9932-8447>

**Сергій СЕМЕНЮК**

старший лаборант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0001-5692-024X>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 54886559900

**Бібліографічний опис статті:** Кевшин, А., Гальян, В., Кевшин, Н., Семенюк, С. (2025). Розвиток експериментальних компетентностей студентів у процесі дослідження згасаючих коливань в електричному контурі. *Фізика та освітні технології*, 2, 54–59, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-8>

## РОЗВИТОК ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОНТУРІ

Розвиток експериментальних умінь посідає провідне місце у сучасній системі освіти, особливо коли йдеться про технічні та природничі спеціальності. Під час вивчення фізичних явищ, зокрема коливальних процесів, практична складова має не менше значення, ніж теоретична – адже саме вона забезпечує глибоке розуміння суті досліджуваних процесів.

Дослідження коливань у RLC-контурі відкриває можливість безпосередньо поєднати теорію з практикою. Спостереження за згасаючими коливаннями, де амплітуда поступово зменшується через втрати енергії, дозволяє наочно простежити складні фізичні закономірності, які можна вивчати в лабораторних умовах. Виконання такого експерименту включає не лише вимірювання, а й аналіз, пояснення отриманих даних і представлення результатів, що сприяє формуванню широкого кола професійних навичок.

У процесі роботи над експериментом здобувачі освіти опановують кілька ключових компетентностей: уміють планувати дослідження (визначати мету, добирати прилади та методику), набувають практичного досвіду роботи з вимірювальним обладнанням – осцилографом, мультиметром, джерелами живлення. Вони вчать

впорядковувати та опрацьовувати дані, будувати графіки, визначати характеристики коливань – період, частоту, коефіцієнт згасання; порівнюють результати з теоретичними розрахунками, шукають причини відмінностей і роблять узагальнені висновки.

Важливою складовою є усвідомлення впливу параметрів кола ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ) на поведінку коливань. Студенти експериментально перевіряють залежності між цими величинами, що допомагає краще зрозуміти фізичні закономірності. Наприклад, зміна опору  $R$  змінює швидкість затухання коливань і дозволяє спостерігати перехід від коливального до аперіодичного режиму. Така робота водночас формує навички оцінювання похибок вимірювань та розвиває критичне мислення при аналізі результатів.

Використання сучасних технологій – комп'ютерного моделювання, спеціальних програм для обробки даних – істотно розширює можливості експерименту. Це дозволяє не лише проводити фізичні вимірювання, а й зіставляти їх із результатами віртуальних моделей, що поглиблює розуміння зв'язку між теорією та практикою.

Отже, дослідження згасаючих коливань у електричному контурі є ефективним засобом комплексного розвитку експериментальних компетентностей. Воно сприяє не лише засвоєнню матеріалу з електродинаміки, а й формуванню навичок аналітичного мислення, роботи з приладами та обробки результатів. Такий підхід забезпечує не механічне запам'ятовування фактів, а глибоке, усвідомлене оволодіння знаннями, що становить основу професійної компетентності майбутнього фахівця.

**Ключові слова:** згасаючі коливання, RLC-контур, практичні навички, експериментальні компетентності.

### **Andriy KEVSHYN**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

### **Volodymyr HALYAN**

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0066-7174>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422525700

### **Nazar KEVSHYN**

*Student of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0009-9932-8447>

### **Serhii SEMENYUK**

*Senior Laboratory Assistant at the Department of Theoretical and Computational Physics named after A. V. Svidzynskyi, Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0001-5692-024X>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 54886559900

**To cite this article:** Kevshyn, A., Halyan, V., Kevshyn, N., Semenyuk, S. (2025). Rozvytok eksperymentalnykh kompetentnostei studentiv u protsesi doslidzhennia zghasaiuchykh kolyvan v elektrychnomu konturi [Development of Students' Experimental Competencies through the Study of Damped Oscillations in an Electric Circuit]. *Physics and Educational Technology*, 2, 54–59, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-8>

## DEVELOPMENT OF STUDENTS' EXPERIMENTAL COMPETENCIES THROUGH THE STUDY OF DAMPED OSCILLATIONS IN AN ELECTRIC CIRCUIT

*The development of experimental skills occupies a central place in the modern education system, particularly in technical and natural science fields. When studying physical phenomena, especially oscillatory processes, the practical component is no less important than the theoretical one, as it enables a deeper understanding of the essence of the studied processes.*

*The investigation of oscillations in an RLC circuit provides an opportunity to directly connect theory with practice. Observing damped oscillations, where the amplitude gradually decreases due to energy losses, allows students to clearly trace complex physical laws that can be studied under laboratory conditions. Performing such an experiment involves not only measurements but also data analysis, interpretation, and presentation of results, all of which contribute to the development of a wide range of professional skills.*

*During the experiment, students acquire several key competencies: they learn to plan research (define objectives, select instruments and methodologies), gain hands-on experience working with measuring equipment such as oscilloscopes, multimeters, and power supplies. They also learn to organize and process data, plot graphs, determine oscillation parameters – period, frequency, and damping coefficient – compare experimental results with theoretical calculations, identify possible discrepancies, and draw generalized conclusions.*

*An important aspect of the experiment is understanding how the parameters of the circuit ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ) influence oscillatory behavior. Students experimentally verify the relationships between these quantities, which helps them better comprehend the underlying physical laws. For instance, changing the resistance  $R$  affects the damping rate of oscillations and allows observing the transition from oscillatory to aperiodic modes. Such work simultaneously fosters skills in evaluating measurement uncertainties and develops critical thinking in data analysis.*

*The use of modern technologies – computer modeling and specialized software for data processing – significantly enhances the experimental experience. This approach enables not only physical measurements but also comparison with virtual models, deepening the understanding of the relationship between theory and practice.*

*Thus, the study of damped oscillations in an electrical circuit serves as an effective means of comprehensive development of experimental competencies. It contributes not only to mastering the fundamentals of electrodynamics but also to forming analytical thinking, practical instrument-handling skills, and data-processing abilities. This approach ensures not mechanical memorization of facts, but a profound and conscious mastery of knowledge, forming the foundation of the professional competence of future specialists.*

**Key words:** damped oscillations, RLC circuit, practical skills, experimental competencies.

**Актуальність проблеми.** У добу стрімкого технологічного розвитку від випускників очікують не лише глибоких теоретичних знань, а й умінь застосовувати їх на практиці. Традиційні підходи, зосереджені лише на теорії, уже не відповідають потребам сучасного ринку праці. Тому формування експериментальних умінь стає важливою складовою фахової підготовки.

Дослідження згасаючих коливань у електричному контурі є ефективним способом розвитку таких компетентностей. Під час експерименту студенти працюють із реальним обладнанням, виконують вимірювання, аналізують результати й порівнюють їх із теоретичними моделями. Це сприяє глибшому розумінню фізичних процесів, формує критичне мислення та навички оцінки похибок.

Актуальність теми полягає у вдосконаленні навчально-експериментальних методик, що поєднують теорію з практикою та готують конкурентоспроможних фахівців для високотехнологічних галузей.

**Мета дослідження** – на основі розробленої лабораторної роботи розробити ефективні методичні підходи до формування й розвитку

експериментальних компетентностей студентів під час вивчення згасаючих коливань в електричному контурі.

**Виклад основного матеріалу.** Згасаючі електричні коливання становлять один із базових розділів електродиніки та є невід'ємною складовою низки фундаментальних дисциплін технічного й природничого спрямування. Їхнє вивчення має не лише теоретичне, а й практичне значення, адже принципи, що лежать в основі цих процесів, застосовуються у більшості сучасних електронних і радіотехнічних систем.

У межах навчальної дисципліни «Фізика з основами радіоелектроніки» студенти опановують основи теорії електричних коливань – від ідеалізованих незгасаючих процесів в LC-контурі до більш реалістичних моделей, у яких враховується вплив опору. Значну увагу приділено введенню поняття резистивного елемента ( $R$ ) та дослідженню його ролі у формуванні динаміки коливального процесу. Здобувачі освіти розв'язують диференціальні рівняння, що описують поведінку RLC-контур, аналізують режими розряду (коливальний, критичний, аперіодичний) і визначають основні параметри, такі як

частота згасаючих коливань, коефіцієнт зату-хання та добротність системи (Кевшин, 2022).

Освітній компонент «Електротехніка» роз-ширює це розуміння, акцентуючи увагу на практичному аспекті. Тут згасаючі коливання розглядаються як перехідні процеси, що вини-кають під час комутацій у колах постійного та змінного струму. Студенти досліджують вплив цих процесів на роботу електричного обладнання, системи захисту та вимірювальну апаратуру. Розуміння механізмів згасання є необхідним для забезпечення стабільності, енергоефективності та надійності електроенер-гетичних систем (Кевшин, 2021).

У курсі «Електроніка» знання про згасаючі коливання використовуються як основа для вивчення резонансних контурів, фільтрів, гене-раторів та інших елементів електронних схем. Студенти вчаться налаштовувати параметри контуру для досягнення необхідної частоти та добротності, аналізують умови мінімізації небажаних втрат енергії у генераторах, а також вивчають застосування затухаючих проце-сів у фільтрах для виділення окремих частот-них діапазонів. Такі знання є ключовими для розробки та оптимізації радіотехнічних при-строїв – приймачів, передавачів, підсилювачів та інших систем, що працюють у високочастот-ному діапазоні (Кевшин, 2018).

Отже, послідовне та взаємопов'язане вивчення згасаючих електричних коливань у курсах «Фізика з основами радіоелектроніки», «Електротехніка» та «Електроніка» забезпечує формування цілісного уявлення про явище – від фундаментальних фізичних принципів і мате-матичних моделей до практичних технічних застосувань. Такий підхід створює міцне теоре-тичне підґрунтя та водночас розвиває необхідні

експериментальні та аналітичні навички, які є запорукою професійної компетентності май-бутніх інженерів та науковців.

У реальних електричних колах коливання завжди мають згасаючий характер через наяв-ність сил опору, унаслідок чого частина енер-гії електромагнітного поля перетворюється на тепло (Гресь, 2023). Схематичне зображення RLC-контуру подано на рисунку 1.

Відповідно до другого правила Кірхгофа можемо записати:  $U_R + U_C = U_L$ . Спад напруги на опорі виразимо через заряд  $dq$ :  $U_R = IR = \frac{dq}{dt} R$ . У свою чергу, різницю потенціалів на обкладках конденсатора виразимо через його ємність  $C$  і заряд  $q$ :  $U_C = \frac{q}{C}$ . Згідно із законом самоіндук-ції напруга на індуктивності буде рівна:

$$U_L = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}.$$

З вище написаних виразів маємо:

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2}.$$

Перепишемо останній вираз по іншому:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Позначимо власну частоту коливального контуру як:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , а коефіцієнт згасання як:  $\beta = \frac{R}{2L}$ .

У результаті одержимо диференціальне рів-няння згасаючих коливань:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

Розв'язок даного рівняння запишемо у наступному виді:

$$q = q_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

де  $q_0$  – максимальне значення заряду на обклад-ках конденсатора у момент часу  $t = 0$ ;  $\varphi_0$  – початкова фаза коливань;  $\omega$  – циклічна частота загасаючих коливань, яка розраховується за формулою:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Диференціюючи вираз (1) по часу, отримаємо рівняння згасаючих коливань струму в контурі:

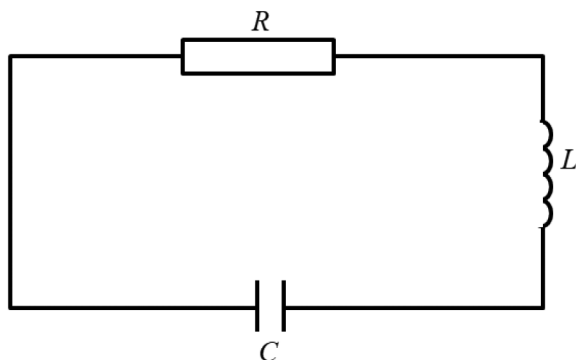


Рис. 1. Електрична схема коливального контуру

$$I = \frac{dq}{dt} = I_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (2)$$

де  $I_0 = \omega q_0$  – початкова амплітуда сили струму у колі;  $\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}$  – початкова фаза коливань сили струму.

На рис. 2 показано залежність сили струму від часу при згасаючих коливаннях:

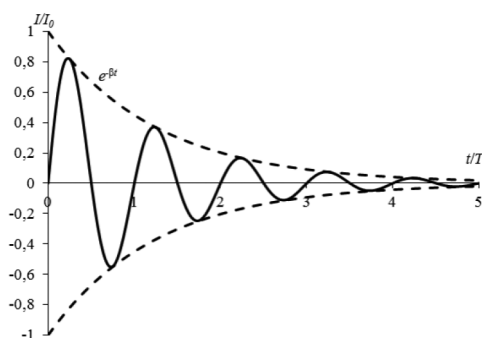


Рис. 2. Залежність сили струму від часу при згасаючих коливаннях

Як бачимо з формули (2), амплітуда коливань змінюється з часом за експоненціальним законом:

$$I_m = I_0 \exp(-\beta t).$$

Коефіцієнт згасання  $\beta$  характеризує швидкість зменшення амплітуди коливань. За час релаксації  $\tau = \frac{1}{\beta}$  амплітуда коливань зменшиться в  $e$  раз. При збільшенні коефіцієнта згасання  $\beta$  період згасаючих коливань зростає і при  $\beta = \omega_0$  прямує до нескінченності, тобто процеси, що протікають у контурі при розряді конденсатора, не носять періодичного характеру. Такі коливання називають аперіодичними.

Із збільшенням коефіцієнта згасання період згасаючих коливань також зростає. Якщо коефіцієнт згасання досягає певного критичного значення  $\beta = \omega_0$ , цей період стає нескінченно великим. Це означає, що

коливання перестають бути періодичними, і процеси в контурі, що відбуваються під час розряду конденсатора, набувають аперіодичного характеру.

Однією з характеристик загасаючих коливань є логарифмічний декремент згасання  $\theta$ :  $\theta = \ln \left( \frac{I_m(t)}{I_m(t+T)} \right) = \beta T$ , де  $N = \frac{1}{\theta}$  – кількість коливань, після яких амплітуда зменшиться в  $e$  раз.

Втрату енергії за період коливань  $T$  характеризує добротність коливального контуру  $Q$ , яка пропорційна відношенню запасеної енергії  $W(t)$  до втрати енергії за період коливання  $\Delta W(t+T)$ :  $Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W(t+T)}$ . У випадку слабого згасання

$$\beta \ll \omega_0: Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\pi}{\theta}.$$

Щоб визначити коефіцієнт згасання, необхідно виміряти, як змінюється амплітуда напруги з часом, зафіксувавши при цьому обране значення опору:  $\ln \left( \frac{U}{U_0} \right) = -\beta t$ .

Декремент згасання рівний відношенню двох сусідніх амплітуд коливань:  $\chi = \frac{U_m}{U_{m+1}}$ .

**Порядок виконання роботи для дослідження згасаючих електромагнітних коливань у коливальному контурі.**

1. Зберіть схему послідовного резонансного контуру, відповідно до рис. 3. На схемі ГН – генератор напруги спеціальної форми.

2. Встановіть мінімальний опір на магазині опорів. Ключ К розімкніть.

3. Включіть осцилограф та генератор напруги спеціальної форми. Кнопкою вибору форми сигналів встановіть виберіть імпульси П подібної форми, а частоту 200 Гц.

4. На осцилографі одержіть осцилограму, як показано на рис. 4. Стійке зображення кривої та

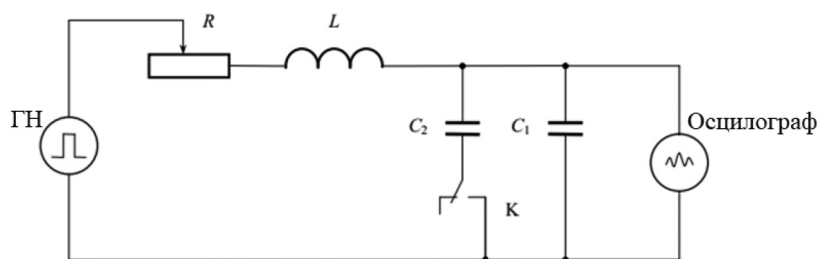


Рис. 3. Схема установки для дослідження згасаючих коливань

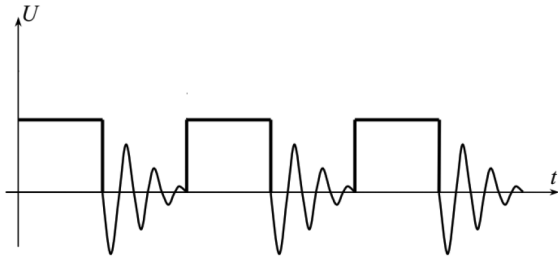


Рис. 4. Осцилограма напруги на конденсаторі

необхідні розміри осцилограми забезпечується регулюванням відповідними ручками осцилографа.

5. Виміряйте період згасаючих коливань для двох значень ємності:  $C_1$  та  $C = C_1 + C_2$ . Перевірте виміряні значення періоду з теоретично розрахованими за допомогою формули Томсона:  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

6. Виміряйте критичний опір для двох значень ємності, збільшуючи опір магазину опорів  $R_m$  (з кроком 20 Ом) до встановлення аперіодичного режиму. Експериментальне значення  $R_{кр}$  визначається як сума опору магазину опорів  $R$  та активного опору котушки  $R_{кр}$ .

Порівняйте з теоретично розрахованим значенням за допомогою формули  $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ .

7. Побудуйте графік залежності логарифмічного декременту  $\theta = f(R_m)$ .

**Висновки.** Згасаючі електричні коливання – природна властивість будь-якого реального кола, адже опір завжди спричиняє втрати енергії. Це явище є основою електродинаміки та важливим для розуміння багатьох фізичних і технічних процесів.

Вивчення згасаючих коливань у курсах «Фізика з основами радіоелектроніки», «Електротехніка» та «Електроніка» поєднує теорію з практикою. Студенти аналізують RLC-контур, визначають коефіцієнт згасання, добротність і режими розряду, а також працюють з осцилографом, вимірюють період коливань і спостерігають перехід до аперіодичного процесу.

Таке поєднання теоретичних і практичних знань формує цілісне розуміння явища, розвиває аналітичне мислення та готує фахівців до моделювання й проєктування сучасних електронних систем.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Кевшин А. Г., Галян В. В. Фізика з основами радіоелектроніки: конспект лекцій. Луцьк : Вежа-Друк, 2022. 113 с.
2. Кевшин А. Г., Новосад О. В., Федосов С. А. Електротехніка : навч. посіб. Луцьк, 2021. 127 с.
3. Кевшин А. Г., Галян В. В. Електроніка : конспект лекцій. Луцьк : Вежа-Друк, 2018. 87 с.
4. Гресь В., Глейзер Н., Наземцева Л. Коливання і хвилі: Конспект лекцій. Харків : УкрДУЗТ, 2023. 71 с.

#### REFERENCES:

1. Kevshyn, A. H., & Halian, V. V. (2022). *Fizyka z osnovamy radioelektroniky: Konspekt lektzii* [Physics with fundamentals of radio electronics: Lecture notes]. Lutsk : Vezha-Druk. [in Ukrainian].
2. Kevshyn, A. H., Novosad, O. V., & Fedosov, S. A. (2021). *Elektrotekhnika: Navchalnyi posibnyk* [Electrical engineering: Textbook]. Lutsk. [in Ukrainian].
3. Kevshyn, A. H., & Halian, V. V. (2018). *Elektronika: Konspekt lektzii* [Electronics: Lecture notes]. Lutsk : Vezha-Druk. [in Ukrainian].
4. Hres, V., Hleizer, N., & Nazemtseva, L. (2023). *Kolyvannia i khvyli: Konspekt lektzii* [Oscillations and waves: Lecture notes]. Kharkiv : UkrDUZT. [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 29.09.2025

Дата прийняття статті: 18.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 378.147:621.3

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-9>

**Максим КИРИЧЕНКО**

аспірант навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Галина МИРОНЧУК**

доктор фізико-математичних наук, професор, директор навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9088-3825>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36245422900

**Міхал ПЯСЕЦЬКИЙ**

доктор габілітований, професор інституту фізики, Університет імені Яна Длугоша в Ченстохові, ал. Армії Крайової 13/15, м. Ченстохова, Польща, 42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1040-8811>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 7004429911

**Олег МАРЧУК**

доктор хімічних наук, професор, професор кафедри неорганічної та фізичної хімії, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5618-7156>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57191781842

**Мирон РУДИШ**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Кирила і Мефодія 8, м. Львів, Україна, 79000

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5431-5652>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 55858314300

**Бібліографічний опис статті:** Кириченко, М., Мирончук, Г., Пясецький, М., Марчук, О., Рудиш, М. (2025). Оптичні властивості кристала  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  з домішками Ho. *Фізика та освітні технології*, 2, 60–68, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-9>

## ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛА $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ З ДОМІШКАМИ Ho

У роботі представлено комплексне дослідження впливу легування рідкісноземельним елементом гольмієм (Ho) на електронну структуру, кристалічну будову та оптичні властивості напівпровідникового кристала пруститу ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ). Досліджувані зразки з концентраціями домішки 0,3, 0,6 та 0,9 мас. % були синтезовані методом сплавлення вихідних компонентів високої чистоти з подальшим гомогенізуючим відпалом. Рентгенофазовий аналіз підтвердив однофазність отриманих матеріалів та відповідність їхньої структури просторовій групі симетрії  $R\bar{3}c$ .

Теоретичні розрахунки електронної енергетичної будови виконано в межах теорії функціоналу густини (DFT) із використанням програмного коду CASTEP. Для опису обмінно-кореляційної взаємодії застосовано узагальнене градієнтне наближення (GGA) у параметризації Пердю-Бурке-Ернзергофа (PBE) та ультрам'який псевдопотенціал Вандербільта. Геометричну оптимізацію кристалічної ґратки здійснено за алгоритмом Бройдена-Флетчера-Голдфарба-Шенно (BFGS). Розрахунки, проведені методом суперкомірки, показали, що введення атомів Ho, які заміщують атоми Ag, призводить до появи вузьких смуг локалізованих f-електронів поблизу вершини валентної зони, сформованої р-станами сірки. Встановлено, що легування не змінює непрямий тип забороненої зони матриці  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ .

Експериментально досліджено спектральний розподіл коефіцієнта поглинання в температурному діапазоні 100–300 К. Ширину забороненої зони ( $E_g$ ) визначено методом Таука для непрямих переходів. Виявлено, що збільшення концентрації Ho від 0,3 до 0,9 мас.% призводить до монотонного зменшення  $E_g$  за кімнатної температури від 2,09 eV до 2,06 eV. Це звуження пояснюється локальними деформаціями кристалічної ґратки внаслідок відмінності іонних радіусів  $Ag^+$  та  $Ho^{3+}$ . Температурна залежність краю поглинання проаналізована в межах моделі Варині. Встановлено, що параметр, пов'язаний із температурою Дебая, залишається стабільним для всіх концентрацій (~180 K), що свідчить про збереження коливальних властивостей ґратки матриці. Отримані результати демонструють, що легування гольмієм є ефективним методом керованої модифікації оптичних параметрів кристалів  $Ag_3AsS_3$  для перспективного застосування в оптоелектроніці та нелінійній оптиці.

**Ключові слова:** кристал  $Ag_3AsS_3$ , легування Ho, електронна структура, теорія функціоналу густини (DFT), оптичне поглинання, ширина забороненої зони, модель Варині.

### **Maxym KYRYCHENKO**

Postgraduate Student at the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

### **Galyna MYRONCHUK**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9088-3825>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36245422900

### **Michał PIASECKI**

Doktor Habilitatus, Professor of Institute of Physics, Jan Długosz University in Częstochowa, 13/15 Armii Krajowej al., Częstochowa, Poland, PL-42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1040-8811>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 7004429911

### **Oleh MARCHUK**

Doctor of Chemical Sciences, Professor, Professor at the Department of Inorganic and Physical Chemistry, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

Marchuk.Oleg@vnu.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5618-7156>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57191781842

### **Myron RUDYSH**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Ivan Franko National University of Lviv, 8 Kyrylo and Mefodii str., Lviv, Ukraine, 79000

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5431-5652>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 55858314300

**To cite this article:** Kyrychenko, M., Myronchuk, G., Piasecki, M., Marchuk, O., Rudysh M. (2025). Optychni vlastyvyosti krystalu  $Ag_3AsS_3$  z domishkamy Ho [Optical properties of  $Ag_3AsS_3$  crystal doped with Ho]. *Physics and Educational Technology*, 2, 60–68, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-9>

## **OPTICAL PROPERTIES OF $Ag_3AsS_3$ CRYSTAL DOPED WITH Ho**

This paper presents a comprehensive study of the effect of rare-earth holmium (Ho) doping on the electronic structure, crystal lattice, and optical properties of the semiconductor proustite crystal ( $Ag_3AsS_3$ ). The investigated samples with impurity concentrations of 0.3, 0.6, and 0.9 wt% were synthesized by melting high-purity components followed by homogenizing annealing. X-ray diffraction analysis confirmed the single-phase nature of the obtained materials and the correspondence of their structure to the  $R3c$  space group symmetry.

*Theoretical calculations of the electronic energy structure were performed within the framework of Density Functional Theory (DFT) using the CASTEP code. The Generalized Gradient Approximation (GGA) with Perdew-Burke-Ernzerhof (PBE) parameterization and Vanderbilt ultrasoft pseudopotentials were applied to describe the exchange-correlation interaction. Geometric optimization of the crystal lattice was carried out using the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) algorithm. Supercell calculations revealed that the incorporation of Ho atoms, substituting Ag sites, leads to the appearance of narrow bands of localized f-electrons near the top of the valence band formed by sulfur p-states. It was established that doping does not alter the indirect nature of the  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  matrix band gap.*

*The spectral distribution of the absorption coefficient was experimentally investigated in the temperature range of 100–300 K. The optical band gap ( $E_g$ ) was determined using the Tauc method for indirect transitions. It was found that increasing the Ho concentration from 0.3 to 0.9 wt% results in a monotonic decrease of  $E_g$  at room temperature from 2.09 eV to 2.06 eV. This narrowing is attributed to local lattice distortions arising from the difference in ionic radii between  $\text{Ag}^+$  and  $\text{Ho}^{3+}$ . The temperature dependence of the absorption edge was analyzed within the Varshni model. The parameter related to the Debye temperature remained stable for all concentrations ( $\sim 180$  K), indicating the preservation of the vibrational properties of the host lattice. The obtained results demonstrate that holmium doping is an effective tool for the controlled modification of the optical parameters of  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals for prospective applications in optoelectronics and nonlinear optics.*

**Key words:**  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystal, Ho doping, electronic structure, Density Functional Theory (DFT), optical absorption, band gap, Varshni model.

**Вступ.** Серед потрійних халькогенідних сполук кристали  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  (прустит) є перспективними об'єктами для досліджень у галузі оптоелектроніки. Вони привертають значну увагу завдяки поєднанню унікальних фізичних властивостей та потенціалу практичного застосування в лазерній техніці (Zalamai, 2022; Lin, 2020; Liang, 2017; Wu, 2018). Прустит кристалізується в нецентросиметричній просторовій групі  $C_{3v}^6$  з параметрами ґратки  $a = b = 10.813 \text{ \AA}$ ,  $c = 8.691 \text{ \AA}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ ,  $V = 880.199 \text{ \AA}^3$  (Gagor, 2009). Відсутність центру інверсії зумовлює високу ефективність нелінійно-оптичних ефектів другого порядку, що відкриває широкі можливості для генерації лазерного випромінювання.

Згідно з даними (Liang, 2017; Wu, 2018; Abudurusuli, 2021),  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  характеризується високими нелінійно-оптичними коефіцієнтами ( $d_{31} = 10,4 \text{ пм/В}$ ), що приблизно в 1,1 раза перевищує показники комерційного кристала  $\text{AgGaS}_2$ . Крім того, матеріал має високий показник заломлення ( $n \sim 3,0$ ) та широке вікно прозорості в діапазоні 0,6–13 мкм. Коефіцієнт двофотонного поглинання становить  $\beta = 3\text{--}20 \text{ cm/GW @}3/1\text{eV}$  (Weber, 2003).

Попередні дослідження показали, що  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  є напівпровідником із дірковим типом провідності та високим питомим опором (Abudurusuli, 2021; Weber, 2003; Nikogosyan, 2005; Rudysh, 2023). Розрахунки зонної структури в межах теорії функціоналу густини (DFT) свідчать, що цей кристал має непряму заборонену зону шириною  $E_g = 1,22 \text{ eV}$  (Rudysh, 2023). Верхня частина валентної зони сформована переважно 3p-станами S, а дно зони

провідності – 5s-станами срібла і 3p-станами сірки.

Актуальним завданням матеріалознавства є модифікація фізичних властивостей пруститу для покращення його функціональних характеристик. Ефективним підходом для досягнення цієї мети є легування, яке дозволяє керувати електронною структурою та оптичними параметрами матеріалу (Chen, 2021). Метою цієї роботи є встановлення закономірностей трансформації електронної структури та оптичних властивостей кристала  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  при легуванні іонами рідкісноземельного елемента гольмію (Ho). Для реалізації мети виконано першопринципні розрахунки електронного спектра та проведено експериментальні дослідження температурної залежності краю оптичного поглинання в діапазоні 100–300 K.

**Методика обрахунків.** Розрахунки електронної структури кристалів виконували самоузгоджено в межах теорії функціоналу густини (DFT) з використанням програмного пакету CASTEP (Clark, 2005). Електронну підсистему описували за допомогою розкладу хвильових функцій за базисом плоских хвиль (Sanchez-Portal, 1995). Повну енергію системи знаходили шляхом розв'язання рівнянь Кона-Шема (Kohn, 1965). Критерієм самоузгодження була різниця повної енергії на послідовних ітераціях, що не перевищувала  $24 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$ .

Взаємодію валентних електронів з іонним остовом описували за допомогою ультрам'якого псевдопотенціалу Вандербільта (USPP) (Vanderbilt, 1990), який дозволяє суттєво зменшити енергію відсікання плоских хвиль без втрати точності (Rudysh, 2022; Rudysh, 2021;

Пшук 2020). Для атомів матриці обрано такі конфігурації валентних електронів: Ag  $4d^{10} 5s^1$ ; As  $4s^2 4p^3$ ; S  $3s^2 3p^4$ . Для домішкового атома Ho використано конфігурацію  $4f^{11} 5s^2 5p^6 6s^2$ . Енергію відсікання плоских хвиль (cutoff energy) обрано рівною 600 еВ на основі тесту збіжності повної енергії.

Обмінно-кореляційну взаємодію враховували в узагальненому градієнтному наближенні (GGA) з функціоналом Пердю-Бурке-Ернзергофа (PBE) (Perdew, 1981). Інтегрування зони Бріллюена проводили по  $k$ -сітці в  $4 \times 4 \times 4$  вибраною за схемою Монхорста-Пака (Monkhorst, 1976). Моделювання легованих кристалів здійснювали методом суперкомірки ( $1 \times 1 \times 1$ ). Геометричну оптимізацію структури проводили за алгоритмом Бройдена-Флетчера-Голдфарба-Шенно (BFGS) (Pfrommer, 1997) до досягнення таких критеріїв збіжності: максимальна сила на атом – 0,02 еВ/Å, зміна повної енергії –  $5 \cdot 10^{-6}$  еВ/атом, максимальний тиск – 0,02 ГПа, максимальне зміщення іонів –  $5,0 \cdot 10^{-4}$  Å.

Ширину забороненої зони синтезованих кристалів  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  : Ho (0,3; 0,6; 0,9 мас%) оцінювали експериментально методом Таука на основі аналізу краю фундаментального поглинання (Таус, 1974). Аналіз температурної залежності ширини забороненої зони проводили за допомогою моделі Варшні:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta},$$

де  $E_g(T)$  – ширина забороненої зони при температурі  $T$ ;  $E_g(0)$  – ширина забороненої зони при абсолютному нулі;  $\alpha$  – коефіцієнт, що описує інтенсивність електрон-фононної взаємодії;  $\beta$  – константа, яка має порядок температури Дебая для даного матеріалу.

### Результати і обговорення

**Кристалічна структура та рентгенофазовий аналіз.** Кристали  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  належать до тригональної сингонії, просторова група симетрії  $C_{3v} - R3c$  (№ 161). Кристалічна ґратка містить у своїй структурі три типи атомів Ag, As та S, з  $Z = 6$  формульними одиницями. На ґратку кристала припадає 42 іона. На підставі хімічної валентності та іонно-радіусного співвідношення, встановлено, що іонне легування кристала  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  рідкісноземельним елементом (Ho) реалізується шляхом заміщення. Оскільки легуючі іони  $\text{Ho}^{3+}$  мають значно

менший іонний радіус (89,4 пм) порівняно з іоном срібла ( $\text{Ag}^+ \sim 126$  пм) і вищу валентність, вони статистично займають вузли Ag у кристалічній ґратці. Цей механізм спричиняє локальну деформацію ґратки, що є ключовим фактором впливу на зонну структуру та оптичні властивості (Fedorchuk, 2013).

Для експериментального підтвердження утворення твердих розчинів було синтезовано серію зразків  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  із вмістом Ho 0,3, 0,6 та 0,9 мас.%. Синтез проводили з елементарних компонентів (Ag, Ho, S) високої чистоти (99,99 %) та попередньо синтезованого лігатури  $\text{As}_2\text{S}_3$  у вакуумованих кварцових ампулах (залишковий тиск  $10^{-2}$  Па). Процес включав нагрівання до 600°C та тривалий гомогенізуючий відпал при 200 °C протягом 500 годин із подальшим гартуванням у воду.

На рис. 1 представлено експериментальні дифрактограми синтезованих зразків у порівнянні з теоретично розрахованою дифрактограмою чистого  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ . Результати рентгенофазового аналізу підтверджують однофазність отриманих матеріалів та збереження структурного типу пруститу при легуванні в межах досліджуваних концентрацій.

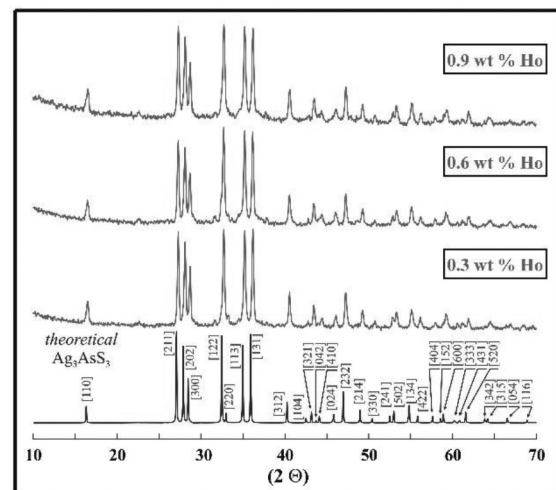


Рис. 1. Теоретична (для  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ) та експериментальні порошкограми пруститу, легованого Гольмієм

**Оптимізація геометрії та електронна структура.** Для розрахунку зонно-енергетичної структури досліджуваного кристала необхідним етапом дослідження є геометрична оптимізація кристалічної структури. Вона проводиться для отримання релаксованої структури в основному стані за вибраних параметрів обрахунку та

методу. В роботі для цього використано BFGS метод (Pfrommer, 1997), що включав оптимізацію параметрів ґратки кристала та координат атомів. Оптимізована кристалічна структура  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  перебуває у доброму узгодженні з експериментальними даними роботи (Gagor, 2009). Для GGA функціоналу використаному у роботі спостерігається типове незначне відхилення параметрів ґратки, що знаходиться в межах 0.3–8 %. Об'єм елементарної комірки кристала є на  $72 \text{ \AA}^3$  більшими за значення отримане в роботі (Gagor, 2009), що становить  $\sim 8 \%$  від експериментального значення. Для оцінки ступеня відхилення оптимізованої кристалічної структури від експериментальної використано формулу параметр  $d_r$ :

$$d_r = \frac{V_c^{(opt)1/3} - V_c^{(exp)1/3}}{V_c^{(exp)1/3}}, \quad (1)$$

де  $V_c^{(opt)}$  та  $V_c^{(exp)}$  є оптимізований та експериментальний об'єм комірки кристала. Отримане для кристала відхилення становить  $d_r = 0,026$ . Мале значення відхилення вказує на незначну відмінність теоретичної та експериментальної структури.

Оптимізовані параметри ґратки та координати атомів використовувались для моделювання кристала з домішками іонів Ho. Для цього створювалась суперкомірка  $1 \times 1 \times 1$ , та проводилась заміна атома срібла на атом домішки. Відповідна структура повторно оптимізовувалась за фіксованих параметрів ґратки і позицій

атомів матриці. За відповідного моделювання отримувалась домішка кристала з концентрацією 2,3 ат. %. Розрахована зонно-енергетична структура кристала  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  з домішкою Ho зображена на рис. 2, а, тоді як парціальна густина електронних станів  $N(E)$  кристала приведена на рис. 2, б.

Електронні стани матриці залишаються практично без змін, порівняно з чистим кристалом. Вплив домішкування гольмієм на загальну структуру електронних рівнів матеріалу виражається в появі рівнів  $f$ -електронів, що разом зі станами сірки формують вершину валентної зони кристала. Ці стани формують одну вузьку смугу локалізованих станів (рис. 2, а та б). У зону провідності головний внесок дають  $d$ -стани за енергій більше за 3 еВ.

Аналіз показує, що введення домішки Ho не змінює непрямий тип забороненої зони: дно зони провідності локалізоване в точці  $M$ , а вершина валентної зони – в точці  $\Gamma$  зони Бріллюена. Основний вплив легування полягає у появі вузької смуги локалізованих  $f$ -станів Ho у забороненій зоні поблизу вершини валентної зони, яка перекривається з  $p$ -станами сірки. У зоні провідності (при енергіях  $> 3$  еВ) домінують  $d$ -стани гольмію. Електронні стани матриці при цьому зазнають лише незначних збурень.

**Оптичні властивості.** На рис. 3 наведено спектральні залежності коефіцієнта поглинання для кристалів із різною концентрацією Ho. Оскільки  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  є непрямозонним

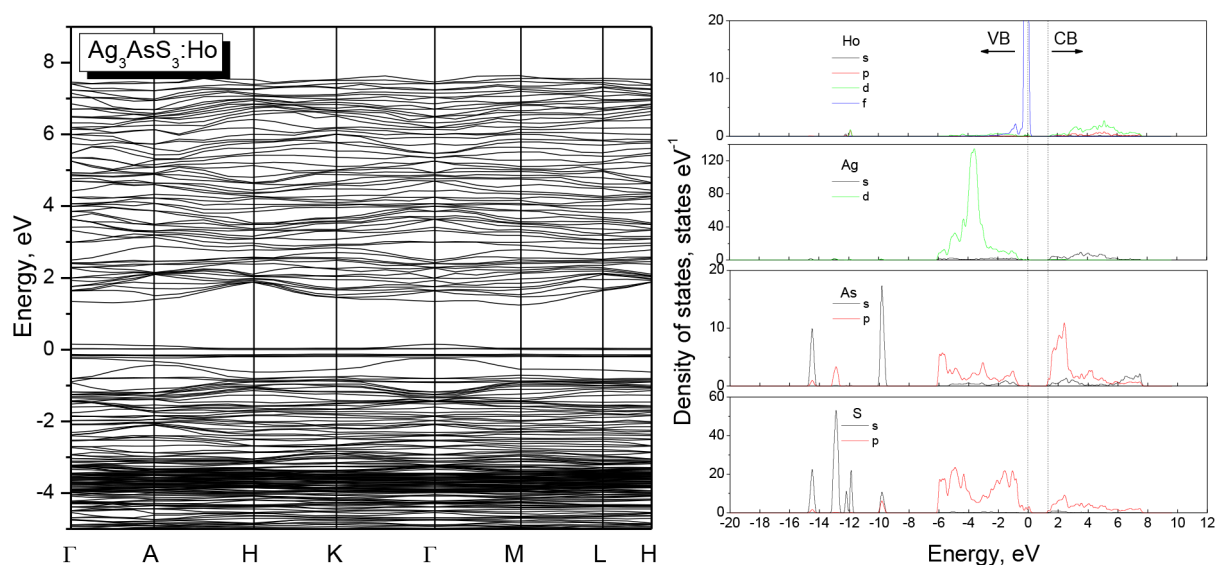


Рис. 2. Зонна структура (а) та парціальна густина станів (б) кристала  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  з домішкою Ho розраховані з використанням GGA функціонала

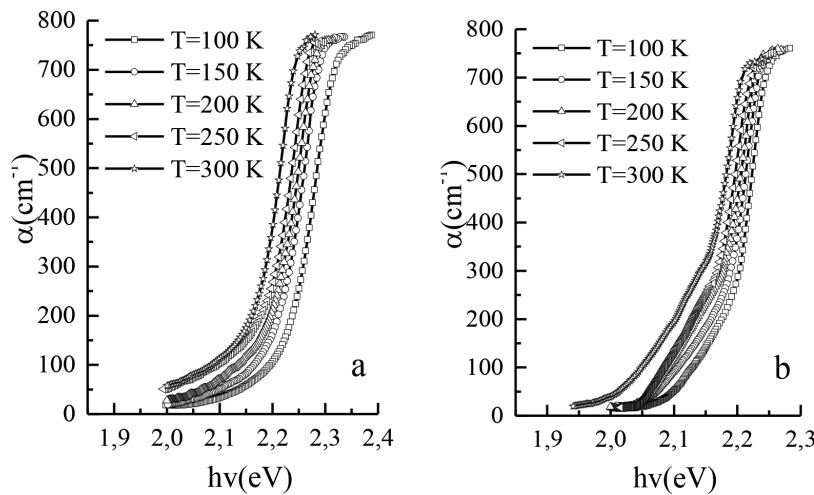


Рис. 3. Спектральний розподіл коефіцієнта поглинання кристалів  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  з домішкою Ho: а) 0.3 wt% Ho, б) 0.9 wt% Ho

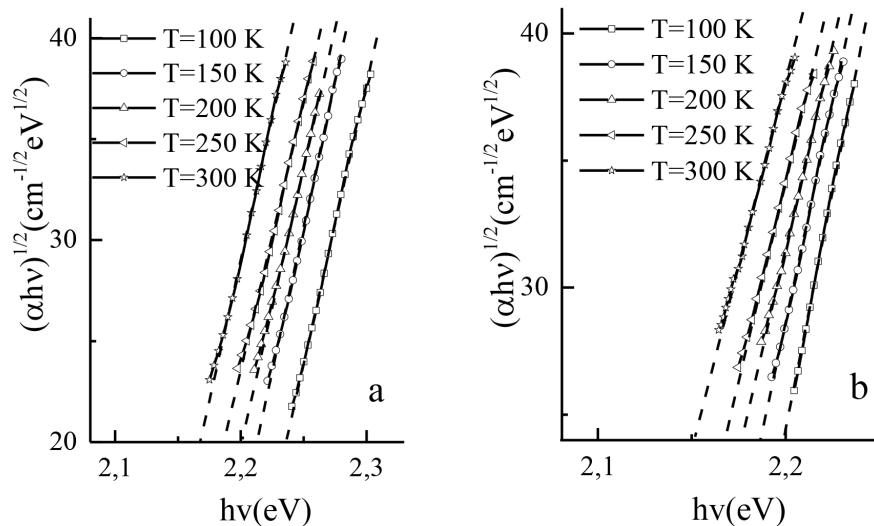


Рис. 4. Спектральний розподіл коефіцієнта фундаментального поглинання кристалів  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  за різних температур в координатах  $(\alpha h\nu)^{1/2} - h\nu$ : а) 0.3 wt% Ho, б) 0.9 wt% Ho

напівпровідником (Rudysh, 2023; Smitiukh, 2022), ширину забороненої зони ( $E_g$ ) визначали методом Таука (Таус, 1974) шляхом екстраполяції лінійної ділянки залежності  $(\alpha h\nu)^{1/2}$  від енергії фотона ( $h\nu$ ) на нульове поглинання (рис. 4).

Результати оцінки ширини забороненої зони представлено в таблиці 1.

Результати (рис. 4, таблиця 1) демонструють дві основні закономірності:

1. Концентраційна залежність: зі збільшенням вмісту Ho від 0,3 до 0,9 мас.% ширина

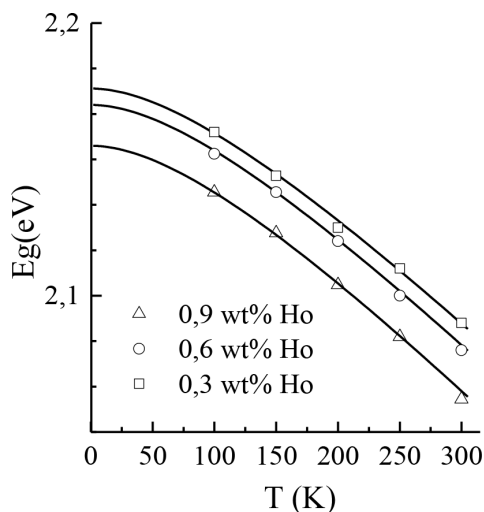
забороненої зони при 300 K зменшується від 2,09 еВ до 2,06 еВ. Це звуження (*red shift*) пов'язане зі зміною параметрів ґратки та виникненням локальних механічних напружень внаслідок різниці іонних радіусів домішки та матриці.

2. Температурна залежність: для всіх зразків спостерігається нелінійне зменшення  $E_g$  з ростом температури (рис. 5), що є типовим для напівпровідників і зумовлено термічним розширенням ґратки та електрон-фононою взаємодією.

Таблиця 1

Зміна ширини забороненої зони ( $E_g$ ) в еВ

| Кристал                                  | $T = 100 \text{ K}$ | $T = 150 \text{ K}$ | $T = 200 \text{ K}$ | $T = 250 \text{ K}$ | $T = 300 \text{ K}$ |
|------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\text{Ag}_3\text{AsS}_3 : 0,3\text{Ho}$ | 2,16                | 2,14                | 2,13                | 2,11                | 2,09                |
| $\text{Ag}_3\text{AsS}_3 : 0,6\text{Ho}$ | 2,15                | 2,13                | 2,12                | 2,1                 | 2,08                |
| $\text{Ag}_3\text{AsS}_3 : 0,9\text{Ho}$ | 2,14                | 2,12                | 2,10                | 2,09                | 2,06                |



**Рис. 5. Температурна зміна ширини забороненої зони для кристалів  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  з домішкою Ho: а) 0.3 wt% Ho, б) 0.9 wt% Ho. Символами представлені експериментальні результати, а лініями найкраще узгодження з рівнянням Вашні**

Ми виконали апроксимацію експериментальних даних за рівнянням Вашні і отримали добре узгодження теоретичних кривих з експериментальними точками (суцільні лінії на рис. 5). Екстрапольована ширина забороненої зони за 0 K,  $E_g(0)$ , відтворює ту саму тенденцію, що й за кімнатної температури: вона зменшується від 2.09 eV (0.3 wt% Ho) до 2.06 eV (0.9 wt% Ho). Параметр  $\alpha$ , який відображає силу електрон-фононої взаємодії та термічне розширення ґратки (Varshni, 1967), демонструє незначну зміну, що вказує на слабку модифікацію електрон-фононного зв'язку рідкісноземельними йонами. Важливо, що параметр  $\beta$ , пов'язаний із температурою Дебая, залишається стабільним для всіх зразків і рівне 180 K. Це свідчить про те, що загальні коливальні властивості ґратки материнського кристала істотно не змінюються за даної концентрації легування.

Отже, встановлено, що легування рідкісноземельними елементами є ефективним інструментом керованого звуження забороненої зони в кристалах  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ , що визначає подальшу модифікацію функціональних характеристик матеріалу.

**Висновки.** У роботі проведено комплексне дослідження впливу легування гольмієм на електронну структуру та оптичні властивості кристалів  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ . На основі отриманих теоретичних та експериментальних результатів зроблено такі висновки: встановлено, що легування Ho не змінює непрямий тип забороненої зони  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ . Основна зміна в електронному спектрі полягає у виникненні вузької смуги локалізованих f-станів гольмію поблизу вершини валентної зони та домінуванні d-станів у зоні провідності; експериментально підтверджено, що збільшення концентрації домішки від 0,3 до 0,9 мас.% призводить до монотонного зменшення ширини забороненої зони від 2,09 eV до 2,06 eV (при 300 K). Цей ефект пояснюється структурними деформаціями ґратки внаслідок заміщення іонів срібла меншими за розміром та вищими за валентністю іонами гольмію; температурна залежність краю поглинання в діапазоні 100–300 K добре описується моделлю Варшні. Сталість параметра, пов'язаного з температурою Дебая (~180 K), свідчить про збереження коливальних властивостей ґратки при легуванні.

Отримані результати вказують на перспективність використання легування рідкісноземельними елементами для тонкого налаштування оптичних параметрів халькогенідних напівпровідників.

**Подяки.** Частина результатів отримана за підтримки Міністерства освіти і науки України в рамках виконання проекту молодих вчених (номер державної реєстрації 0123U100599).

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Zalamai V. V., Tiron A. V., Stamov I. G., Beril S. I. Wavelength modulation optical spectra of  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals in the energy gap. *Optical Materials*. 2022. Vol. 129. Art. 112560. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2022.112560>
2. Lin H., et al. Rational design of infrared nonlinear optical chalcogenides by chemical substitution. *Coordination Chemistry Reviews*. 2020. Vol. 406. Art. 213150. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ccr.2019.213150>
3. Liang F., et al. Mid-infrared nonlinear optical materials based on metal chalcogenides: Structure–property relationship. *Crystal Growth & Design*. 2017. Vol. 17. P. 2254–2289. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.7b00214>
4. Wu K., Pan S. A review on structure-performance relationship toward the optimal design of infrared nonlinear optical materials with balanced performances. *Coordination Chemistry Reviews*. 2018. Vol. 377. P. 191–208. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ccr.2018.09.002>

5. Gagar A., Pawłowski A., Pietraszko A. Silver transfer in proustite  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  at high temperatures: Conductivity and single-crystal X-ray studies. *Journal of Solid State Chemistry*. 2009. Vol. 182. P. 451–456. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jssc.2008.11.005>
6. Abudurusuli A., Li J., Pan S. A review on the recently developed promising infrared nonlinear optical materials. *Dalton Transactions*. 2021. Vol. 50. P. 3155–3160. DOI: <https://doi.org/10.1039/D1DT00054C>
7. Weber M. J. Handbook of optical materials. Boca Raton: CRC Press, 2003. 536 p.
8. Nikogosyan D. N. Nonlinear optical crystals: A complete survey. New York : Springer, 2005. 439 p.
9. Rudysh M. Y., et al. Band structure calculation and optical properties of  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals. *Physics and Chemistry of Solid State*. 2023. Vol. 24, No. 1. P. 17–22. DOI: <https://doi.org/10.15330/pcss.24.1.17-22>
10. Chen J.-A., et al. Synthesis, luminescent properties and ab initio study of yellow-emitting  $\text{Sr}_8\text{MgGa}(\text{PO}_4)_7\text{:Eu}^{2+}$  phosphors for white light-emitting diodes. *Journal of Luminescence*. 2021. Vol. 235. Art. 117982. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2021.117982>
11. Clark S. J., et al. First principles methods using CASTEP. *Zeitschrift für Kristallographie – Crystalline Materials*. 2005. Vol. 220. P. 567–570. DOI: <https://doi.org/10.1524/zkri.220.5.567.65075>
12. Sanchez-Portal D., Artacho E., Soler J. M. Projection of plane-wave calculations into atomic orbitals. *Solid State Communications*. 1995. Vol. 95. P. 685–690. DOI: [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(95\)00341-X](https://doi.org/10.1016/0038-1098(95)00341-X)
13. Kohn W., Sham L. J. Self-consistent equations including exchange and correlation effects. *Physical Review*. 1965. Vol. 140. P. A1133–A1138. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.140.A1133>
14. Vanderbilt D. Soft self-consistent pseudopotentials in a generalized eigenvalue formalism. *Physical Review B*. 1990. Vol. 41. P. 7892–7895. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.41.7892>
15. Rudysh M. Ya. Electronic structure, optical and elastic properties of  $\text{AgAlS}_2$  crystal under hydrostatic pressure. *Materials Science in Semiconductor Processing*. 2022. Vol. 148. Art. 106814. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mssp.2022.106814>
16. Rudysh M. Ya., et al. Impact of anionic system modification on the desired properties for  $\text{CuGa}(\text{S}_{1-x}\text{Se}_x)_2$  solid solutions. *Computational Materials Science*. 2021. Vol. 196. Art. 110553. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2021.110553>
17. Ilchuk H. A., et al. Elastic properties of  $\text{CdTe}_{1-x}\text{Se}_x$  ( $x = 1/16$ ) solid solution: First principles study. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics*. 2020. Vol. 23. P. 355–360. DOI: <https://doi.org/10.15407/spqeo23.04.355>
18. Perdew J. P., Zunger A. Self-interaction correction to density-functional approximations for many-electron systems. *Physical Review B*. 1981. Vol. 23. P. 5048–5079. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.23.5048>
19. Monkhorst H. J., Pack J. D. Special points for Brillouin-zone integrations. *Physical Review B*. 1976. Vol. 13. P. 5188–5192. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.13.5188>
20. Pfrommer B. G., et al. Relaxation of crystals with the quasi-Newton method. *Journal of Computational Physics*. 1997. Vol. 131. P. 233–240. DOI: <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.5612>
21. Tauc J. Amorphous and liquid semiconductors. New York : Plenum Press, 1974. 441 p.
22. Fedorchuk A. O., Parasyuk O. V., Kityk I. V. Second anion coordination for wurtzite and sphalerite chalcogenide derivatives as a tool for the description of anion sub-lattice. *Materials Chemistry and Physics*. 2013. Vol. 139. P. 92–99. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2012.12.058>
23. Smitiukh O. V., et al. Effect of rare-earth doping on the structural and optical properties of the  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals. *Optical and Quantum Electronics*. 2022. Vol. 54. Art. 224. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11082-022-03542-w>
24. Varshni Y. P. Temperature dependence of the energy gap in semiconductors. *Physica Status Solidi (b)*. 1967. Vol. 19, No. 1. P. 459–473. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-8914\(67\)90062-6](https://doi.org/10.1016/0031-8914(67)90062-6)

## REFERENCES:

1. Zalamai, V. V., Tiron, A. V., Stamov, I. G., & Beril, S. I. (2022). Wavelength modulation optical spectra of  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals in the energy gap. *Optical Materials*, 129, 112560. <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2022.112560>
2. Lin, H., Wei, W.-B., Chen, H., Wu, X.-T., & Zhu, Q.-L. (2020). Rational design of infrared nonlinear optical chalcogenides by chemical substitution. *Coordination Chemistry Reviews*, 406, 213150. <https://doi.org/10.1016/j.ccr.2019.213150>
3. Liang, F., Kang, L., Lin, Z., & Wu, Y. (2017). Mid-infrared nonlinear optical materials based on metal chalcogenides: Structure–property relationship. *Crystal Growth & Design*, 17(5), 2254–2289. <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.7b00214>
4. Wu, K., & Pan, S. (2018). A review on structure-performance relationship toward the optimal design of infrared nonlinear optical materials with balanced performances. *Coordination Chemistry Reviews*, 377, 191–208. <https://doi.org/10.1016/j.ccr.2018.09.002>

5. Gabor, A., Pawłowski, A., & Pietraszko, A. (2009). Silver transfer in proustite  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  at high temperatures: Conductivity and single-crystal X-ray studies. *Journal of Solid State Chemistry*, 182(3), 451–456. <https://doi.org/10.1016/j.jssc.2008.11.005>
6. Abudurusuli, A., Li, J., & Pan, S. (2021). A review on the recently developed promising infrared nonlinear optical materials. *Dalton Transactions*, 50, 3155–3160. <https://doi.org/10.1039/D1DT00054C>
7. Weber, M. J. (2003). *Handbook of optical materials*. CRC Press.
8. Nikogosyan, D. N. (2005). *Nonlinear optical crystals: A complete survey*. Springer.
9. Rudysh, M. Y., Smitiukh, O. V., Myronchuk, G. L., Ponedelnyk, S. M., & Marchuk, O. V. (2023). Band structure calculation and optical properties of  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals. *Physics and Chemistry of Solid State*, 24(1), 17–22. <https://doi.org/10.15330/pcss.24.1.17-22>
10. Chen, J.-A., Piasecki, M., Yang, C.-C., Rudysh, M., & Liu, W.-R. (2021). Synthesis, luminescent properties and ab initio study of yellow-emitting  $\text{Sr}_8\text{MgGa}(\text{PO}_4)_7\text{:Eu}^{2+}$  phosphors for white light-emitting diodes. *Journal of Luminescence*, 235, 117982. <https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2021.117982>
11. Clark, S. J., Segall, M. D., Pickard, C. J., Hasnip, P. J., Probert, M. I. J., Refson, K., & Payne, M. C. (2005). First principles methods using CASTEP. *Zeitschrift für Kristallographie – Crystalline Materials*, 220(5–6), 567–570. <https://doi.org/10.1524/zkri.220.5.567.65075>
12. Sanchez-Portal, D., Artacho, E., & Soler, J. M. (1995). Projection of plane-wave calculations into atomic orbitals. *Solid State Communications*, 95(10), 685–690. [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(95\)00341-X](https://doi.org/10.1016/0038-1098(95)00341-X)
13. Kohn, W., & Sham, L. J. (1965). Self-consistent equations including exchange and correlation effects. *Physical Review*, 140(4A), A1133–A1138. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.140.A1133>
14. Vanderbilt, D. (1990). Soft self-consistent pseudopotentials in a generalized eigenvalue formalism. *Physical Review B*, 41(11), 7892–7895. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.41.7892>
15. Rudysh, M. Y. (2022). Electronic structure, optical and elastic properties of  $\text{AgAlS}_2$  crystal under hydrostatic pressure. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 148, 106814. <https://doi.org/10.1016/j.mssp.2022.106814>
16. Rudysh, M. Y., Shchepanskyi, P. A., Fedorchuk, A. O., Brik, M. G., Stadnyk, V. Y., Myronchuk, G. L., Kotomin, E. A., & Piasecki, M. (2021). Impact of anionic system modification on the desired properties for  $\text{CuGa}(\text{S}_{1-x}\text{Se}_x)_2$  solid solutions. *Computational Materials Science*, 196, 110553. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2021.110553>
17. Ilchuk, H. A., Korbutyak, D. V., Kashuba, A. I., Andriyevsky, B., Kupchak, I. M., Petrus, R. Y., & Semkiv, I. V. (2020). Elastic properties of  $\text{CdTe}_{1-x}\text{Se}_x$  ( $x = 1/16$ ) solid solution: First principles study. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics*, 23(4), 355–360. <https://doi.org/10.15407/spqeo23.04.355>
18. Perdew, J. P., & Zunger, A. (1981). Self-interaction correction to density-functional approximations for many-electron systems. *Physical Review B*, 23(10), 5048–5079. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.23.5048>
19. Monkhorst, H. J., & Pack, J. D. (1976). Special points for Brillouin-zone integrations. *Physical Review B*, 13(12), 5188–5192. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.13.5188>
20. Pfrommer, B. G., Côté, M., Louie, S. G., & Cohen, M. L. (1997). Relaxation of crystals with the quasi-Newton method. *Journal of Computational Physics*, 131(1), 233–240. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.5612>
21. Tauc, J. (1974). *Amorphous and liquid semiconductors*. Plenum Press.
22. Fedorchuk, A. O., Parasyuk, O. V., & Kityk, I. V. (2013). Second anion coordination for wurtzite and sphalerite chalcogenide derivatives as a tool for the description of anion sub-lattice. *Materials Chemistry and Physics*, 139(1), 92–99. <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2012.12.058>
23. Smitiukh, O. V., Marchuk, O. V., Kogut, Y. M., Yukhymchuk, V. O., Mazur, N. V., Myronchuk, G. L., Ponedelnyk, S. M., Cherniushok, O. I., Parashchuk, T. O., Khyzhun, O. Y., Wojciechowski, K. T., & Fedorchuk, A. O. (2022). Effect of rare-earth doping on the structural and optical properties of the  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  crystals. *Optical and Quantum Electronics*, 54, 224. <https://doi.org/10.1007/s11082-022-03542-w>
24. Varshni, Y. P. (1967). Temperature dependence of the energy gap in semiconductors. *Physica Status Solidi (b)*, 19(1), 459–473. [https://doi.org/10.1016/0031-8914\(67\)90062-6](https://doi.org/10.1016/0031-8914(67)90062-6)

Дата надходження статті: 17.09.2025

Дата прийняття статті: 02.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК [53:378]:621.318.1

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10>**Ігор ЛІНЧЕВСЬКИЙ**

доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри загальної фізики, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
просп. Берестейський 37, м. Київ, Україна, 03056

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-2896-9580>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 39761999800

**Марина ЧУРСАНОВА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Берестейський 37, м. Київ, Україна, 03056

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6977-7473>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35179113800

**Бібліографічний опис статті:** Лінчевський, І., Чурсанова, М. (2025). Визначення енергії магнітного поля тороїдальної котушки з феромагнітним осердям. *Фізика та освітні технології*, 2, 69–77, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10>

## ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТОРОЇДАЛЬНОЇ КОТУШКИ З ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ

У статті продемонстрована методика врахування нелінійної залежності відносної магнітної проникності феромагнетика від напруженості магнітного поля при визначенні енергії поля та індуктивності котушки на тороїдальному осерді. На відміну від спрощеної фізичної моделі котушки, де автори використовують усереднене значення відносної магнітної проникності  $\langle \mu \rangle$ , показано, що результат розрахунку визначається функцією  $\frac{\mu(H)}{H}$ , і є більш коректним ніж за середнім значенням відносної магнітної проникності. У прикладах для розрахунку параметрів котушки використані довідникові залежності індукції магнітного поля від його напруженості для феромагнітного матеріалу ARMCO.

Розбіжності в отриманих результатах для енергії поля та індуктивності котушки за нашою методикою та за класичним методом з використанням середнього значення відносної магнітної проникності суттєво залежать від меж між максимальним та мінімальними значеннями напруженості магнітного поля в осерді. Отримано, що розбіжності у визначенні енергії магнітного поля в осерді котушки за запропонованою методикою та в порівнянні з результатами за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною можуть сягати 30 %. При цьому, знак таких розбіжностей теж залежить від сили струму, або від меж зміни напруженості магнітного поля в площі поперечного перерізу осердя. Розбіжності як в значеннях енергії поля, так і індуктивності котушки зростають до 34 % при збільшенні співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя, в порівнянні з результатами де магнітна проникність вважається незмінною.

Використання програмного забезпечення при визначенні площі фігур під графіками функцій допомагає спростити окремі розрахунки та підвищити точність отриманих результатів. Визначено напрямок використання методики визначення енергії та індуктивності котушки в розрахунково-графічній роботі, для якої студент зможе використовувати криву намагнічування, отриману під час виконання лабораторної роботи.

**Ключові слова:** крива намагнічування, енергія магнітного поля, індуктивність, феромагнетик, індукція магнітного поля, тороїдальне осердя.

### **Igor LINCHEVSKIY**

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of General Physics, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37 Beresteyskyi ave., Kyiv, Ukraine, 03056*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-2896-9580>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 39761999800

### **Maryna CHURSANOVA**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of General Physics and Modelling of Physical Processes, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37 Beresteyskyi ave., Kyiv, Ukraine, 03056*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6977-7473>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35179113800

**To cite this article:** Linchevskiy, I., Chursanova, M. (2025). Vyznachennia enerhii mahnitnoho polia toroidalnoi kotushky z ferromahnitnym oserdiam [Determination of the magnetic field energy of a toroidal coil with a ferromagnetic core]. *Physics and Educational Technology*, 2, 69–77, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-10>

## **DETERMINATION OF THE MAGNETIC FIELD ENERGY OF A TOROIDAL COIL WITH A FERROMAGNETIC CORE**

*The article demonstrates a method for taking into account the nonlinear dependence of the relative magnetic permeability of a ferromagnet on the magnetic field strength when determining the field energy and inductance of a coil on a toroidal core. Unlike the simplified physical model of the coil, where the authors use the average value of the relative magnetic permeability ( $\mu$ ), it is shown that the calculation result is determined by the function  $\frac{\mu(H)}{H}$ , and is more correct than by the average value of the relative magnetic permeability. In the examples for calculating the coil parameters, reference dependences of the magnetic field induction on its strength for the ARMCO ferromagnetic material are used.*

*The differences in the results obtained for the field energy and inductance of the coil according to our method and according to the classical method using the average value of the relative magnetic permeability significantly depend on the boundaries between the maximum and minimum values of the magnetic field strength in the core. It was found that the differences in the determination of the magnetic field energy in the core of the coil according to the proposed method and in comparison with the results according to the simplified method, where the magnetic permeability is considered unchanged, can reach 30 %. At the same time, the sign of such differences also depends on the current strength, or on the limits of change in the magnetic field strength in the cross-sectional area of the core. The differences in both the field energy values and the coil inductance increase to 34 % with an increase in the ratio of the outer and inner radii of the core, compared with the results where the magnetic permeability is considered unchanged.*

*The use of software when determining the area of figures under function graphs helps to simplify individual calculations and increase the accuracy of the results obtained. The direction of using the method of determining the energy and inductance of a coil in computational and graphical work has been determined, for which the student will be able to use the magnetization curve obtained during laboratory work.*

**Key words:** magnetization curve, magnetic field energy, inductance, ferromagnet, magnetic field induction, toroidal core

**Актуальність проблеми.** При викладанні розділу «Електромагнетизм» з курсу загальної фізики у технічних закладах вищої освіти особливий інтерес представляють задачі на розрахунок магнітних характеристик котушки на тороїдальному осерді, оскільки така конструкція найчастіше використовується в електротехнічних пристроях. Тороїдальна геометрія котушки зумовлює неоднорідність магнітного поля в її осерді. При цьому, автори методичних видань уникають задач, де осердя виконано

з ферромагнітного матеріалу, і пропонують вважати, що умовне осердя є діа- або парамагнітним середовищем, відносна магнітна проникність  $\mu$  якого є незалежною від напруженості магнітного поля (Serway, 2007, р. 847, р.917, р.920; Міліх, 2021, с. 61). В той же час, на практиці в дроселях, котушках індуктивності тощо широко використовуються саме ферромагнітні матеріали, але їх відносна магнітна проникність  $\mu$  є нелінійною функцією напруженості магнітного поля, аналітичний вираз якої невідомий.

Таким чином, актуальність проблеми полягає у розв'язанні практичної задачі визначення енергії магнітного поля та індуктивності тороїдальної котушки з феромагнітним осердям з врахуванням кривої намагнічування матеріалу.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Задача розрахунку магнітних параметрів, таких як магнітний потік, енергія магнітного поля, індуктивність котушки, для неоднорідного магнітного поля у нелінійному магнітному середовищі є досить складною. Наближення  $\mu = \text{const}$  при феромагнітному осерді скоріш є допустимим лише в сильних магнітних полях, де відносна магнітна проникність стає менш залежною від напруженості магнітного поля. Для розгляду параметрів котушки в усьому робочому діапазоні використовують методи математичного моделювання – метод скінченних різниць (Мілих, 2021), метод скінченних елементів (Salas, 2013; Zurek, 2008; Suárez, 2024). Проте, дану задачу можна вирішити та адоптувати до курсу загальної фізики за допомогою використання графоаналітичного методу.

Графоаналітичний метод поєднує візуалізацію фізичних залежностей з розрахунком фізичних величин за допомогою кількісного аналізу побудованих графіків. Даний метод у викладанні фізики розглядався у методичних (Величко, 2002) та наукових публікаціях (Susac, 2017; Stefanel, 2019), більш того, великим інтересом користується суміщення графічного методу з сучасними цифровими інструментами (Рябко, 2020; Ivanjek, 2024), які дозволяють підвищити швидкість та точність розрахунків та сприяють оволодінню студентами навиками сучасних цифрових технологій у фізиці.

**Мета даного дослідження** полягає у розробці методики визначення енергії поля та індуктивності котушки з тороїдальним феромагнітним осердям з врахуванням основної кривої намагнічування матеріалу та неоднорідності магнітного поля. У обчисленнях, де аналітичне отримання виразу неможливе, наша методика включає застосування графоаналітичного методу, реалізованого за допомогою цифрових інструментів. Такими засобами для побудови та обробки графіків можуть бути доступні он-лайн ресурси – GeoGebra, Google Sheets тощо.

Для знаходження відносної магнітної проникності  $\mu$  феромагнітного осердя скористаємося відомими довідниковими залежностями

індукції магнітного поля від його напруженості  $B(H)$ , наприклад (ARMCO, 2022). Слід зазначити, що одночасно з практичною підготовкою з курсу фізики студенти виконують цикл лабораторних робіт, і можуть використати криву намагнічування  $B(H)$ , експериментально одержану під час виконання лабораторної роботи «Вивчення гістерезису феромагнітних матеріалів» (Скіцько, 2024). Це сприятиме розумінню студентами взаємозв'язку між реальними дослідженнями та розрахунковими задачами.

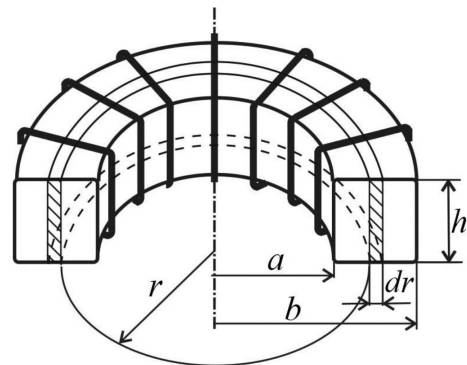
#### Виклад основного матеріалу дослідження.

Відомо, що енергія неоднорідного магнітного поля  $W$  в об'ємі  $V$  може бути виражена через його об'ємну густину  $\omega$

$$W_B = \int_V \omega dV, \quad (1)$$

де  $\omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ ,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м,  $\mu$  – відносна магнітна проникність,  $dV$  – елемент об'єму,  $H$  – напруженість магнітного поля.

Дослідженню підлягає котушка індуктивності, схематично зображена на рис. 1.



**Рис. 1. Конструкція котушки індуктивності з тороїдальним осердям:**  
 $a, b$  – внутрішній та зовнішній радіуси осердя,  
 $h$  – його висота,  $r, dr$  – радіус та товщина  
елементу об'єму у вигляді циліндричного шару

Джерелом магнітного поля є струм  $I$  у витках котушки. Оскільки цей струм за своєю природою є струмом провідності, то спочатку треба знайти напруженість магнітного поля  $H$ . Для цього скористаємося теоремою про циркуляцію вектора  $\vec{H}$  (Serway, 2007):

$$\oint_{L_1} \vec{H} d\vec{l} = \sum I. \quad (2)$$

Замкнений контур  $L_1$  вибираємо у вигляді кола радіуса  $r$ , рис. 1. Тоді рівняння (2) набуває

вигляду:  $H2\pi r = NI$ , де  $N$  – кількість витків. Відповідно, напруженість магнітного поля:

$$H = NI/2\pi r. \quad (3)$$

З врахуванням, що радіус осердя знаходиться в межах  $a \leq r \leq b$ , це означає, що напруженість магнітного поля буде різною в межах поперечного перерізу осердя і залежить від радіусу  $H(a) \geq H(r) \geq H(b)$ , де

$$H(a) = NI/2\pi a; \quad H(b) = NI/2\pi b. \quad (4)$$

Використаємо зв'язок між індукцією  $B$  та напруженістю магнітного поля:  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ . Тут ми стикаємося з труднощами у визначенні магнітної індукції. Для феромагнетиків першоосовою для визначення  $\mu$  є крива намагнічування  $B(H)$ , приклад якої наведено на рис. 2. для заліза ARMCO (ARMCO, 2022). Залізо ARMCO (American Rolling Mill Company) використовується при виготовленні магнітопроводів сучасного електротехнічного обладнання – електромагнітів, трансформаторів, генераторів, електродвигунів, дроселів, реле, стабілізаторів тощо.

Виходячи з кривої намагнічування можна визначити статичну відносну магнітну проникність. Вона пропорційна тангенсу кута нахилу

січної, проведеної з початку координат через відповідну точку на основній кривій намагнічування  $\mu(H) = \frac{B}{\mu_0 H}$ .

Граничне значення магнітної проникності при напруженості магнітного поля, що прямує до нуля ( $H \leq 0,1$  А/м), називають початковою магнітною проникністю  $\mu_{II}$ . Експериментально її визначають у слабких магнітних полях з напруженістю порядку 0,1 А/м.

Крутизну окремих ділянок кривої намагнічування характеризують диференціальною відносною магнітною проникністю, для визначення якої користуються формулою

$$\mu(H) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial H}. \quad (5)$$

Відмітимо, що за наявності сталого магнітного поля підмагнічування ми використовуємо диференціальну відносну магнітну проникність. Результат знаходження залежності диференціальної магнітної проникності  $\mu(H)$  у відповідності до графіку  $B(H)$  за допомогою графоаналітичного методу (через тангенс кута нахилу дотичної до побудованого графіка при різних значеннях  $H$ ) наведено на рис. 3.

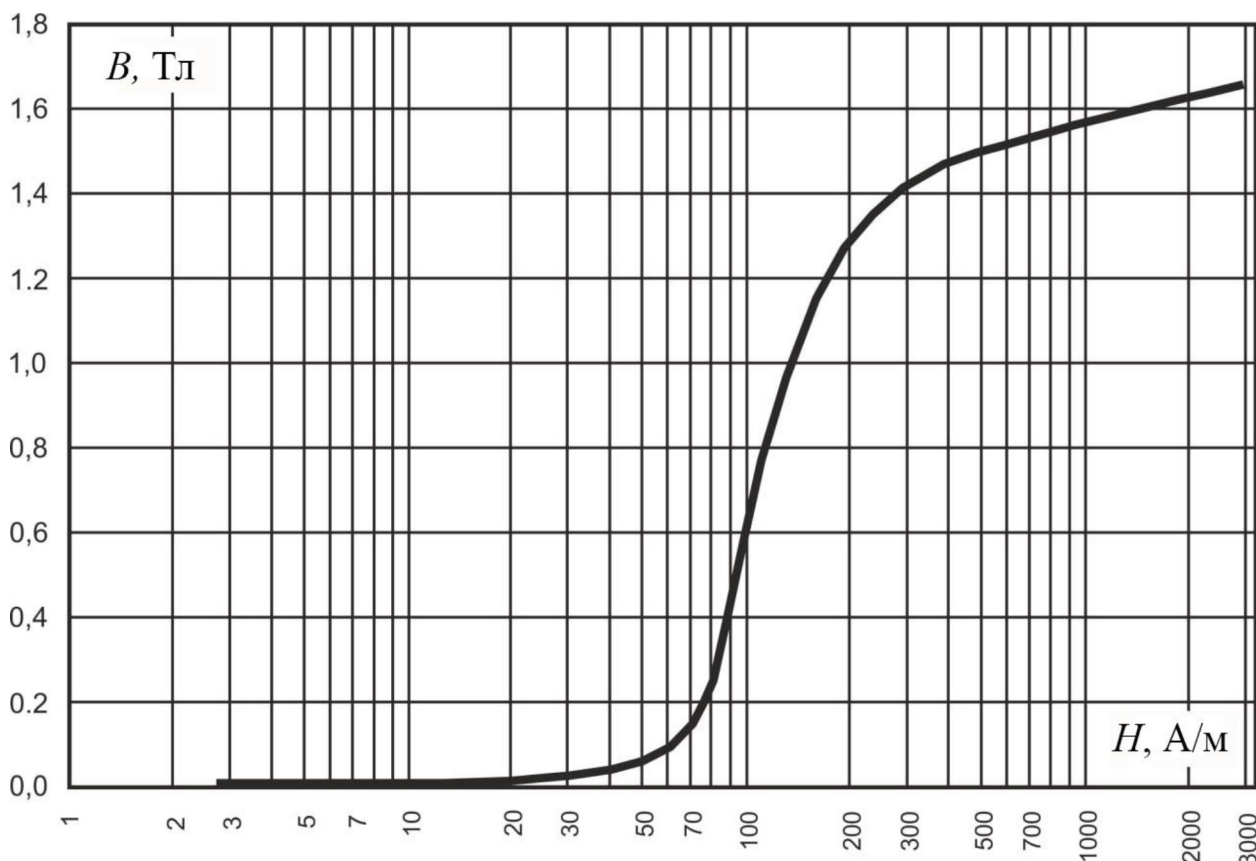


Рис. 2. Основна крива намагнічування технічно чистого заліза ARMCO

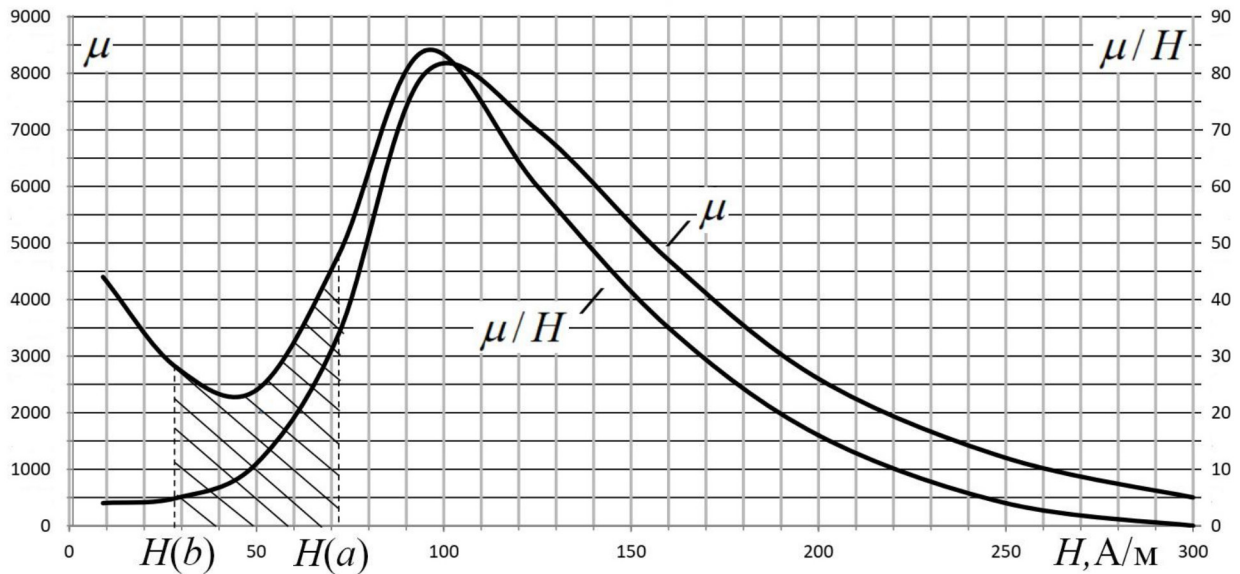


Рис. 3. Залежність відносної диференціальної магнітної проникності  $\mu(H)$  та функції  $\mu(H)/H$  від напруженості поля для заліза ARMCO

Для знаходження повного магнітного потоку, врахуємо, що відповідно (3):  $H = \frac{NI}{2\pi r}$ , звідки  $dr = \frac{-NI}{2\pi H^2} dH$ . Знак мінус пояснюється тим, що зі зростанням радіусу  $r$  напруженість поля спадає. З врахуванням виразу (1) енергія поля в об'ємі осердя може бути визначена як:

$$W_B = \int_{r=a}^b \frac{\mu(H)\mu_0 H^2 h 2\pi r dr}{2} = \frac{\mu_0 h N^2 I^2}{4\pi} \int_{H(b)}^{H(a)} \frac{\mu(H)}{H} dH. \quad (6)$$

Оскільки в нашому розпорядженні відсутній аналітичний вираз  $\mu(H)$ , то скористаємося графоаналітичним методом визначення інтегралу у виразі (6). Для цього спочатку побудуємо графік, де по осі ординат відкладаємо  $\frac{\mu(H)}{H}$ , а по осі абсцис напруженість поля  $H$ . Не забуваємо, що межі змін  $H(r)$  знаходяться в інтервалі  $H(a) \geq H(r) \geq H(b)$ . Подібний графік, побудований відповідно до графіку  $\mu(H)$ , зображено на рис. 3. Для підвищення точності графік бажано виконати на міліметровому папері. З метою обчислення площі криволінійної трапеції під графіком функції  $\mu(H)/H$  у заданих межах можна скористатися цифровими інструментами, наприклад, GeoGebra. Особливість полягає у тому, що залежності  $B(H)$ ,  $\mu(H)$ ,  $\mu(H)/H$  для магнітного поля у феромагнетиках неможливо апроксимувати стандартною поліноміальною

функцією для цифрових обчислень. Тому, ми розбили робочий діапазон на області, в межах яких це можна було зробити, і в підсумку отримали обчислені площі.

**Розрахунковий приклад.** За умовою завдання котушка намотана на тороїдальному осерді, рис. 1, з заліза ARMCO. Основна крива намагнічування задана на рис. 2. Розміри осердя: внутрішній та зовнішній радіуси  $a = 2$  см,  $b = 6$  см, висота  $h = 4$  см. Кількість витків  $N = 30$ . Сила струму підмагнічування  $I = 0,3$  А. Визначимо енергію котушки та індуктивність.

**Розв'язання задачі.** За формулою (4) визначаємо межі зміни напруженості поля підмагнічування, що в наведеному прикладі складають  $H(a) = 72$  А/м;  $H(b) = 28,6$  А/м. Знайдені крайні значення напруженості поля відкладаємо на рис. 3 і будуємо криволінійну трапецію на графіку  $\frac{\mu(H)}{H}$ , яка показана штриховою лінією. Далі за клітинками визначаємо площу цієї трапеції, яка відповідає значенню інтегралу  $\int_{H(b)}^{H(a)} \frac{\mu(H)}{H} dH = 1,09 \cdot 10^3$ . За виразом (6) отримаємо значення енергії  $W_B = 0,35$  мДж. Користуючись зв'язком між енергією та індуктивністю котушки  $W_B = \frac{LI^2}{2}$ , можна визначити індуктивність котушки

$$L = \frac{2W_B}{I^2}. \quad (7)$$

Відповідно до формулі (7) індуктивність  $L = 7,85$  мГн.

Для прикладу, зміна струму підмагнічування до  $I = 0,5$  А призводить до зміни енергії магнітного поля та значення індуктивності  $L = 191$  мГн. За класичним підходом знаходження енергії магнітного поля та індуктивності котушки з тороїдальним осердям, де використовується середнє значення відносної магнітної проникності  $\langle \mu \rangle$ , енергію та індуктивність обчислюємо за формулами:

$$W_B = \int_a^b \frac{\langle \mu \rangle \mu_0 H^2 2\pi r h dr}{2} = \frac{\langle \mu \rangle \mu_0 h N^2 I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a}, \quad (8)$$

$$L = \frac{\langle \mu \rangle \mu_0 h N^2}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, \quad (9)$$

де  $\langle \mu \rangle = \frac{\int_{H(b)}^{H(a)} \mu dH}{H(a) - H(b)}$ . Підрахунки індуктивності за формулами (8) та (9) дають результати 0,44 мДж та 9,9 мГн при струмі 0,3 А, та 4,53 мДж та 36,3 мГн при струмі 0,5 А.

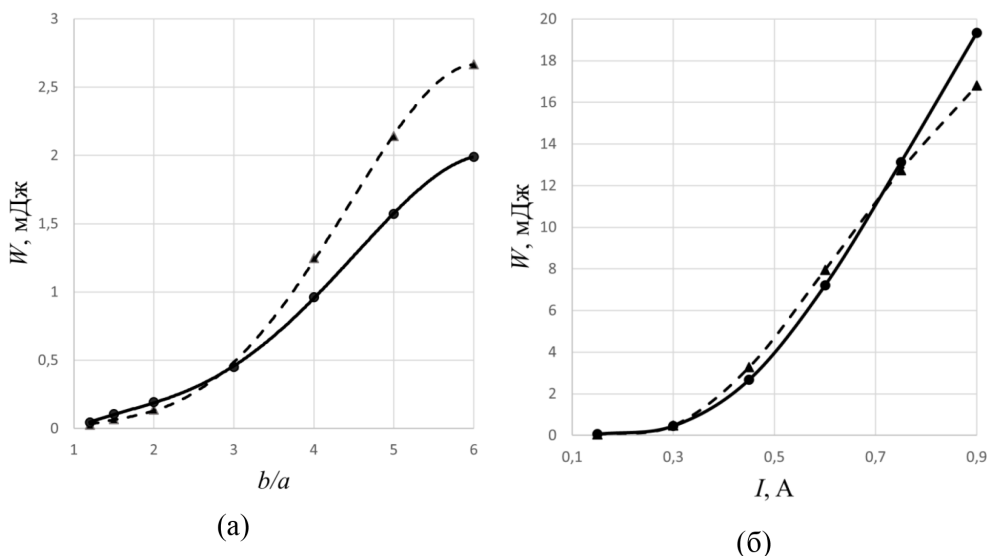
Нижче наведені результати досліджень залежності енергії та індуктивності котушки від сили струму в витках котушки та від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя за нашою методикою (формули (6),(7)). Далі, отримані результати порівняли з результатами отриманими за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною (формули (8), (9)). Отримані результати наведені в таблиці 1 та на рис. (4)–(6).

Таблиця 1

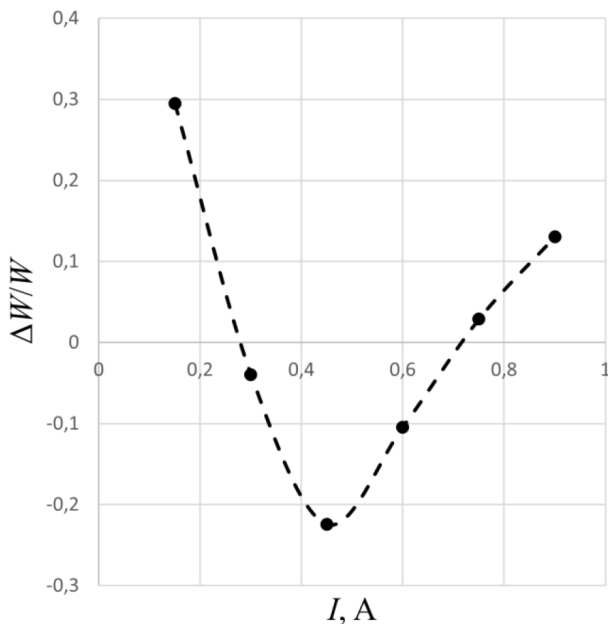
**Енергія магнітного поля та індуктивність котушки, обчислених за формулами (6), (7) та формулами (8), (9) для різних значень співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя  $b/a$**

| $b = 6$ см | $a$ , см | $b/a$ | $H(a)$ , А/м | $H(b)$ , А/м | $\langle \mu \rangle$ | $W_B$ , мДж         |       | $L$ , мГн           |      |
|------------|----------|-------|--------------|--------------|-----------------------|---------------------|-------|---------------------|------|
|            |          |       |              |              |                       | За формулою (6) (8) |       | За формулою (7) (9) |      |
| 6          | 1        | 6     | 143          | 23,8         | 4515                  | 1,99                | 2,67  | 44,3                | 59   |
| 6          | 1,2      | 5     | 119,4        | 23,8         | 4104                  | 1,57                | 2,14  | 34,9                | 47,6 |
| 6          | 1,5      | 4     | 95           | 23,8         | 2780                  | 0,96                | 1,25  | 21,4                | 27,7 |
| 6          | 2        | 3     | 71,66        | 23,8         | 1311                  | 0,45                | 0,47  | 10,0                | 10,3 |
| 6          | 3        | 2     | 47,7         | 23,8         | 624                   | 0,2                 | 0,14  | 4,3                 | 3,1  |
| 6          | 4        | 1,5   | 35,8         | 23,8         | 512                   | 0,1                 | 0,067 | 2,4                 | 1,5  |
| 6          | 5        | 1,2   | 28,6         | 23,8         | 478                   | 0,046               | 0,028 | 1,02                | 0,62 |

Сила струму,  $I = 0,3$  А; Параметри котушки у всіх розрахунках:  $h = 4$  см,  $N = 30$



**Рис. 4. Залежність енергії котушки: а) від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів при силі струму 0,3 А; б) від сили струму при  $b/a = 6/2$ : суцільна лінія – за формулою (6), пунктирна – за формулою (8)**



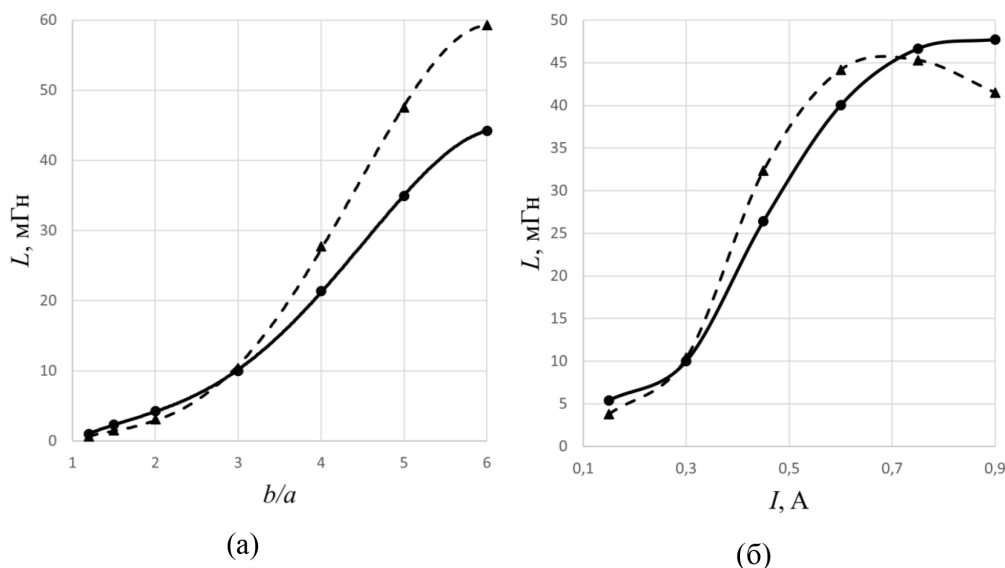
**Рис. 5.** Залежність відносної різниці енергій, визначених за формулами (6) та (8)  $\Delta W/W$  від сили струму  $I$  при співвідношенні зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя  $b/a = 6/2$

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** В результаті використання графоаналітичного методу визначення енергії поля та індуктивності котушки на торієдальному осерді продемонстрована методика врахування нелінійної залежності відносної магнітної проникності феромагнетика від напруженості магнітного поля.

Розбіжності у визначенні енергії магнітного поля від сили струму в витках котушки за запропонованою методикою та в порівнянні з результатами за спрощеною методикою, де магнітна проникність вважається незмінною можуть сягати 30 %. При цьому знак таких розбіжностей теж залежить від сили струму, або від крайніх значень напруженості магнітного поля на графіку залежності відносної магнітної проникності від параметрів поля.

Розбіжності в результатах по визначенню енергії поля в осерді, і індуктивності котушки в порівнянні з результатами де магнітна проникність вважається незмінною, зростають до 34 % при збільшенні співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів осердя. Останній результат легко пояснити зростанням неоднорідності поля в межах внутрішнього та зовнішнього радіусів осердя.

На відміну від спрощеної фізичної моделі котушки, де авторами пропонується використовувати усереднене значення відносної магнітної проникності, результат розрахунку визначається функцією  $\frac{\mu(H)}{H}$ , є більш коректним ніж за середнім значенням  $\langle \mu \rangle$ . Розбіжності в отриманих результатах по розрахунку енергії поля та індуктивності за нашою методикою та за класичним методом з використанням  $\langle \mu \rangle$  суттєво залежать від меж між максимальним



**Рис. 6.** Залежність індуктивності котушки: а) від співвідношення зовнішнього та внутрішнього радіусів при силі струму 0,3 А; б) від сили струму при  $b/a = 6/2$ : суцільна лінія – за формулою (7), пунктирна – за формулою (9)

та мінімальними значеннями напруженості магнітного поля.

Використання цифрових інструментів при визначенні площі фігур під графіками функцій допомагає спростити окремі розрахунки та підвищити точність отриманих результатів.

У подальшому ми плануємо використати запропоновану методику визначення енергії та індуктивності котушки в розрахунково-графічній роботі, для якої студент буде використовувати криву намагнічування, отриману під час виконання лабораторного експерименту.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Serway R. A., Jewett J. W., Jr. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics (7th ed.). Belmont, CA : Brooks/Cole, Cengage Learning, 2007. 1504 p.
2. Міліх В. І. Розрахунки магнітних полів в електротехнічних пристроях : навчальний посібник. Харків, 2021. 136 с.
3. Salas R. A., Pleite J. Simple procedure to compute the inductance of a toroidal ferrite core from the linear to the saturation regions. *Materials*. 2013. Vol. 6. Iss. 6. P. 2452–2463. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma6062452>
4. Zurek S., Al-Naemi F., Moses A. J. Finite-element modeling and measurements of flux and eddy current distribution in toroidal cores wound from electrical steel. *IEEE Transactions on Magnetism*. 2008. Vol. 44. Iss. 6. P. 902–905. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2007.916232>
5. Suárez R., Tijero M., Moreno R., González J.M. Modeling methodology of magnetic toroidal cores for 3-D FEM full-wave simulation up to 100 MHz. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2024. Vol. 39. Iss. 8. P. 9638–9649. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2024.3399830>
6. Величко С. П., Сальник І. В. Графічний метод дослідження природних явищ у навчанні фізики : навчальний посібник для студентів педагогічних вищих навчальних закладів освіти. Кіровоград : РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2002. 167 с.
7. Susac A., Bubic A., Martinjak P., Planinic M., Palmovic M. Graphical representations of data improve student understanding of measurement and uncertainty: An eye-tracking study. *Physical Review Physics Education Research*. 2017. Vol. 13(2), P. 020125. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020125>
8. Stefanel A. Graph in physics education: from representation to conceptual understanding. *Mathematics in Physics Education / G. Pospiech, M. Michelini, BS. Eylon (eds)*. Cham : Springer, 2019. P. 195–231. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9_9)
9. Рябко А. В., Толмачов В. С., Прокопєць Т. О. Застосування інформаційних технологій для побудови та аналізу графіків у процесі вивчення курсу загальної фізики. *Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету*. 2020. № 9. С. 104–120. DOI: <https://doi.org/10.28925/2414-0325.2020.9.9>
10. Ivanjek L., Perl-Nussbaum D., Solvang L., Yerushalmi E., Pospiech G. Enhancing mathematization in physics education by digital tools. *Physics Education Today. Challenges in Physics Education / C. Fazio, P. Logman (eds)*. Cham : Springer, 2024. P. 35–53. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8_3)
11. ARMCO® Pure Iron High Purity Iron Product Data Bulletin. AK Steel International, 2022. Pp. 1–20. URL: [https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf\\_productdata\\_armco\\_pure\\_iron\\_pdb\\_euro\\_final\\_072022\\_92.pdf](https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf_productdata_armco_pure_iron_pdb_euro_final_072022_92.pdf)
12. Скіцько І. Ф., Бруква Н. М. Фізика. Електромагнетизм. Оптика : лабораторний практикум : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. 428 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/6769>

#### REFERENCES:

1. Serway, R. A., Jewett, J. W., Jr. (2007). Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics (7th ed.). Belmont, CA : Brooks/Cole, Cengage Learning. 1504 p.
2. Milykh, V. I. (2021). Rozrakhunky mahnitnykh poliv v elektrotekhnichnykh prystroyakh : navchal'nyy posibnyk [Calculations of magnetic fields in electrical devices: textbook]. Kharkiv. 136 p. [in Ukrainian].
3. Salas, R. A., & Pleite, J. (2013). Simple procedure to compute the inductance of a toroidal ferrite core from the linear to the saturation regions. *Materials*. Vol. 6(6). P. 2452–2463. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma6062452>
4. Zurek, S., Al-Naemi, F., & Moses, A.J. (2008). Finite-element modeling and measurements of flux and eddy current distribution in toroidal cores wound from electrical steel. *IEEE Transactions on Magnetism*. Vol. 44, Iss. 6. P. 902–905. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2007.916232>
5. Suárez, R., Tijero, M., Moreno, R., & González, J. M. (2024). Modeling methodology of magnetic toroidal cores for 3-D FEM full-wave simulation up to 100 MHz. *IEEE Transactions on Power Electronics*. Vol 39(8). P. 9638–9649. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2024.3399830> [in English].
6. Velychko, S. P., & Salnyk, I. V. (2002). Hrafichnyy metod doslidzhennya pryrodnykh yavyshech u navchanni fizyky : navchal'nyy posibnyk dlya studentiv pedahohichnykh vyshcheykh navchal'nykh zakladiv osvity [Graphical method of

studying natural phenomena in teaching physics: textbook for students of pedagogical higher educational institutions]. Kirovograd : V. Vynnychenko RVTS KDPU. 167 p. [in Ukrainian].

7. Susac, A., Bubic, A., Martinjak, P., Planinic, M., Palmovic, M. (2017). Graphical representations of data improve student understanding of measurement and uncertainty: An eye-tracking study. *Physical Review Physics Education Research*. Vol. 13(2). P. 020125. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020125>

8. Stefanel, A. (2019). Graph in physics education: from representation to conceptual understanding. In: *Mathematics in Physics Education* / G. Pospiech, M. Michelini, BS. Eylon (eds). Springer, Cham. pp 195–231. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9_9)

9. Ryabko, A. V., Tolmachov, V. S., & Prokopets, T. O. (2020). Zastosuvannya informatsiynykh tekhnolohiy dlya pobudovy ta analizu hrafikiv u protsesi vyvchennya kursu zahal'noyi fizyky [Application of information technologies for plotting and analyzing graphs in the process of studying the general physics course]. *Vidkryte osvitynye e-seredovyshe suchasnoho universytetu – Open educational e-environment of modern University*. No. 9. P. 104–120. DOI: <https://doi.org/10.28925/2414-0325.2020.9.9> [in Ukrainian].

10. Ivanjek, L., Perl-Nussbaum, D., Solvang, L., Yerushalmi, E., & Pospiech, G. (2024). Enhancing mathematization in physics education by digital tools. In: *Physics Education Today. Challenges in Physics Education*. / C. Fazio, P. Logman (eds). Springer, Cham. pp. 35–53. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-48667-8_3)

11. ARMCO® Pure Iron High Purity Iron Product Data Bulletin. AK Steel International. (2022). Pp. 1–20. Retrieved from: [https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf\\_productdata\\_\\_armco\\_pure\\_iron\\_pdb\\_euro\\_final\\_072022\\_92.pdf](https://www.aksteel.nl/files/downloads/clf_productdata__armco_pure_iron_pdb_euro_final_072022_92.pdf)

12. Skitsko, I. F., & Brukva, N. M. (2024). Fizyka. Elektromagnetyzm. Optyka : laboratornyy praktykum : navchal'nyy posibnyk Physics. Electromagnetism. Optics : laboratory practice : textbook]. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute. 428 p. Retrieved from: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/6769>. [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 11.09.2025

Дата прийняття статті: 27.09.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 378.147:621.3

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-11>

### Денис МИРОНЧУК

аспірант навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9088-3825>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57201743694

### Андрій КЕВШИН

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

### Олег МАРЧУК

доктор хімічних наук, професор кафедри неорганічної та фізичної хімії, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5618-7156>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57191781842

### Дмитро ІВАНЮК

аспірант навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0807-2140>

**Бібліографічний опис статті:** Мирончук, Д., Кевшин, А., Марчук, О., Іванюк, Д. (2025). Синтез та властивості кристалів  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легованих Празеодимом. *Фізика та освітні технології*, 2, 78–85, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-11>

## СИНТЕЗ ТА ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛІВ $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , ЛЕГОВАНИХ ПРАЗЕОДИМОМ

У статті представлено результати дослідження синтезу, структурних і оптичних властивостей кристалів піраргіриту  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легованих празеодимом (Pr). Ця робота належить до напрямку вивчення халькогенідних напівпровідникових матеріалів, які завдяки своїм унікальним електрофізичним та оптичним характеристикам знаходять широке застосування в оптоелектроніці, сенсорній техніці, термоелектриці й нелінійній оптиці. Тернарні сполуки, зокрема  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , відомі своєю здатністю поєднувати хімічну стабільність і високу чутливість до легування, що робить їх придатними для цілеспрямованої модифікації електронних властивостей.

Кристали  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  синтезовано з високочистих елементів срібла, стибію та сірки методом Бріджмена–Стокбаргера із застосуванням контрольованого температурного режиму. Додатково було отримано серію зразків, легованих празеодимом у концентраціях 0,3; 0,6 та 0,9 ат.%. Під час синтезу використано прецизійне вакуумне обладнання та тривалий гомогенізуючий відпал, що забезпечило однорідність матеріалів. Рентгенофазовий аналіз (ДРОН-4-13, SiKa-випромінювання) засвідчив однофазність усіх легованих зразків, відсутність сторонніх фаз і стабільність основної решітки піраргіриту, що підтверджує успішне впровадження іонів Pr у кристалічну структуру  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ .

Легування рідкоземельним елементом спричинило суттєві зміни в оптичних властивостях сполуки. Вимірювання спектрів поглинання показали стабільне зниження оптичної ширини забороненої зони зі зростанням концентрації Pr: від 1,84 eV для 0,3 ат.% до 1,81 eV для 0,9 ат.%. Така закономірність свідчить про формування додаткових енергетичних рівнів поблизу країв валентної та зони провідності, зумовлених частково заповненими 4f-орбіталями празеодиму. Ці стани виконують роль проміжних енергетичних рівнів, що зменшують енергію міжзонних переходів і зміщують край фундаментального поглинання до менших фотонних енергій. Одночасно

легування супроводжується утворенням точкових дефектів, вакансій та локальних деформацій кристалічної ґратки, які додатково впливають на електронну структуру матеріалу. Таким чином, комплексний ефект електронних і структурних чинників призводить до звуження забороненої зони.

Зменшення ширини забороненої зони має прямий вплив на нелінійно-оптичні властивості матеріалу. Дослідження генерації другої гармоніки (ГДГ), проведене за методом Куртца–Перрі, показало зростання інтенсивності ГДГ із підвищенням концентрації празеодиму, тобто із зменшенням ширини  $E_g$ . Такий результат узгоджується з теоретичними уявленнями про підсилення електронної поляризованості у матеріалах із меншою енергією міжзонних переходів. У цьому випадку електрони валентної зони легше збуджуються електромагнітним полем лазерного випромінювання, що приводить до збільшення нелінійної сприйнятливості другого порядку  $\chi^2$  та інтенсифікації генерації другої гармоніки.

Отримані результати доводять, що легування  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  празеодимом є ефективним способом керування його оптичними параметрами. Зменшення ширини забороненої зони та підвищення ефективності ГДГ роблять такі кристали перспективними для використання в нелінійно-оптичних елементах, модуляторах випромінювання, системах частотного перетворення інфрачервоних лазерів і сенсорних пристроях нового покоління. З огляду на стабільність структури, добру відтворюваність синтезу та передбачуваність змін електронної структури при легуванні, система  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3\text{--Pr}$  може розглядатися як основа для створення нових функціональних матеріалів із регульованими оптоелектронними властивостями.

**Ключові слова:** піраргірит  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , празеодим, халькогенідні напівпровідники, ширина забороненої зони, генерація другої гармоніки, нелінійна оптика, метод Бріджмена–Штокбаргера.

### **Denis MYRONCHUK**

Postgraduate Student at the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9088-3825>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57201743694

### **Andriy KEVSHYN**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies of the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3581-8852>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 35422272900

### **Oleg MARCHUK**

Doctor of Chemical Sciences, Professor at the Department of Inorganic and Physical Chemistry, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5618-7156>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 57191781842

### **Dmytro IVANYUK**

Postgraduate Student at the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0807-2140>

**To cite this article:** Myronchuk, D., Kevshyn, A., Marchuk, O., Ivanyuk, D. (2025). Synteza ta vlastyvyosti kryystaliv  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , lehovanykh prazeodymom [Synthesis and properties of  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  crystals doped with praseodymium]. *Physics and Educational Technology*, 2, 78–85, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-11>

## **SYNTHESIS AND PROPERTIES OF $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , CRYSTALS DOPED WITH PRASEODYMIUM**

The article presents the results of a study on the synthesis, structural, and optical properties of praseodymium (Pr)-doped pyrrargyrite  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  crystals. This work belongs to the field of chalcogenide semiconductor materials, which, due to their unique electrophysical and optical characteristics, have found wide application in optoelectronics, sensor

technology, thermoelectrics, and nonlinear optics. Ternary compounds, particularly  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , are known for combining chemical stability with high sensitivity to doping, making them suitable for targeted modification of electronic properties.

$\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  crystals were synthesized from high-purity elements-silver, antimony, and sulfur-using the Bridgman–Stockbarger method under a controlled temperature regime. Additionally, a series of samples doped with praseodymium at concentrations of 0.3, 0.6, and 0.9 at.% were obtained. The synthesis was carried out using precision vacuum equipment and prolonged homogenizing annealing to ensure material uniformity. X-ray phase analysis (DRON-4-13, CuK $\alpha$  radiation) confirmed the single-phase nature of all doped samples, the absence of secondary phases, and the structural stability of pyrrargyrite, indicating the successful incorporation of Pr ions into the  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  crystal lattice.

Doping with the rare-earth element led to significant changes in the optical properties of the compound. Absorption spectra measurements showed a consistent decrease in the optical band gap with increasing Pr concentration: from 1.84 eV for 0.3 at.% to 1.81 eV for 0.9 at.%. This trend indicates the formation of additional energy levels near the valence and conduction band edges, caused by the partially filled 4f orbitals of praseodymium. These states act as intermediate energy levels that reduce the interband transition energy and shift the fundamental absorption edge toward lower photon energies. Simultaneously, doping is accompanied by the formation of point defects, vacancies, and local lattice distortions, which further affect the material's electronic structure. Thus, the combined effect of electronic and structural factors results in the narrowing of the band gap.

The reduction of the band gap directly influences the nonlinear optical properties of the material. The study of second harmonic generation (SHG), conducted using the Kurtz–Perry powder technique, demonstrated an increase in SHG intensity with rising praseodymium concentration, i.e., with a decreasing  $E_g$  value. This observation agrees with theoretical predictions that link enhanced electronic polarizability to materials with smaller interband transition energies. In such cases, valence band electrons are more easily perturbed by the electromagnetic field of laser radiation, leading to an increase in the second-order nonlinear susceptibility ( $\chi^2$ ) and enhancement of second harmonic generation.

The obtained results prove that doping  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  with praseodymium is an effective way to control its optical parameters. The reduction of the band gap and the enhancement of SHG efficiency make these crystals promising candidates for use in nonlinear optical components, radiation modulators, infrared laser frequency conversion systems, and next-generation sensor devices. Given their structural stability, reproducible synthesis, and predictable electronic modifications under doping, the  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ –Pr system can be considered a promising basis for developing new functional materials with tunable optoelectronic properties.

**Key words:** pyrrargyrite  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , praseodymium, chalcogenide semiconductors, band gap width, second harmonic generation, nonlinear optics, Bridgman–Stockbarger method.

**Актуальність проблеми.** Халькогенідні напівпровідники, зокрема тернарні сполуки типу Ag–Sb–S, належать до класу функціональних матеріалів, що поєднують у собі високу хімічну стабільність, регульовані електронні властивості та широкий спектр оптоелектронних застосувань. Піраргірит  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  привертає значну увагу як перспективний матеріал для нелінійно-оптичних пристроїв, фотокаталізу та термоелектрики. Одним із ефективних способів керування його властивостями є легування, зокрема введення атомів рідкоземельних елементів, які здатні створювати додаткові енергетичні рівні в забороненій зоні й тим самим модифікувати оптичні та електрофізичні характеристики матеріалу. Незважаючи на наявність окремих публікацій, вплив іонів празеодиму ( $\text{Pr}^{3+}$ ) на структурні та оптичні властивості піраргіриту досліджений недостатньо. Тому вивчення особливостей синтезу та зміни ширини забороненої зони в кристалах  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легованих Pr, є актуальним з погляду пошуку нових матеріалів для нелінійної оптики та оптоелектроніки.

**Метою дослідження** є синтез кристалів  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легованих празеодимом, та дослідження впливу концентрації Pr на їхні

структурні, оптичні й нелінійно-оптичні властивості, зокрема на зміну ширини забороненої зони та інтенсивності генерації другої гармоніки.

**Виклад основного матеріалу.** Бінарні, тернарні та тетрарні халькогенідні напівпровідникові матеріали займають важливе місце серед функціональних матеріалів завдяки різноманіттю фізичних властивостей, які роблять їх перспективними для практичного застосування (Abbas, 2022; Andriyevsky, 2019; Alhebshi, 2022; Petrus, 2018). Тернарні напівпровідникові сполуки часто мають деякі властивості кращі, ніж бінарні матеріали, що спонукає до інтенсивних досліджень в цій галузі. Вони використовуються в оптоелектроніці (Gan, 2022), нелінійній оптиці (Elkatlawy, 2022) сенсорній техніці (Halenkovič, 2022) та енергетиці (Benseddik, 2020).

Сульфід  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  володіє широким спектром фізичних властивостей, що є причиною перспективи його практичного використання. Для прикладу, піраргірит має потенційне застосування в нелінійній оптиці (Ewen, 1983).  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  може бути використаний як катализатор для фотохімічного розкладу деяких шкідливих органічних речовин (катіонних, аніонних і нейтральних барвників), метиленового синього, метилового оранжевого, родаміну 6G

і малахітового зеленого (Gusain, 2014). Згідно з (Govindaraj, 2023) матеріали на основі  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  є ефективними термоелектриками.

Для синтезу піраргіриту  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  використовували прості речовини високого ступеня чистоти: срібло (99,995 %), стибій (99,999 %) та сірку (99,999 %), попередньо очищену багатократною вакуумною дистиляцією. Синтез вихідної шихти здійснювали у вакуумованій (0,13 Па) кварцовій ампулі з перемішуванням шляхом осьового обертання ампули (2 об/хв) у слабо похилений печі опору з програмованим нагріванням і охолодженням. Режим синтезу: нагрівання до 723 К з швидкістю 50 К/год (витримка 24 год) та подальше підвищення температури з швидкістю 50 К/год до 823 К; витримка при максимальній температурі 12 год; охолодження з швидкістю 70 К/год до кімнатної температури.

Монокристал  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  вирощували методом Бріджмена-Стокбаргера у вертикальній двозонній печі опору з програмованим регулятором температури. Температура зони розплаву складала 783 К, зони відпалу – 663 К. Вирощування проводили на монокристалічних затравках, сформованих попередньо у нижній (фігурній) частині ростового контейнера методом збірної рекристалізації. Ріст кристалу відбувався з швидкістю 0,10–0,24 мм/год; градієнт

температури у зоні росту складав 4–6 К/мм. Після відпалу протягом 72 год за температури 663 К кристали охолоджували до кімнатної температури з швидкістю 5 К/год.

З метою підтвердження гіпотези про можливість легування піраргіриту атомами РЗМ, синтезовано сплави  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  із вмістом Празеодиму (Pr) 0,3, 0,6 та 0,9 ат. %. Для синтезу сплавів використовували вихідні речовини (Ag, Sb, Pr, S) високого ступеня чистоти (99,99 % основного компонента). Загальна маса вихідної шихти становила 2,0 г. Кварцові ампули з вихідною шихтою перед синтезом вакуумували до залишкового тиску  $10^{-2}$  Па. Синтез проводили у муфельній печі з технологічним управлінням процесами МП-30: максимальна температура синтезу – 650 °С, гомогенізуючий відпал за температури 200 °С тривав 500 годин. Після завершення відпалу сплави (без розбивання контейнера) гартували у воду кімнатної температури.

Експериментальні порошкограми (рис. 1) отримано на рентгенівському дифрактометрі ДРОН 4-13 ( $\text{CuK}_\alpha$  випромінювання,  $20^\circ \leq 2\Theta \leq 70^\circ$ , крок зйомки  $0,05^\circ$ , час відліку в точці 5 с).

Результати рентгенофазового аналізу засвідчують однофазність досліджуваних матеріалів.

На практиці введення перехідних *p*, *d*-елементів (наприклад, Cr, In) та лантаноїдів (La, Ce,

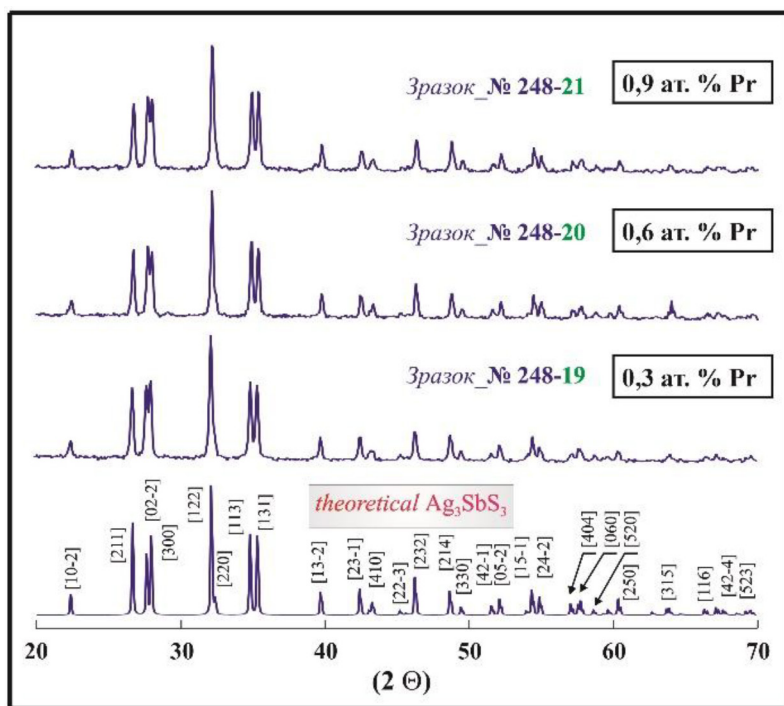


Рис. 1. Теоретична (для  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) та експериментальні порошкограми піраргіриту, легованого Празеодимом

Pr, Eu, Tb, Ho) у кристалічну структуру сульфосоли  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  зазвичай спричиняє зменшенню оптичної ширини забороненої зони. Лантанойди ( $f$ -елементи) зазвичай мають низку  $f$ -орбіталей, які можуть утворювати локалізовані стани та впливати на формування підзон (підзон у забороненій зоні або біля її країв). Основна причина цього полягає у тому, що домішкові йони можуть вносити додаткові енергетичні рівні в заборонену зону або поблизу країв валентної та зони провідності, формуючи підрівні, через які відбуваються переходи з меншою енергією. Ще однією важливою складовою є структурні зміни, які супроводжують легування. Утворення точкових дефектів, вакансій, а також варіації міжатомних відстаней і кутів зумовлені тим, що розмір та електронна конфігурація введеного домішкового елемента можуть відрізнятися від параметрів іонів, які вони заміщують у кристалічній решітці. Такі спотворення локально впливають на енергетичні рівні атомів матриці ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ), через що порушується початкова структура електронних зон: зсуваються межі валентної та зони провідності. Ці процеси прямо впливають на спектральну залежність коефіцієнта поглинання: край фундаментального поглинання зміщується в бік менших фотонних енергій, що зумовлює зменшення вимірюваної ширини забороненої зони. У деяких випадках можуть формуватися локалізовані електронні стани, через які відбуваються додаткові поглинальні переходи. Варто зауважити, що конкретне значення зменшення

забороненої зони залежить і від природи, і від концентрації домішки. Для різних домішок або навіть різних технологій отримання зразків, ступінь цього звуження може бути не однаковим. При невеликих концентраціях легування зміни в ширині забороненої зони можуть бути мінімальними, проте зі збільшенням вмісту домішок оптичні властивості змінюються суттєвіше. Таким чином, легування  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$   $p$ -  $d$ - чи  $f$ -елементами найчастіше призводить до появи додаткових енергетичних рівнів, локальних деформацій ґратки та формування дефектної підсистеми, що в сукупності сприяє пониженню енергії фундаментального поглинання і, як наслідок, зменшенню ширини забороненої зони.

Безсумнівно, що впровадження  $f$ -,  $p$ - та  $d$ -елементів у кристалічну ґратку піраргіриту ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) позначається на ширині його забороненої зони. Для оцінки цього параметра нами було проаналізовано спектральний розподіл коефіцієнта поглинання в ділянці краю смуги власного поглинання (рис. 2). Визначення ширини забороненої зони здійснювали за допомогою методу Тауца. У межах зазначеної області поглинання виконується співвідношення  $(\alpha h\nu)^{1/N} = f(h\nu)$ , де  $N$  – показник степеня, що може набувати значень  $1/2$ ,  $3/2$ ,  $2$  або  $3$  залежно від типу електронного переходу, відповідального за поглинання:  $N = 1/2$  відповідає прямим дозволеним переходам,  $N = 3/2$  – забороненим прямим,  $N = 2$  – непрямим дозволеним і  $N = 3$  – забороненим непрямим переходам.

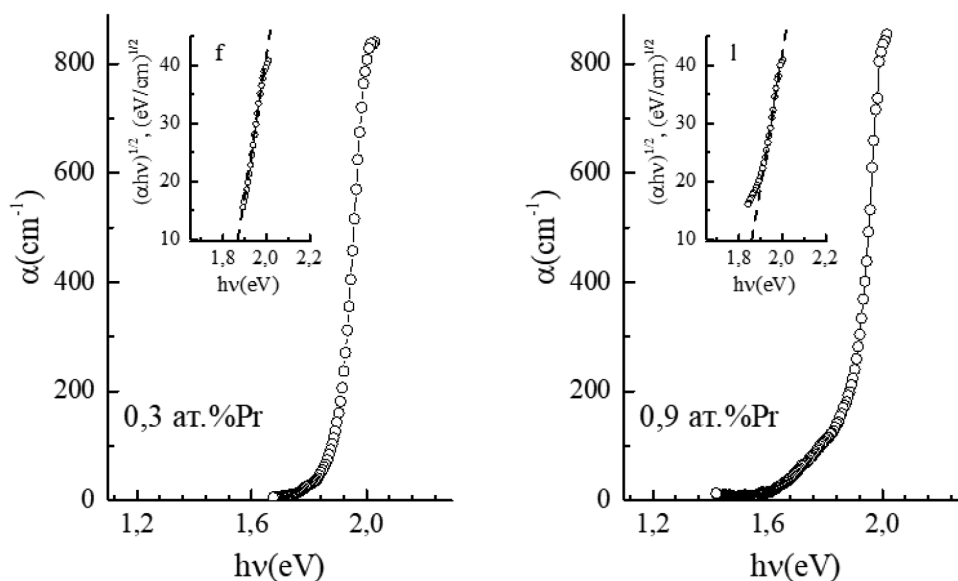


Рис. 2. Спектральний розподіл коефіцієнта поглинання  $\alpha(h\nu)$  кристала  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легуваного Pr при 300 K

Введення Pr у кристалічну ґратку піраргіриту ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) спричиняє послідовне зменшення його оптичної ширини забороненої зони. Це видно з конкретних значень, отриманих експериментально при 300 К: 1,84 еВ та 1,81 еВ для 0,3 ат.% та 0,9 ат.% Pr відповідно. Порівняно з чистим (нелегованим) піраргіритом, ці результати свідчать про стійку тенденцію до зниження енергії фундаментального поглинання із зростанням концентрації домішки.

Зменшення ширини забороненої зони пояснюється комплексом причин, центральною з яких є специфіка електронної структури лантаноїдів. Такі елементи мають  $4f$ -орбіталі, що можуть частково залишатися незаповненими. При введенні до ґратки  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  їхні  $f$ -електрони формують додаткові енергетичні стани, розташовані поблизу країв валентної та зони провідності або навіть усередині забороненої зони. Ці нові рівні слугують проміжними сходинками для переходів електронів і знижують загальний бар'єр між валентною зоною та зоною провідності. У результаті край фундаментального поглинання в спектрах зміщується в бік менших фотонних енергій, що фіксується як звуження  $E_g$ .

Важливою складовою є також структурні зміни. Оскільки іони лантаноїдів мають радіуси й електронні конфігурації, відмінні від тих, що характерні для Ag чи Sb, заміщення або проникнення на міжвузлові позиції в ґратці піраргіриту може спричиняти локальні деформації. Виникають напруження і перекоси, що впливають на розподіл електронних станів у кристалі. Крім того, процес легування часто супроводжується появою вакансій і точкових дефектів – вони можуть формувати власні рівні поглинання або додатково модифікувати вже наявні, знову ж таки зрушуючи енергетичні зони та сприяючи зниженню енергії міжзонних переходів.

Порівнюючи ширину забороненої зони при різних концентраціях, неважко помітити, що за вищого вмісту (наприклад, 0,9 ат.% замість 0,3 ат.%)  $E_g$  виявляється ще меншою. Це пов'язано з тим, що підвищення концентрації домішки підсилює кожен із перелічених механізмів: зростає кількість місць, на яких з'являються нові енергетичні рівні, а також дефекти, вакансії й локальні спотворення стають поширенішими. Тож у сукупності ці чинники обумовлюють помітніше зниження енергії фундаментального поглинання, а отже, і звуження ширини

забороненої зони. Крім того, у різних лантаноїдів  $4f$ -орбіталі розташовані дещо інакше, іонні радіуси теж різняться, тому ефект від легування (тобто величина зсуву  $E_g$ ) може відрізнятися навіть за однакової концентрації. Проте загальна тенденція залишається сталою: лантаноїди майже завжди приводять до додаткових електронних станів, що зменшують ширину забороненої зони, а збільшення їх вмісту посилює цей ефект. Усе це підтверджується наведеними експериментальними результатами, де зі збільшенням концентрації Pr в  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  величина  $E_g$  знижується від 1,84 еВ до 1,81 еВ, що є наочним прикладом описаних механізмів.

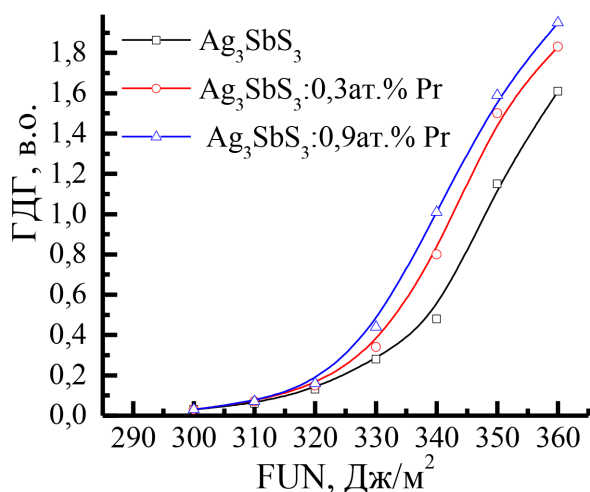
Таким чином, зменшення ширини забороненої зони піраргіриту ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) при введенні Pr пояснюється: появою додаткових енергетичних рівнів за рахунок  $f$ -орбіталей; змінами кристалічної структури та виникненням дефектів; посиленням цих ефектів зі зростанням концентрації лантаноїда. У результаті, край фундаментального поглинання зсувається до менших енергій, і експериментально реєструється звуження забороненої зони, величина якого залежить як від типу лантаноїда, так і від його вмісту.

Перетворення частоти інфрачервоних (ІЧ) лазерів, яке іноді називають частотною модуляцією або частотною конверсією, є одним із пріоритетних завдань сучасної оптоелектроніки. Застосування такої технології досить широке: від цивільних систем (атмосферний моніторинг, виявлення домішок у повітрі) до військових програм (лазерні радары, системи інфрачервоного виявлення та цілевказування). Базовим фізичним явищем, що дає змогу змінювати вихідну частоту лазерного випромінювання, є генерація гармонік (найчастіше другої та третьої).

Генерацію другої гармоніки (ГДГ) визначали за допомогою порошкового методу Куртца–Перрі (Kurtz, 1968). Важливо підкреслити, що цей спосіб дає лише відносну оцінку ефективності нелінійно-оптичних перетворень, оскільки передбачає використання порошку досліджуваного кристалу. Незважаючи на це, метод широко застосовується для вивчення перспективних НЛО матеріалів. Водночас у його межах роблять низку припущень: частинки порошку вважаються монокристалами, близькими за розмірами (до 100 мкм); кристали орієнтовані в просторі хаотично; зерна рівномірно розташовані між пластинами. Розмір

частинок порошку, отриманого механічним подрібненням, оцінювали за допомогою оптичного мікроскопа, і виявилось, що він лежить у межах 30–100 мкм.

Внаслідок нецентросиметричності кристалічної структури  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  легування піраргіриту рідкоземельними металами викликає інтерес внаслідок потенційного його використання в електрооптичних та нелінійно-оптичних пристроях. З огляду на це нами проведено дослідження генерації другої гармоніки (ГДГ) в синтезованих матеріалах. Результати досліджень представлено на рис. 3.



**Рис. 3. Залежність інтенсивності генерації другої гармоніки від густини енергії падаючого фундаментального пучка**

З отриманих результатів видно, що із зменшенням ширини забороненої зони спостерігається збільшення інтенсивності генерації другої гармоніки.

Зв'язок між шириною забороненої зони та інтенсивністю генерації другої гармоніки часто пояснюють двома головними аспектами, це підсилення електронної поляризованості та можливість резонансних або квазірезонансних

процесів. Щодо підсилення електронної поляризованості. Нелінійно-оптична відповідь (зокрема друга гармоніка) залежить від того, наскільки сильно електронна хмара в матеріалі збуджується електромагнітною хвилею. У матеріалах із меншою шириною забороненої зони електрони валентної зони «ближчі» до зони провідності; їх легше збудити або відхилити від рівноважного стану навіть за слабших полів. Як наслідок, друга гармоніка посилюється, бо зростає ефективна нелінійна поляризованість матеріалу.

**Висновки.** У роботі подані результати синтезу кристалів піраргіриту  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , легуваних іонами празеодиму ( $\text{Pr}^{3+}$ ), методом Бріджмена–Стокбаргера, а також досліджено їхні структурні, оптичні та нелінійно-оптичні властивості. Рентгенофазовий аналіз показав однофазність отриманих зразків.

Встановлено, що введення іонів  $\text{Pr}^{3+}$  у кристалічну ґратку  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  призводить до послідовного зменшення оптичної ширини забороненої зони (з 1,84 еВ до 1,81 еВ при збільшенні концентрації празеодиму від 0,3 до 0,9 ат.%). Звуження забороненої зони зумовлене появою додаткових енергетичних рівнів унаслідок участі 4f-орбіталей лантанію, а також локальними структурними деформаціями і формуванням дефектів у ґратці.

Показано, що зменшення ширини забороненої зони сприяє зростанню інтенсивності генерації другої гармоніки, що пов'язано з підвищенням електронної поляризованості та можливістю резонансних переходів.

Таким чином, легування  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  празеодимом є ефективним інструментом для керування його електронною структурою й покращення нелінійно-оптичних характеристик. Отримані результати підтверджують перспективність таких матеріалів для використання в оптоелектроніці та нелінійній оптиці.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Abbas Z., Fatima K., Gorczyca I., Irfan M., Alotaibi N., Alshahrani T., Raza H. H., Muhammad S. Proposition of new stable rare-earth ternary semiconductor sulfides of type  $\text{LaTlS}_2$  (La = Er, Eu, Tb): Ab-initio study and prospects for optoelectronic, spintronic and thermoelectric applications. *Mater. Sci. Semicond. Process.* 2022. Vol. 146, № 1. P. 106662.
2. Andriyevsky B., Kashuba A. I., Kuny I. M., Dorywalski K., Semkiv I. V., Karpa I. V., Stakhura V. B., Andriyevska L., Piekarski J., Piasecki M. Electronic bands and dielectric functions of  $\text{In}_{0,5}\text{Tl}_{0,5}\text{I}$  solid state solution with structural defects. *J. Electron. Mater.* 2019. Vol. 48, № 9. P. 5586–5594.
3. Alhebshi A., Sharaf Aldeen E., Mim R. S., Tahir B., Tahir M. Recent advances in constructing heterojunctions of binary semiconductor photocatalysts for visible light responsive  $\text{CO}_2$  reduction to energy efficient fuels: A review. *Int. J. Energy Res.* 2022. Vol. 46, № 5. P. 5523–5584.
4. Petrus R. Yu., Ilchuk H. A., Sklyarchuk V. M., Kashuba A. I., Semkiv I. V., Zmiiivska E. O. Transformation of band energy structure of solid solutions  $\text{CdMnTe}$ . *J. Nano- electron. phys.* 2018. Vol. 10, № 6. P. 06042-1-06042-5.

5. Gan Y., Miao N., Lan P., Zhou J., Elliott S. R., Sun Z. Robust design of high-performance optoelectronic chalcogenide crystals from high-throughput computation. *J. Am. Chem. Soc.* 2022. Vol. 144, № 13. P. 5878–5886.
6. Elkatlawy S. M., El-Dosoky A. H., Gomaa H. M. Structural properties, linear, and non-linear optical parameters of ternary  $\text{Se}_{80}\text{Te}_{20-x}\text{In}_x$  chalcogenide glass systems. *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*. 2022. Vol. 61, № 3. P. 203–209.
7. Halenkovič T., Baillieul M., Gutwirth J., Němec P., Nazabal V. Amorphous Ge–Sb–Se–Te chalcogenide films fabrication for potential environmental sensing and nonlinear photonics, *J. Materiomics*. 2022. Vol. 8, № 3. P. 1009–1019.
8. Benseddik N., Belkacemi B., Boukabrine F., Ameer K., Mazari H., Boumesjed A., Benyahya N., Benamara Z. Numerical study of  $\text{AgInTe}_2$  solar cells using SCAPS. *Adv. Mater. Technol.*, 2020. Vol. 8, № 1. P. 1–9.
9. Ewen P. J. S., Taylor W. The low-temperature Raman spectra of pyrrargyrite ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ). *Solid Stat. Comm.* 1983. Vol. 45, № 3. P. 227–230.
10. Gusain M., Rawat P., Nagarajan R. Soft chemical synthesis of  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  with efficient and recyclable visible light photocatalytic properties. *Mat. Res. Bull.* 2014. Vol. 60. P. 872–875.
11. Govindaraj P., Murugan K., Veluswamy P., Salleh F., Venugopal K. Efficacy of pyrotilpnite ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) mineral as thermoelectric material: a first principles study. *Mater. Sci. Semicond. Process.* 2023. Vol. 162, № 1. P. 107513.
12. Kurtz S. K., Perry T. T. A powder technique for the evaluation of nonlinear optical materials. *J. Appl. Phys.* 1968. Vol. 39. P. 3798–3813.

#### REFERENCES:

1. Abbas, Z., Fatima K., Gorczyca, I., Irfan, M., Alotaibi, N., Alshahrani, T., Raza, H. H., & Muhammad, S. (2022). Proposition of new stable rare-earth ternary semiconductor sulfides of type  $\text{LaTlS}_2$  (La = Er, Eu, Tb): Ab-initio study and prospects for optoelectronic, spintronic and thermoelectric applications. *Mater. Sci. Semicond. Process.* Vol. 146, № 1. R. 106662.
2. Andriyevsky, B., Kashuba A. I., Kunyo, I. M., Dorywalski K., Semkiv, I. V., Karpa, I. V., Stakhura V. B., Andriyevska, L., Piekarski, J., & Piasecki, M. (2019). Electronic bands and dielectric functions of  $\text{In}_{0.5}\text{Tl}_{0.5}\text{I}$  solid state solution with structural defects. *J. Electron. Mater.* Vol. 48, № 9. P. 5586–5594.
3. Alhebshi, A., Sharaf Aldeen, E., Mim, R. S., Tahir, B., & Tahir, M. (2022). Recent advances in constructing heterojunctions of binary semiconductor photocatalysts for visible light responsive  $\text{CO}_2$  reduction to energy efficient fuels: A review. *Int. J. Energy Res.* Vol. 46, № 5. P. 5523–5584.
4. Petrus, R. Yu., Ilchuk, H. A., Sklyarchuk, V. M., Kashuba, A. I., Semkiv, I. V., & Zmiiivska, E. O. (2018). Transformation of band energy structure of solid solutions  $\text{CdMnTe}$ . *J. Nano- electron. phys.* Vol. 10, № 6. P. 06042-1-06042-5.
5. Gan, Y., Miao, N., Lan, P., Zhou, J., Elliott, S. R., & Sun, Z. (2022). Robust design of high-performance optoelectronic chalcogenide crystals from high-throughput computation. *J. Am. Chem. Soc.* Vol. 144, № 13. P. 5878–5886.
6. Elkatlawy, S. M., El-Dosoky, A. H., & Gomaa, H. M. (2022). Structural properties, linear, and non-linear optical parameters of ternary  $\text{Se}_{80}\text{Te}_{20-x}\text{In}_x$  chalcogenide glass systems. *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*. Vol. 61, № 3. P. 203–209.
7. Halenkovič, T., Baillieul, M., Gutwirth, J., Němec P., & Nazabal, V. (2022). Amorphous Ge–Sb–Se–Te chalcogenide films fabrication for potential environmental sensing and nonlinear photonics, *J. Materiomics*. Vol. 8, № 3. P. 1009–1019.
8. Benseddik, N., Belkacemi, B., Boukabrine, F., Ameer, K., Mazari, H., Boumesjed, A., Benyahya, N., & Benamara, Z. (2020). Numerical study of  $\text{AgInTe}_2$  solar cells using SCAPS. *Adv. Mater. Technol.*, Vol. 8, № 1. P. 1–9.
9. Ewen, P. J. S., & Taylor, W. (1983). The low-temperature Raman spectra of pyrrargyrite ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ). *Solid Stat. Comm.* Vol. 45, № 3. P. 227–230.
10. Gusain, M., Rawat, P., & Nagarajan, R. (2014). Soft chemical synthesis of  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  with efficient and recyclable visible light photocatalytic properties. *Mat. Res. Bull.* Vol. 60. P. 872–875.
11. Govindaraj, P., Murugan, K., Veluswamy, P., Salleh, F., & Venugopal, K. (2023). Efficacy of pyrotilpnite ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) mineral as thermoelectric material: a first principles study. *Mater. Sci. Semicond. Process.* Vol. 162, № 1. P. 107513.
12. Kurtz, S. K., & Perry, T. T. (1968). A powder technique for the evaluation of nonlinear optical materials. *J. Appl. Phys.* Vol. 39. P. 3798–3813.

Дата надходження статті: 30.09.2025

Дата прийняття статті: 22.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

UDC 519.8, 53:517.9

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-12>

**Petro TROKHIMCHUCK**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the A. V. Svidzynskyi Department of Theoretical and Computer Physics, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2737-0506>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 8383601100

**Vladyslav SAKHAN**

*Postgraduate Student at the A. V. Svidzynskyi Department of Theoretical and Computer Physics, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**Andriy BULIK**

*Postgraduate Student at the A. V. Svidzynskyi Department of Theoretical and Computer Physics, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025*

**To cite this article:** Trokhimchuck, P., Sakhan, V., Bulik, A. (2025). Deyaki osoblyvosti modelyuvannya dyfuziynykh procesiv Relaksatsiynoyi Optyky [Some features of modelling diffusive processes of Relaxed Optics]. *Physics and Education Technology*, 2, 86–93, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-12>

## **SOME FEATURES OF MODELLING DIFFUSIVE PROCESSES OF RELAXED OPTICS**

*Some problems of modelling the diffusive processes in Relaxed Optics are discussed. Diffusion processes in Relaxed Optics can occur at different stages. We will focus on processes that are caused by the absorption of optical radiation with an intensity slightly greater than the value required for the generation of maximum photokinetic defect in the near-surface region of the irradiated material, and less than the intensity required for the destruction of the irradiated material. The simulation was performed for antimonide and indium arsenide irradiated with 20 nanosecond pulses of a ruby laser. The model was based on a photoionization model: the generation of donor centers occurs due to the direct photoionization of two of the three chemical bonds of the two-dimensional sphalerite lattice. The rupture of the third bond leads to the generation of diffusion processes. Two diffusion models are presented. The one-diffusion model is based on the behavior and evolution of laser-induced donor centers as separate objects. The disadvantage of this model is that it cannot explain the tails of the donor center distribution profiles in the diffusion approximation. In this regard, a two-diffusion model was proposed, which is based on the idea of non-uniform photostimulated diffusion of atoms of the components of the irradiated material: indium and antimony for indium antimonide and indium and arsenic for indium arsenide. This is confirmed by experimental results for laser-irradiated cadmium telluride. The two-diffusion model allows us to explain the diffusion profiles of the distribution of donor centers in indium antimonide and indium arsenide in a consistent manner. Based on this model, it is concluded that such modeling methods can be extended to all binary compounds and it is worth expanding these methods to more complex materials (ternary, quaternary, etc.).*

**Key words:** diffusion, modelling, Relaxed Optics, indium antimonide, indium arsenide, cadmium telluride.

**Петро ТРОХИМЧУК**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025*

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2737-0506>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 8383601100

**Владислав САХАН**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Андрій БУЛІК**

аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Бібліографічний опис статті:** Трохимчук, П., Сахан, В., Булік, А. (2025). Деякі особливості моделювання дифузійних процесів релаксаційної оптики. *Фізика та освітні технології*, 2, 86–93, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-12>

## ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ РЕЛАКСАЦІЙНОЇ ОПТИКИ

Обговорюються деякі проблеми моделювання дифузійних процесів релаксаційної оптики. Ці процеси в релаксаційній оптиці можуть відбуватися на різних стадіях процесу взаємодії лазерного випромінювання з речовиною. Ми зосередимося на процесах, що спричинені поглинанням оптичного випромінювання з інтенсивністю, децю більшою за значення, що необхідне для формування максимального фотокінетичного дефектоутворення в приповерхневій області опроміненого матеріалу, та меншою за інтенсивність, що необхідна для руйнування опроміненого матеріалу. Моделювання проводилося для профілів розподілу донорних центрів антимоніду індію та арсеніду індію, опромінених 20 наносекундними імпульсами рубінового лазера, отриманих методом вимірювання ефекту Холла з пошировим стравлюванням. Модель базувалася на моделі фотоіонізації: генерація лазерно-індукованих донорних центрів відбувається внаслідок прямої фотоіонізації двох з трьох хімічних зв'язків двовимірної решітки сфалериту. Розрив третього зв'язку призводить до генерації дифузійних процесів. Наведено дві дифузійні моделі. Однодифузійна базується на поведінці та еволюції лазерно-індукованих донорних центрів як окремих фізичних величин. Недоліком цієї моделі є те, що вона не може пояснити хвости профілів розподілу донорних центрів в дифузійному наближенні. У зв'язку з цим була запропонована дводифузійна модель, яка базується на ідеї неоднорідної фотостимульованої дифузії атомів компонентів опроміненого матеріалу: індію та сурми для антимоніду індію та індію та миш'яку для арсеніду індію. Це підтверджується експериментальними результатами для опроміненого лазером телуриду кадмію отриманих за допомогою методу раманівського розсіяння. Дводифузійна модель дозволяє більш послідовно пояснити форму профілів розподілу донорних центрів в антимоніді індію та арсеніді індію в дифузійному наближенні. На основі цієї моделі зроблено висновок, що такі методи моделювання можна поширити на всі подвійні сполуки та варто розширити ці методи на більш складні матеріали (потрійні, почетверенні та т.п.).

**Ключові слова:** дифузія, моделювання, релаксаційна оптика, антимонід індію, арсенід індію, телурид кадмію.

**Introduction.** Some problems of modelling the diffusive processes in Relaxed Optics are discussing. Diffusion processes in Relaxed Optics can occur at different stages.

We will focus on processes that are causing by the absorption of optical radiation with an intensity slightly greater than the value required for the generation of maximum photokinetic defect in the near-surface region of the irradiated material, and less than the intensity required for the destruction of the irradiated material (Heitjans, 2005). The simulation was performed for indium antimonide and indium arsenide irradiated with 20 nanosecond pulses of a Ruby laser (Trokhimchuck, 2016).

The model was based on a photoionization model: the generation of donor centers occurs due to the direct photoionization of two from the three chemical bonds of the two-dimensional sphalerite

lattice (Trokhimchuck, 2002; Trokhimchuck, 2016). Breaking the third bond leads to diffusion processes.

Two diffusion models are presented. The one-diffusion model is based on the behavior and evolution of laser-induced donor centers as separate objects. The disadvantage of this model is that it cannot explain the tails of the donor center distribution profiles in the diffusion approximation (Trokhimchuck, 2016).

In this regard, a two-diffusion model was proposed, which is based on the idea of non-uniform photostimulated diffusion of atoms of the components of the irradiated material: indium and antimony for indium antimonide and indium and arsenic for indium arsenide. This is confirmed by experimental results for laser-irradiated cadmium telluride (Prinsloo, 2003 – 2005). The two-diffusion model allows us to explain the diffusion profiles

of the distribution of donor centers in indium antimonide and indium arsenide in a consistent manner.

Based on this model, it is concluded that such modeling methods can be extended to all binary compounds and it is worth expanding these methods to more complex materials (ternary, quaternary, etc.) (Manning, 1968; Belova, 2017; Ganguly, 2002).

**Main results and discussions.** For illustration this method for Relaxed Optics we represent the simple model. The basic processes in this model are photostimulated and thermal (Trokhimchuck, 2016). The light source is monochromatic (laser). In this case we have one primary mechanism of optical scattering. Further, all possible primary processes of the interaction light with solid we were named scattering. For small intensity of the irradiation we have photostimulated processes basically, for large intensity – thermochemical and for the middle intensity we have both processes. Photostimulated processes may be cause of the creation of underthreshold defects for regular crystals and may be cause of annealing defects for irregular matter. Thermal processes are cause of finite distribution defects and ions including admixtures.

In general, the system of the equations for these processes is next. First equation is transfer (diffusion) equation (one-dimensional case) (Trokhimchuck, 2016)

$$\frac{\partial N}{\partial t} + a(x, t) \frac{\partial N}{\partial x} - D(x, t) \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = A e^{-\alpha x}, \quad (1)$$

Where

$$A = \frac{\alpha \eta (1-R) I_0}{h\nu \tau_r}, \quad (2)$$

Where  $N$  – concentration of the photostimulated damages (irreversible excitation of solid);  $\eta$  – coefficient of the creation the defect;  $R$  – the coefficient of optical reflection;  $x, t$  – space and time parameters respectively;  $I_0$  – the density of light flow;  $\tau_r$  – relaxation time;  $\alpha$  – light absorption index;  $h\nu$  – photon energy.

Time and boundary conditions have next forms:

$$N(x, 0) = N(\infty, t), \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial N}{\partial x} \right|_{x=0} = \nu N|_{x=0}, \quad (4)$$

$$N(0, \tau_i) = A. \quad (5)$$

The conditions (3) are evident. Condition (4) is illustrated the motion of excitations in crystal volume because one (defects) are annealed on surface. Condition (5) has place for case when processes optical generation of defects is more intensive than thermal relaxed processes.

Second equation (heat conductivity) for one-dimensional case may be written in the next form

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha(1-R)I_0}{k\tau_i} \exp(-\alpha x) \quad (6)$$

with time and border conditions

$$T(x, 0) = 0, \quad (7)$$

$$T(\infty, t) = 0, \quad (8)$$

where  $T$  – temperature;  $\kappa, k$  – coefficients of temperature and heat conductivity, respectively.

Solution system (6)–(8) has next kind for volume semiconductor

$$T(x, t) = \frac{\alpha(1-R)I_0}{k\tau_i} (\kappa t)^{1/2} \text{ierfc} \left[ \frac{x}{\alpha(\kappa t)^{1/2}} \right] \quad (9)$$

and for surface

$$T(0, t) = \frac{\alpha(1-R)I_0}{k\tau_i} \left( \frac{\kappa t}{\pi} \right)^{1/2}. \quad (10)$$

With help solutions (9), (10) we can receive the temperature dependence for main phenomenological coefficients of system (1)–(5).

For explanation basic experimental data about interaction ruby laser radiation with InSb and InAs the system (1) – (5) may be represented in more simple form (Trokhimchuck, 2016)

$$\frac{N}{\tau'} - D \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = \frac{\alpha \eta (1-R) I_0}{h\nu \tau_r} e^{-\alpha x}, \quad (11)$$

with time and border conditions (3) and (4).

For case  $L \gg x$ , where  $L$  is diffusion length, solution of (11) has next form

$$N = \frac{\alpha \eta \tau' (1-R) I_0}{(\alpha^2 L^2 - 1) \tau_r} \left[ \frac{\alpha L^2 + \nu \tau_r \exp(-x/L)}{L + \nu \tau_r} - \exp(-\alpha x) \right]. \quad (12)$$

Further, we can neglect the surface phenomena ( $\alpha L^2, L \gg \nu \tau_r$ ). It correspond the experimental data the irreversible interaction in volume (but not surface) semiconductor. In this case (12) has next form

$$N = \frac{\alpha \eta \tau' (1-R) I_0}{(\alpha^2 L^2 - 1) \tau_r} \left[ \alpha L \exp(-x/L) - \exp(-\alpha x) \right]. \quad (13)$$

For finding layer concentration (13) must be multiplied on  $x$ . Result of this is next

$$N = \frac{\alpha \eta \tau' (1-R) I_0 x}{(\alpha^2 L^2 - 1) \tau_r} \left[ \alpha L \exp\left(-\frac{x}{L}\right) - \exp(-\alpha x) \right]. \quad (14)$$

The relaxation time  $\tau_r$  is determined from functional dependence  $T(x, t)$  for each layer and corresponding diffusion coefficient is determined as

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{k_B T}\right). \quad (15)$$

Where  $k_B$  is Boltzmann constant.

From (14) we can receive two border approximations. First is named kinetic ( $\alpha L \ll 1$ )

$$N_{k_s} = \frac{\alpha \eta \tau' (1-R) I_0 x}{h \nu \tau_r} \exp(-\alpha x) \quad (16)$$

and second is named dynamic ( $\alpha L \gg 1$ )

$$N_{D_s} = \frac{\eta \tau' (1-R) I_0 x}{h \nu \tau_r} \exp\left(-\frac{x}{L}\right). \quad (17)$$

Now we go to one-diffusion approximation. With help of formulas (14), (16), (17) the calculated profiles of distribution of donor centers in InSb after ruby laser irradiation were received (Trokhimchuck, 2016).

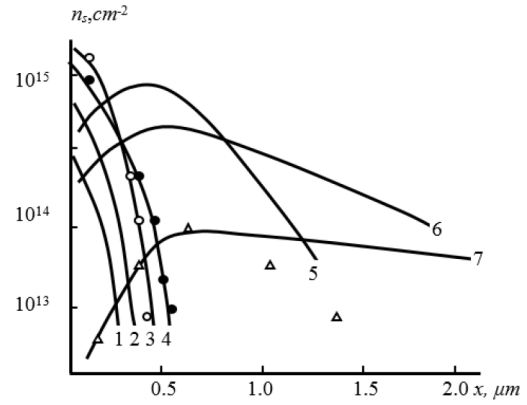
As the basis of calculation the next conditions and approximations were be used

$$L = D_{0\tau_r} \exp\left(-\frac{E_a}{k_B T}\right). \quad (18)$$

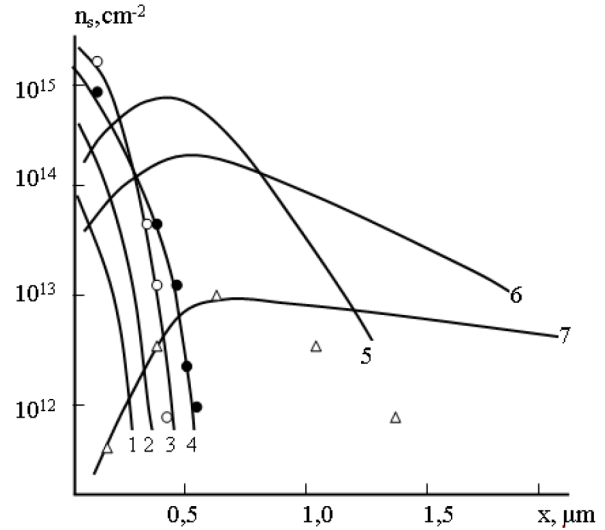
In this approximation we have one mechanism of the scattering as  $D_0 = 0.05 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  is coefficient of the self-diffusion atoms of In;  $E_a = 1.81 \text{ eV}$  is energy of the activity the self-diffusion atoms of In (Trokhimchuck, 2016);  $\tau_r$  is determined with functional dependence  $T(t)$  and equal  $(10 \div 10^3) \tau_i$ ;  $\tau' \sim 10^{-7} \text{ s}$  – the time of the life the unstable carriers in crystal (Trokhimchuck, 2016);  $R = 0.45$  for  $h\nu = 1.78 \text{ eV}$ ;  $\eta = 0.2$  (ionic mechanism);  $a = 2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ ;  $t_i = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ . The binding calculated results to experimental data were provided for  $I_0 = 0.1 \text{ J} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

In Fig.1, the main calculated data coincide with experimental results. More high value the theoretical data for curve 7 is explained the dependence of diffusion coefficient from depth.

Analogous results were received for InAs. Modeling profiles of distribution of laser-generated donor centers are represented in Fig. 2 (Trokhimchuck, 2016).



**Fig. 1. Calculated profiles of the distribution the concentration of donor centers in InSb for various conditions of irradiation ( $J \times \text{cm}^{-2}$ ; curve 1 – 0.018; 2 – 0.04; 3 – 0.07; 4 – 0.096; 5 – 0.12; 6 – 0.14; 7 – 0.16) (Trokhimchuck, 2002)**



**Fig. 2. Calculated profiles of the distribution the concentration of donor centers in InAs for various regimers of irradiation ( $J \times \text{cm}^{-2}$ ; curve 1 – 0,04; 2 – 0,07; 3 – 0,12; 4 – 0,16; 5 – 0,20; 6 – 0,25; 7 – 0,3) (Trokhimchuck, 2016)**

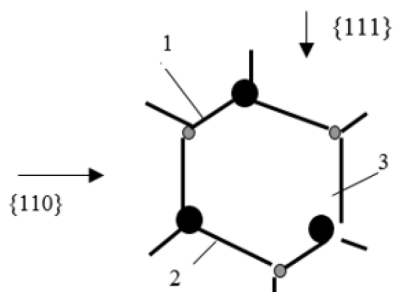
The rough estimation of the effective section of the scattering may be represented as the next schema. The absorption index  $\alpha$  of the light has next kind (3.38).

$$\alpha = \sum_i N_i \sigma_i, i \in (\text{In}, \text{Sb}), \quad (19)$$

where  $N_i$  is the concentration of proper centers of light scattering,  $\sigma_i$  is scattering cross-section of proper centers.

For self-absorption the number of the scattering centers  $N_i$  is equal the atom density the lattice.

For InSb  $N \sim 4 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ; for ruby laser  $\alpha = 2 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ . For this case the section of effective scattering (absorption)  $\sigma = \alpha/N = 5 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$ . For more detail estimation, the effect of the anisotropy the absorption the laser irradiation we are used the two-dimensional lattice (Fig.3) (Trokhimchuck, 2016).



**Fig. 3. Two-dimensional picture the crystal lattice  $A_3B_5$  (including InSb and InAs) the cubic symmetry (sphalerite). Bond 1 is pure covalent. Bond 1 is corresponded to band gap and has value 0,18 eV, bond 2 – 1,95 eV and bond 3 – 2,15 eV.**

**For InAs bond 1 has value 0,36 eV, bond 2 – 3,8 eV and bond 3 – 4,2 eV (Trokhimchuck, 2016)**

The bond 1 is corresponded the pure covalent bond: for InSb and InAs one is equal the sum of the corresponding covalent radiuses. For InSb the length of the bond 1 is equal  $2.8 \times 10^{-8} \text{ cm}$ . The angle between directions  $\{111\}$  the bond 1 and  $\{110\}$  is equal  $37,5^\circ$  for the bond 1. The meaning the “length of the scattering” for our estimation is  $7 \times 10^{-9} \text{ cm}$ . The “effective length” the covalent bond for directions  $\{110\}$  and  $\{111\}$  is equal  $1,56 \times 10^{-8} \text{ cm}$  and  $2,33 \times 10^{-8} \text{ cm}$  respectively. For spherical, elliptical and dumbbells configurations the effective section of the scattering is meant from  $(4-6) \times 10^{-17} \text{ cm}^2$ . The more small meaning the section of the scattering than square of the “effective length” is explained the large volume the “ionic centers” of In and Sb. For this estimation coefficient of the anisotropy the absorption, including the surface density of covalent bonds, is equal the square of the tangent of our angle – 0,45. The experimental data (Trokhimchuck, 2016) is corresponded our estimation.

For more precisions modeling of results, which are represented on Fig. 2.5, will consider now, as a difference of coefficients of self-diffusion of indium and antimony influences on forming of profiles of distribution of donor centers in indium antimonite under irradiation of pulses of Ruby laser by pulse duration of 20 ns.

For one coefficient of diffusion, the general view of the formula for the profile of distribution of donor centers has form (14) (Trokhimchuck, 2016).

Further we used kinetic (formula (16)) and dynamic (formula (17)) approximations. Diffusion length is determined by means of correlation:

$$L = \sqrt{D\tau_r}. \quad (20)$$

It should be noted that the profiles of distribution are necessary to be calculated using a formula (14). However, at the calculation of the left part of the curves of Fig. 1 (subsurface region), it is possible to use correlation (16), and at the calculation of right part of curves is correlation (17).

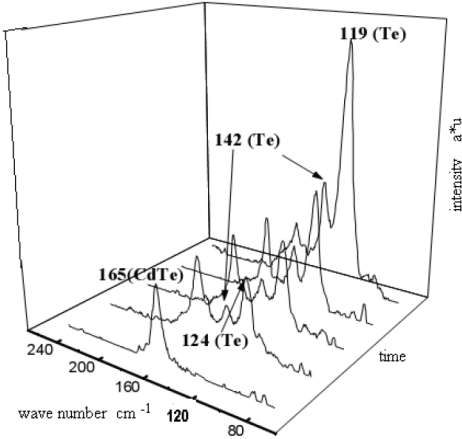
For more precisions modelling, we must go from the one-diffusive approximation to two-diffusive approximation and use these results for the modelling for InSb and InAs. Instead of diffusion of donor centers will examine self-diffusion of atoms of indium and antimony, which are caused by the secondary effects of Relaxed Optics. As known from literature (Trokhimchuck, 2016) the atoms of indium and antimony or indium and arsenic have different coefficients of self-diffusion. In addition, according to the Kapayev–Kopayev–Molotkov theory (Trokhimchuck, 2016) the intensive generation of electrons (in our case of donor centers) realizes in a subsurface layer, that is why it follows to expect that a subsurface area is anymore enriched by the ions of antimony. The coefficient of self-diffusion (more correct it will be to say the photostimulated diffusion) of atoms of antimony less than of atoms of indium. It is confirmed to the experimental results of L. Prinsloo and M.Lee (Prinsloo, 2003–2005) for the actions of radiation of argon laser on to the cadmium telluride: the ions of tellurium remain in a subsurface area, while the ions of cadmium go to the depth of the irradiated material.

Tendency of the creation of tellurium on surface CdTe after argon-laser irradiation (wavelength 514.5 nm) under intensity of irradiation was observed in (Prinsloo, 2003–2005). Irradiation in the region of destruction of surface was carried in continuous regime with duration of irradiation 60 s. Power of irradiation was oscillated from 1 mW to 10 mW, diameter of irradiated surface – from 2  $\mu\text{m}$  to 12  $\mu\text{m}$ . Band gap of CdTe (thermal dependence) is equaled

$$E_g = (1.605 - 4.9 \cdot 10^{-4}T) \text{ eV},$$

where 1.605 eV – band gap of CdTe under temperature 2K. Photon energy of laser irradiation  $h\nu = 2.41$  eV. Another words we have case  $h\nu > E_g$ .

Typical spectra of Raman scattering for CdTe and Te are represented in Fig. 4.



**Fig. 4. Spectra of Raman scattering under irradiation with  $w < 3 \text{ kW} \cdot \text{cm}^{-2}$  (Prinsloo, 2003–2005)**

Furthermore, if for silicon we must proof various mobility of atoms – partners of covalent bonds, for cadmium telluride, this question is resolved because atoms of Te and Cd have various mobility's (various self-diffusive coefficients). An appearance of Te peaks may be caused or migration atoms of Cd in volume of irradiated materials or it particular sublimation. Considering that value of intensity of irradiation has place near threshold of destruction of semiconductors, sublimation of cadmium is process that is more possible because cadmium as metal has more large mobility as tellurium).

As can be seen from represented data we can't speak about annealing of damages in irradiated cadmium telluride. Nature of these phenomena is next: stratification of semiconductor is realized and new stable states and phases may be generated. An appearance of separate regions of atoms tellurium and cadmium on surface (Prinsloo, 2003 – 2005) is caused of diffractive structure of focused laser beam. In the region of diffractive maximums sublimation of cadmium is basic process and therefore rest layers are enriched of atoms of tellurium; in the region of diffractive minimums – “superstructural” subsurface layers of cadmium. Sublimation and diffusion in volume of materials of atoms of cadmium are realized for irradiation for less intensity of irradiation too, therefore peaks

of tellurium are presented in Raman spectra for all represented diapason of irradiation (Fig. 4).

Literary data for self-diffusion of atoms of indium and furnace in the indium antimonite are contradictory (Trokhimchuck, 2016). Therefore will use those data that correspond to experimental data, namely, the coefficient of self-diffusion of atoms of indium is higher, than of antimony.

For the estimation of diffusive «tails» of curves 5–7 of Fig. 2.5, we are using modified formula (17) for the ions of antimony and indium

$$N_{D_{si}} = \frac{\eta\tau'(1-R)I_0x}{h\nu\tau_r} \exp\left(-\frac{x}{L_i}\right), \quad i \in (In, Sb). \quad (17a)$$

Concordantly (Shaw, 1973) temperature dependence of coefficients of diffusion is represented in a kind

$$D = D_{0i} \exp\left(-\frac{Q_i}{k_B T}\right), \quad i \in (In, Sb), \quad (15 a)$$

where  $Q$  – proper activation energy of self-diffusion.

For a calculation we select next data (Trokhimchuck, 2016)

$$D_{0Sb} = 3.1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^2/\text{s}, \quad D_{0In} = 1.76 \cdot 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}.$$

Farther a calculation was conducted thus. The descriptions resulted in got out for a calculation (Trokhimchuck, 2016), however correlation of energies of activating of self-diffusion undertook to such as in (Shaw, 1973), what correspond to experimental data. Then in obedience to formula (15) the coefficient of self-diffusion of antimony was estimated for the temperature of 800K (temperature of melting of indium antimonide). In future, a scenario of calculation was following. Diffusive length of 0,7  $\mu\text{m}$  (a curve 7 Fig. 1) is corresponded to diffusion of antimony, as we get the inverted layer of donor type on substrate of p-type. Relaxation time is equalled of relaxation  $\tau_r = 10^3 \tau_i = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ . Then, the coefficient of diffusion of atoms of antimony is determined from equation:

$$D_{Sb} = \frac{L_{Sb}^2}{\tau_r} = 2.45 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}.$$

The obtained calculation data allow quality to explain behaviour of «tails» of curves of Fig. 1. Depth of formation of donor centers for a curve 7 of Fig. 1 ( $\sim 1,5 \mu\text{m}$ ) approximately corresponded a depth on that the concentration of centers of p-type

(atoms of indium) becomes more than concentration of centers of n-type (atoms of antimony). From the value of this length, which is calculated according to correlation  $x_{eq} = \frac{L_{in}L_{Sb}}{L_{in}-L_{Sb}} \ln \frac{L_{in}}{L_{Sb}} = 1.5 \mu m$ , we get diffusive run-length of atoms of indium  $L_{in} = 4.2 \mu m$ .

The coefficient of diffusion of atoms of indium is determined like analogous to as a antimony and equal

$$D_{in} = \frac{L_{in}^2}{\tau_r} = 8.82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}.$$

Having these data, we can now define energies of activation of the photostimulated diffusion of atoms of indium and antimony. They are determined from equation

$$Q_{ln(Sb)} = kT \ln \frac{D_{0ln(Sb)}}{D_{ln(Sb)}}.$$

After substitution of corresponding data we have  $Q_{ln} = 2.45 \text{ eV}$ ,  $Q_{Sb} = 2.71 \text{ eV}$ . Literary data (Atomic, 1973) give value  $Q_{ln} = Q_{Sb} = 4.3 \text{ eV}$ . These data behave to material of n-type. We have an irradiation of material of p-type, and for this material the atoms of indium have more mobility than atoms of antimony. Naturally, we must take into account and diffusion (radiation (photo) stimulated (Trokhimchuck, 2002)) that decreases energy of activation.

These calculations allow quality correctly to explain the tendency of behaviour of tails of profiles of distribution of «diffusive» type (curves 5–7 of Fig. 1) of donor photostimulated centers, in the indium antimonite, and in principle, this method of calculation can be extended on all double compounds, including the processes of the laser alloying of cadmium telluride with a help of the radiations of argon laser (Prinsloo, 2003 – 2005).

Analogous results were receiving for indium arsenide (Trokhimchuck, 2016). Data for estimation was next  $D_{0ln} = 6 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D_{0As} = 3 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$ , relaxation time  $\tau_r = 10^3 \tau_i = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ . Diffusion length of As atoms is equal  $0.7 \mu m$  (for curver 7 of Fig. 2). From the value of this length, which is calculated according to correlation

$x_{eq} = \frac{L_{in}L_{As}}{L_{in}-L_{As}} \ln \frac{L_{in}}{L_{As}} = 1.5 \mu m$ , we get diffusive run-length of atoms of indium  $L_{in} = 4.2 \mu m$ . Proper coefficients of self-diffusion are equaled  $D_{As} = \frac{L_{As}^2}{\tau_r} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D_{ln} = \frac{L_{ln}^2}{\tau_r} = 3 \cdot 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$  and energy of diffusion activation –  $Q_{ln} = 1.76 \text{ eV}$ ,  $Q_{As} = 2.8 \text{ eV}$ .

The represented two-diffusive model over shows as far as effective there can be an account of different mobility of atoms-components of semiconductor (in this case indium antimonite) for explanation of effects of irreversible interaction of laser radiation with semiconductors.

For more detailed description, design and explanation of effects of irreversible interaction of laser radiation with semiconductors it is necessary to develop the methods of nonlinear dynamics.

Based on this model, it is concluded that such modeling methods can be extended to all binary compounds and it is worth expanding these methods to more complex materials (ternary, quaternary, etc.). This is necessary in order to adequately explain and describe the relevant experimental results for the  $\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{Te}$  (Bahir, 1981). In this case, we can use the concept of the Manning factor (Manning, 1968), which is successfully used to describe diffusion processes in complex systems (Belova, 2017; Ganguly, 2002; Haitjanas, 2005).

### Conclusions.

1. Some problems of modelling diffusive processes of Relaxed Optics for indium antimonite and indium arsenide are discussed.

2. The system of photokinetic and heat-conductivity equations were selected for modelling.

3. Particular case of general resolution of this system equations (dynamic approximation) was used for the modelling the diffusion processes.

4. One-diffusion approximation allow explaining left parts of diffusion profiles of distribution of laser-induced donor centers.

5. Two diffusive approximation allow explaining the behavior of all diffusion profiles.

6. It is advisable to expand and adapt these modeling methods for more complex compounds (ternary, quaternary, etc.)

# BIBLIOGRAPHY:

1. Bahir G., Bernstein T. cw CO<sub>2</sub> and ruby laser annealing of ion-implanted Hg<sub>x</sub>Cd<sub>1-x</sub>Te. *Applied Physics Letters*, v.39, No.9, 1981. P.730–732.
2. Belova I. V., Ahmed T., Sarder U., Evteev A. V., Levchenko E. V., Murch G. E. The Manning factor for direct exchange and ring diffusion mechanisms. *Philosophical Magazine*, vol. 97, is. 4, 2017. P. 230–247.
3. Boltaks B. I. Diffusion in Semiconductors. London, Melbourne: Hassell Street Press, 2021. 400 p.
4. Ganguly J. Diffusion kinetics in minerals: Principles and applications to tectono-metamorphic processes. *EMU Notes in Mineralogy*, Vol. 4, Chapter 10, 2002. P. 271–309.
5. Heitjans P., Kärger J., eds. Diffusion in condensed matter: Methods, Materials, Models (2nd ed.). Berlin – Heidelberg, 2005. 965 p.
6. Manning J. Diffusion Kinetics for Atoms in Crystals. Princeton: Van Nostrand, 1968. 275 p.
7. Prinsloo L.C., Lee M. E. Laser induced formation of a Te on CdTe. Internet Archive (University of Pretoria @ University of North, South Africa) 2003–2005. 2 p.
8. Shaw D., eds. Atomic diffusion in semiconductors. Ed. by New York: Plenum Press, 1973. XIII+607 p.
9. Trokhimchuck P. P. Relaxed optical phenomena in InSb and InAs and comparative analysis with other experimental data./Proc. SPIE/Ukraine. *Current Research in Optics and Photonics*. № 2, 2002. P. 110–118.
10. Trokhimchuck P. P. Relaxed Optics: Realities and Perspectives. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2016. 260 p.

# REFERENCES:

1. Bahir, G., & Bernstein, T. (1981) cw CO<sub>2</sub> and ruby laser annealing of ion-implanted Hg<sub>x</sub>Cd<sub>1-x</sub>Te. *Applied Physics Letters*, v.39, No.9, pp.730–732.
2. Belova, I. V., Ahmed, T., Sarder, U., Evteev, A. V., Levchenko, E. V., & Murch G. E. (2017) *The Manning factor for direct exchange and ring diffusion mechanisms*. *Philosophical Magazine*, vol. 97, is. 4, pp. 230–247.
3. Boltaks, B. I. (2021) *Diffusion in Semiconductors*. London, Melbourne: Hassell Street Press, 400 p.
4. Ganguly, J. *Diffusion kinetics in minerals: Principles and applications to tectono-metamorphic processes*. *EMU Notes in Mineralogy*, Vol. 4, Chapter 10, 2002. P. 271–309.
5. Heitjans, P., Kärger, J., eds. (2005) *Diffusion in condensed matter: Methods, Materials, Models* (2nd ed.). Berlin – Heidelberg, 965 p.
6. Manning, J. *Diffusion Kinetics for Atoms in Crystals* (1968). Princeton: Van Nostrand, 275 p.
7. Prinsloo, L. C., & Lee M. E. (2003–2005) Laser induced formation of a Te on CdTe. Internet Archive (University of Pretoria @ University of North, South Africa). 2 p.
8. Shaw, D. (1973) eds. *Atomic diffusion in semiconductors*. Ed. by D. Shaw. New York: Plenum Press, XIII+607 p.
9. Trokhimchuck, P. P. (2002) *Relaxed optical phenomena in InSb and InAs and comparative analysis with other experimental data*. Proc. SPIE/Ukraine. *Current Research in Optics and Photonics*, № 2, pp.110–118.
10. Trokhimchuck, P. P. (2016) *Relaxed Optics: Realities and Perspectives*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 260 p.

Дата надходження статті: 15.09.2025

Дата прийняття статті: 29.09.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 621.315.592

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-13>

**Юрій ХМАРУК**

аспірант, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**Олександр ЯНЧУК**

кандидат хімічних наук, доцент кафедри хімії та технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0375-0475>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 24287260700

**Олексій ВИШНЕВСЬКИЙ**

кандидат геолого-мінералогічних наук, провідний науковий співробітник, відділ проблем алмазоносності, Інститут геохімії, мінералогії та рудоутворення ім. М.П.Семененка Національної Академії наук України, просп. Академіка Палладіна 34, м. Київ, Україна, 03142

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7206-2185>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36621586300

**Ярослав ЄНДРИКА**

доктор інженерії кафедри автоматики, електротехніки і оптоелектроніки, Ченстоховський політехнічний університет, вул. Армії Крайової 19, м. Ченстохова, Польща, 42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7047-6624>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 55053482500

**Анна МІГАЛЬСЬКА-ЗАЛАС**

доктор габілітований, професор інституту фізики, Університет імені Яна Длугоша в Ченстохові, вул. Армії Крайової, 13/15, м. Ченстохова, Польща, 42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1663-6065>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 6602621194

**Бібліографічний опис статті:** Хмарук, Ю., Янчук, О., Вишневський, О., Єндрика, Я., Мігальська-Залас, А. (2025). Вплив концентрації вихідних речовин на структурні та морфологічні характеристики електрохімічно синтезованих нанокристалів CdS. *Фізика та освітні технології*, 2, 94–101, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-13>

## ВПЛИВ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВИХІДНИХ РЕЧОВИН НА СТРУКТУРНІ ТА МОРФОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРОХІМІЧНО СИНТЕЗОВАНИХ НАНОКРИСТАЛІВ CdS

У роботі представлено результати комплексного дослідження впливу концентрації хлориду натрію в електrolіті на структурні, морфологічні та нелінійно-оптичні властивості нанокристалів кадмій сульфід (CdS). Нівпровідникові сполуки групи  $A_2B_6$  є перспективними матеріалами для сучасної оптоелектроніки та фотоніки завдяки унікальним фізико-хімічним властивостям, що виникають внаслідок квантово-розмірних ефектів. Синтез наноструктур здійснювався методом електролізу водного розчину, що містив тіокарбамід та хлорид натрію, з використанням розчинного кадмієвого анода. Процес проводили при температурі 363 K та сталій густині струму 0,192 А/см<sup>2</sup>. Ключовою особливістю роботи є аналіз впливу концентрації NaCl у широкому діапазоні від 0,2 до 2,0 М на формування кристалічної структури осаду.

За допомогою скануючої електронної мікроскопії (SEM) встановлено, що синтезовані нанокристали мають переважно пластівчасту морфологію. Розмірний аналіз виявив полідисперсність зразків: діаметр частинок варіюється в межах 5–70 нм, при цьому середній розмір становить 35–40 нм, а товщина пластівців – 5–25 нм. Важливим експериментальним результатом є те, що зміна концентрації солі-прекурсорів не чинить суттєвого впливу на середні геометричні параметри наночастинок, що свідчить про стабільність механізмів зародкоутворення в обраних умовах. Рентгенівська дифрактометрія (XRD) показала, що всі отримані зразки є двофазними системами, що містять суміш метастабільної кубічної фази (сфалерит) та термодинамічно стабільної гексагональної фази (вюрцит). Виявлено нелінійну залежність фазового складу від концентрації NaCl: вміст ацетричної фази вюрциту варіюється в межах 74–90 %, досягаючи максимуму при концентрації 1,4 М.

Особливу увагу приділено дослідженню нелінійно-оптичних властивостей синтезованих нанопорошків методом генерації другої гармонії (ГДГ) під дією лазерного випромінювання. Експериментально підтверджено високу ефективність генерації другої оптичної гармонії. Встановлено чітку кореляцію між фазовим складом нанокристалів та величиною нелінійно-оптичного відгуку. Зразок із максимальним вмістом нецентросиметричної фази вюрциту (90 %) продемонстрував найвищу ефективність перетворення частоти (вихідний сигнал 1150 мВ), тоді як зразки з меншим вмістом цієї фази показали нижчі результати. Отримані дані доводять можливість цілеспрямованого керування функціональними властивостями наноматеріалів шляхом оптимізації складу електроду, що є важливим для створення нових ефективних середовищ для нелінійної оптики.

**Ключові слова:** нанокристали, електрохімічний синтез, рентгенівська дифракція, морфологія, фазовий склад, генерація другої гармонії.

### **Yurii KHMARUK**

Postgraduate Student, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

### **Oleksandr YANCHUK**

Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor at the Department of Chemistry and Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0375-0475>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 24287260700

### **Oleksii VYSHNEVSKIY**

Candidate of Geological and Mineralogical Sciences, Leading Researcher, Department of Diamond Problems, M.P. Semenenko Institute of Geochemistry, Mineralogy and Ore Formation of NAS of Ukraine, 34 Academician Paladin ave., Kyiv, Ukraine, 03142

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7206-2185>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36621586300

### **Jaroslav JEDRYKA**

Doctor of Engineering at the Department of Automation, Electrical Engineering, and Optoelectronics, Częstochowa University Of Technology, 17 Academician Paladin ave., Częstochowa, Poland, 42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7047-6624>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 55053482500

### **Anna MIGALSKA-ZALAS**

Doktor Habilitatus, Professor of Institute of Physics, Jan Długosz University in Częstochowa, 13/15 Armii Krajowej str., Częstochowa, Poland, PL-42-200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1663-6065>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 6602621194

**To cite this article:** Khmaruk, Yu., Yanchuk, O., Vyshnevskiy, O., Jedryka, J., Migalska-Zalas, A. (2025). Vplyv kontsentratsii vykhidnykh rehovyn na strukturni ta morfolohichni kharakterystyky elektrokhimichno syntezovanykh nanokrystaliv CdS [Influence of precursor concentration on structural and morphological characteristics of electrochemically synthesized CdS nanocrystals]. *Physics and Educational Technology*, 2, 94–101, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-13>

## INFLUENCE OF PRECURSOR CONCENTRATION ON STRUCTURAL AND MORPHOLOGICAL CHARACTERISTICS OF ELECTROCHEMICALLY SYNTHESIZED CDS NANOCRYSTALS

*The paper presents the results of a comprehensive study on the influence of sodium chloride concentration in the electrolyte on the structural, morphological, and nonlinear optical properties of cadmium sulfide (CdS) nanocrystals.  $A_2B_6$  semiconductor compounds are promising materials for modern optoelectronics and photonics due to unique physicochemical properties arising from quantum confinement effects. The synthesis of nanostructures was carried out by electrolysis of an aqueous solution containing thiourea and sodium chloride, using a soluble cadmium anode. The process was conducted at a temperature of 363 K and a constant current density of 0.192 A/cm<sup>2</sup>. A key feature of the work is the analysis of the NaCl concentration influence in a wide range from 0.2 to 2.0 M on the formation of the precipitate crystal structure.*

*Using scanning electron microscopy (SEM), it was established that the synthesized nanocrystals possess predominantly flake-like morphology. Size analysis revealed the polydispersity of the samples: the particle diameter varies within 5–70 nm, with an average size of 35–40 nm, and the flake thickness is 5–25 nm. An important experimental result is that the change in precursor salt concentration does not exert a significant influence on the average geometric parameters of nanoparticles, indicating the stability of nucleation mechanisms under the chosen conditions. X-ray diffraction (XRD) showed that all obtained samples are two-phase systems containing a mixture of metastable cubic phase (sphalerite) and thermodynamically stable hexagonal phase (wurtzite). A nonlinear dependence of the phase composition on NaCl concentration was revealed: the content of the acentric wurtzite phase varies within 74–90 %, reaching a maximum at a concentration of 1.4 M.*

*Particular attention is paid to the study of the nonlinear optical properties of the synthesized nanopowders using the Second Harmonic Generation (SHG) method under laser radiation. High efficiency of second optical harmonic generation was experimentally confirmed. A clear correlation between the phase composition of nanocrystals and the magnitude of the nonlinear optical response was established. The sample with the maximum content of the non-centrosymmetric wurtzite phase (90 %) demonstrated the highest frequency conversion efficiency (output signal 1150 mV), whereas samples with a lower content of this phase showed lower results. The obtained data prove the possibility of targeted control of the functional properties of nanomaterials by optimizing the electrolyte composition, which is important for creating new effective media for nonlinear optics.*

**Key words:** nanocrystals, electrochemical synthesis, X-ray diffraction, morphology, phase composition, second harmonic generation.

**Вступ.** Напівпровідникові нанокристали (НК) або квантові точки привертають значну увагу дослідників завдяки своїм унікальним фізико-хімічним властивостям, які суттєво відрізняються від властивостей об'ємних матеріалів. Ці матеріали знаходять широке практичне застосування в сучасній наноелектроніці та фотоніці, зокрема як компоненти оптоелектронних транзисторів, сонячних елементів, світлодіодів та флуоресцентних біологічних міток для довготривалої візуалізації живих клітин (Jaiswal, 2003; Brown 2002; Chan, 2002; Sweeney, 2004). Серед широкого класу напівпровідників сполуки групи  $A_2B_6$ , зокрема сульфід кадмію (CdS), займають особливе місце завдяки своїй ширині забороненої зони (~2.42 eV), що робить їх перспективними для роботи у видимій області спектра (Alivisatos, 1996).

Крім того, халькогенідні нанокристали демонструють відмінні фотомеханічні характеристики для лазерного застосування. Це зумовлено їхньою високою фототермічною стабільністю під дією зовнішнього лазерного випромінювання (Ozga, 2018) у поєднанні з високим ангармонізмом фононів, що

є типовим для халькогенідів (Parasyuk, 2017; Krymus, 2017). Нелінійно-оптичні властивості таких структур, зокрема генерація другої та третьої гармонік, активно досліджуються з метою створення нових матеріалів для лазерних модулаторів та оптичних перемикачів (Ebothé, 2018; Tan, 2016; Wang, 2009; Misra, 2016).

Відомо, що оптичні та електронні властивості нанокристалів критично залежать від їхніх геометричних параметрів, таких як розподіл частинок за розмірами та їхня форма (Peng, 2000). Зменшення розмірів частинок до нанометрового діапазону призводить до прояву квантово-розмірних ефектів, що дозволяє керувати шириною забороненої зони та спектрами поглинання (Banerjee, 2000). Тому ключовим викликом у синтезі напівпровідникових нанокристалів є точний контроль цих властивостей шляхом маніпулювання параметрами синтезу (Li, 2005).

Існує багато методів отримання наночастинок CdS, включаючи хімічне осадження, сольвотермальний синтез, мікрохвильове опромінення та золь-гель метод (Karan, 2007). Проте, серед різноманітних підходів, електрохімічні

методи (електроліз) виглядають особливо перспективними завдяки своїй гнучкості, відносній простоті апаратурного оформлення та можливості точного контролю процесу (Yanchuk, 2012). Електрохімічний синтез дозволяє отримувати нанопорошки високої чистоти, регулюючи такі параметри, як густина струму, температура, природа розчинника та склад електроліту (Kityk, 1996; Tkaczyk, 2008). Цей метод, захищений патентом України (Янчук, 2014), дозволяє отримувати наноструктури з контрольованою морфологією.

Важливу роль у формуванні наночастинок відіграють умови середовища, зокрема наявність полімерних матриць (наприклад, полівінілового спирту – ПВС) або поверхнево-активних речовин, які запобігають агломерації та стабілізують ріст кристалів (Fediv, 2010). Водночас концентрація прекурсорів (вихідних речовин) в електроліті є фундаментальним фактором, що визначає кінетику зародкоутворення та росту кристалів, а отже, і кінцевий фазовий склад та дисперсність продукту. Незважаючи на значну кількість робіт, присвячених синтезу CdS, вплив концентрації солі-прекурсора (зокрема NaCl) при електрохімічному синтезі на структурно-морфологічні характеристики нанокристалів залишається вивченим недостатньо.

Метою даної роботи є встановлення впливу концентрації хлориду натрію в електроліті на фазовий склад, морфологію та дисперсність нанокристалів CdS, отриманих методом електрохімічного синтезу, а також аналіз їхньої структурної якості методами рентгенівської дифракції та електронної мікроскопії.

**Методика експерименту.** Нанорозмірні частинки кадмій сульфід (CdS) отримували методом електролізу водного розчину хлориду натрію та тіокарбаміду (концентрація 15,22 г/л або 0,20 М) з використанням розчинного кадмієвого анода. Синтез проводили при температурі 363 К та сталій густині струму 0,192 А/см<sup>2</sup>. Тривалість електролізу становила 20 хвилин для всіх експериментів.

Для дослідження впливу концентрації прекурсору на властивості наночастинок було проведено серію з 10 дослідів, у яких концентрація натрій хлориду варіювалася в інтервалі від 0,2 до 2,0 М з кроком 0,2 М. Основні параметри синтезу наведено в Таблиці 1.

Процедура синтезу. Вихідні компоненти (хлорид натрію та тіокарбамід) розчиняли у гарячій дистильованій воді у мірній колбі, доводячи об'єм до мітки при температурі експерименту (90 °C). Отриманий розчин переносили у термостатований електролізер об'ємом 400 мл. У розчин занурювали два циліндричні електроди: кадмієвий анод та сталевий катод (площа поверхні кожного 5,0 см<sup>2</sup>), підключені до джерела живлення В5-46.

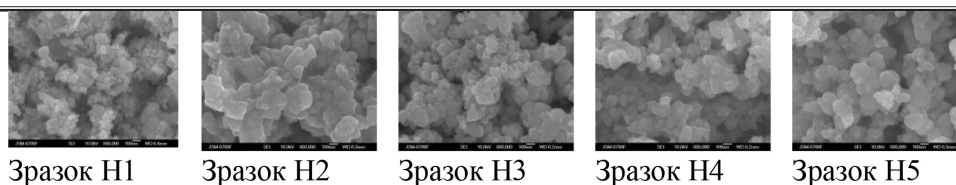
Після досягнення заданої температури вмикали джерело живлення та таймер. Внаслідок розчинення анода в об'ємі електроліту утворювалися частинки оранжевого кольору, які осідали на дно. Після завершення синтезу електролізер охолоджували до кімнатної температури. Вміст переносили у більшу ємність з дистильованою водою для відстоювання осаду протягом доби. Процедуру декантації та промивання осаду дистильованою водою повторювали 5 разів до повного видалення залишків електроліту. Отриманий порошок висушували у сушильній шафі при 50 °C. Кадмієві електроди промивали, висушували та зважували для контролю витрати матеріалу [посилання на патент].

**Методи дослідження.** Фазовий склад синтезованих порошків досліджували методом рентгенівської дифракції на дифрактометрі DRON-4-13 (випромінювання Cu-K $\alpha$ ). Морфологію та розміри частинок визначали за допомогою польового скануючого електронного мікроскопа JSM-6700F («JEOL») (Інститут геохімії, мінералогії та рудоутворення ім. М. П. Семененка НАН України). Перед зйомкою на поверхню зразків методом наплення наносили плівку платини товщиною 30 Å. Зйомку проводили в режимі вторинних електронів (SE) при прискорювальній напрузі 10 кВ та струмі пучка 0,65 нА.

Таблиця 1

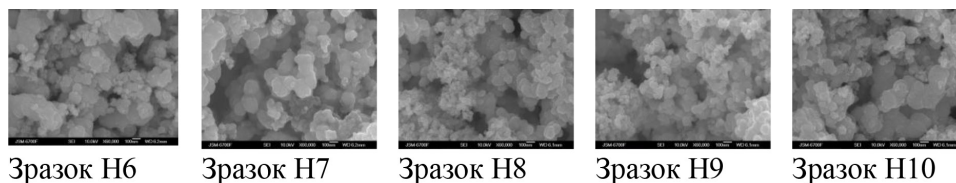
Умови електрохімічного синтезу досліджуваних зразків CdS (серія Н)

| Зразок     | Н1  | Н2  | Н3  | Н4  | Н5  | Н6  | Н7  | Н8  | Н9  | Н10 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| [NaCl], М  | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 |
| Напруга, В | 8,7 | 6,1 | 3,9 | 4,0 | 3,4 | 3,8 | 3,5 | 2,3 | 2,3 | 2,1 |



Зразок Н1      Зразок Н2      Зразок Н3      Зразок Н4      Зразок Н5

**Рис. 1.** SEM-зображення зразків сульфідів кадмію, синтезованих за однакової температури (90 °C), часу електролізу (20 хв), густини струму (0,192 А/см<sup>2</sup>), концентрації тіокарбаміду (0,2 моль/л), але різної концентрації NaCl (моль/л): Н1 – 0,2; Н2 – 0,4; Н3 – 0,6; Н4 – 0,8; Н5 – 1,0



Зразок Н6      Зразок Н7      Зразок Н8      Зразок Н9      Зразок Н10

**Рис. 2.** SEM-зображення зразків сульфідів кадмію, синтезованих за однакової температури (90 °C), часу електролізу (20 хв), густини струму (0,192 А/см<sup>2</sup>), концентрації тіокарбаміду (0,2 моль/л), але різної концентрації NaCl (моль/л): Н6 – 1,2; Н7 – 1,4; Н8 – 1,6; Н9 – 1,8; Н10 – 2,0

**Експериментальні результати та їх обговорення.** Як показано на рис. 1 і 2, частинки мають форму переважно пластівців. Частинки порошку мають розміри в широкому діапазоні від 5 до 70 нм. Діаметр пластівців – 15 ÷ 70 нм, а товщина – 5 ÷ 25 нм. Середні діаметри частинок знаходяться в діапазоні 35–40 нм. Вплив концентрації натрій хлориду на діаметр частинок-пластівців незначний.

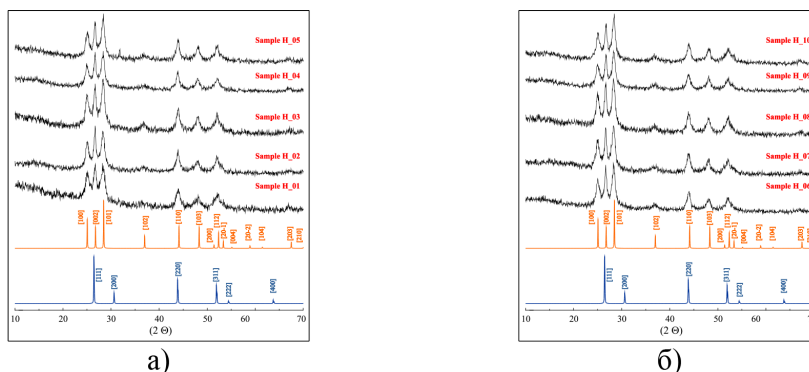
Детальний аналіз геометричних параметрів показав, що діаметр пластівців становить 15–70 нм, а їх товщина – 5–25 нм. Середній діаметр частинок для всієї серії зразків (Н1–Н10) знаходиться в межах 35–40 нм.

Важливим результатом є те, що зміна концентрації натрій хлориду в електроліті в діапазоні від 0,2 до 2,0 М практично не впливає на середній розмір та форму частинок-пластівців. Це

вказує на те, що механізм росту кристалітів та їх агрегація в даних умовах синтезу визначаються переважно природою розчинника та стабілізатора, а не іонною силою розчину прекурсору.

Рентгеноструктурний аналіз (XRD) підтвердив, що отримані порошки є чистим кадмій сульфідом (рис. 3).

На дифрактограмах усіх зразків присутні рефлекси, характерні для двох кристалічних модифікацій: гексагональної (вюрцит, просторова група  $P6_3mc$ ); кубічної (сфалерит, просторова група  $F43m$ ). Таким чином, одержаний порошкоподібний продукт є чистим кадмій сульфідом зі змішаною гексагональною та кубічною структурою типу вюрциту та сфалериту відповідно. Розрахунок кількісного співвідношення фаз (Таблиця 2) показав, що у всіх зразках домінує фаза вюрциту.



**Рис. 3.** Експериментальні та теоретичні порошкограми зразків кадмій хлориду, синтезованих за однакової температури (90 °C), часу електролізу (20 хв), густини струму (0,192 А/см<sup>2</sup>), концентрації тіокарбаміду (0,2 моль/л), але різної концентрації NaCl (моль/л): а) Н1 – 0,2; Н2 – 0,4; зразок Н3 – 0,6; Н4 – 0,8; Н5 – 1,0; б) Н6 – 1,2; Н7 – 1,4; зразок Н8 – 1,6; Н9 – 1,8; Н10 – 2,0

Вміст вюрциту та сфалериту

| Зразок             | H1 | H2 | H3 | H4 | H5 | H6 | H7 | H8 | H9 | H10 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Вміст вюрциту, %   | 82 | 85 | 84 | 86 | 87 | 74 | 90 | 86 | 77 | 80  |
| Вміст сфалериту, % | 18 | 15 | 16 | 14 | 13 | 26 | 10 | 14 | 23 | 20  |

Вміст гексагональної фази варіюється в межах 74–90 %.

Встановлено, що концентрація натрій хлориду впливає на фазовий баланс нелінійно. Найвищий вміст ацентричної фази вюрциту (90 %) зафіксовано для зразка H7 ( $[\text{NaCl}] = 1,4 \text{ M}$ ), тоді як при концентрації 1,2 M (зразок H6) спостерігається мінімум (74 %). Це свідчить про складну залежність кінетики кристалізації від складу електроліту.

Для оцінки ефективності використання отриманих наноструктур в оптоелектроніці було досліджено ефект генерації другої гармоніки (ГДГ) лазерного випромінювання. Експериментальні дані залежності вихідного сигналу ГДГ (у мВ) від енергії накачки (в мДж) для вибраних зразків наведено на рис. 4.

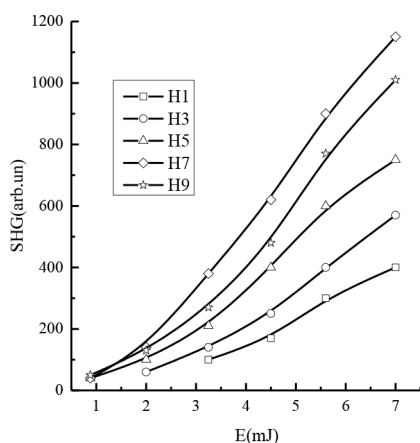


Рис. 4. Інтенсивність генерації другої гармоніки синтезованих нанопорошків CdS

Найвищу ефективність перетворення частоти продемонстрував зразок H7, для якого максимальний сигнал склав 1150 відн.од при енергії накачки 7 мДж. Цей результат добре узгоджується з даними рентгеноструктурного аналізу, згідно з якими саме зразок H7 містить найбільшу частку нецентросиметричної фази вюрциту (90 %). Оскільки ГДГ є ефектом другого порядку, що дозволений лише в ацентричних середовищах, збільшення вмісту гексагональної фази  $P6_3mc$

безпосередньо сприяє підсиленню нелінійно-оптичного відгуку.

Зразок H1, що має менший вміст вюрциту (82 %), показав найнижчу ефективність ГДГ (400 мВ). Таким чином, оптимізація концентрації прекурсору (NaCl) дозволяє керувати фазовим складом нанокристалів і, як наслідок, суттєво підвищувати їхню функціональну ефективність для задач нелінійної оптики.

**Висновки.** Методом електрохімічного синтезу в водному розчині тіокарбаміду успішно одержано нанокристалічний сульфід кадмію (CdS) при варіюванні концентрації електроліту (NaCl) в межах 0,2–2,0 M. Рентгенофазовий аналіз підтвердив, що всі синтезовані зразки є двофазними системами, що містять суміш гексагональної (вюрцит,  $P6_3mc$ ) та кубічної (сфалерит,  $F43m$ ) модифікацій.

Встановлено, що концентрація солі-прекурсору (NaCl) не є визначальним фактором для розмірних характеристик наночастинок у досліджуваному діапазоні. Методом скануючої електронної мікроскопії показано, що для всіх зразків характерна пластівчаста морфологія із середнім діаметром частинок 35–40 нм та товщиною 5–25 нм.

Виявлено нелінійну залежність фазового складу нанокристалів від концентрації натрій хлориду. Вміст ацентричної фази вюрциту варіюється від 74 % до 90 %. Максимальна частка гексагональної фази (90 %) досягається при концентрації NaCl 1,4 M.

Дослідження нелінійно-оптичних властивостей показало, що синтезовані нанопорошки ефективно генерують другу оптичну гармоніку під дією лазерного випромінювання. Встановлено пряму кореляцію між фазовим складом та інтенсивністю вихідного сигналу ГДГ: зразок із найвищим вмістом нецентросиметричної фази вюрциту (H7) продемонстрував максимальну ефективність перетворення (1150 відн.од). Це відкриває можливості для керування нелінійно-оптичним відгуком матеріалу шляхом оптимізації складу електроліту.

# ЛІТЕРАТУРА:

1. Jaiswal J. K., Mattoussi H., Mauro J. M., Simon S. M. Long-term multiple color imaging of live cells using quantum dot bioconjugates. *Nat. Biotechnol.* 2003. Vol. 21. P. 47–51.
2. Brown K. R., Lidar D. A., Whaley K. B. Quantum computing with quantum dots on quantum linear supports. *Phys. Rev. A*. 2002. Vol. 65. 012307.
3. Chan W. C. W., Maxwell D. J., Gao X. H., Bailey R. E., Han M. Y., Nie S. M. Luminescent quantum dots for multiplexed biological detection and imaging. *Curr. Opin. Biotechnol.* 2002. Vol. 13. P. 40–46.
4. Sweeney R. Y., Mao C., Gao X., Burt J. L., Belcher A. M., Georgiou G., Iverson B. L. Bacterial Biosynthesis of Cadmium Sulfide Nanocrystals // *Chem. Biol.* 2004. Vol. 11. P. 1553–1559.
5. Alivisatos A. P. Semiconductor clusters, nanocrystals, and quantum dots. *Science*. 1996. Vol. 271. P. 933–937.
6. Ozga K., Yanchuk O. M., Tsurkova L. V., Marchuk O. V., Urubkov I. V., Romanyuk Y. E., Fedorchuk O., Lakshminarayana G., Kityk I. V. Operation by optoelectronic features of cadmium sulphide nanocrystallites embedded into the photopolymer polyvinyl alcohol matrices. *Appl. Surf. Sci.* 2018. Vol. 446. P. 209–214.
7. Parasyuk O. V., Babizhetskyy V. S., Khyzhun O. Y., Levytskyy V. O., Kityk I. V., Myronchuk G. L., Tsisar O. V., Piskach L. V., Jedryka J., Maciag A., Piasecki M. Novel Quaternary TlGaSn2Se6 Single Crystal as Promising Material for Laser Operated Infrared Nonlinear Optical Modulators. *Crystals*. 2017. Vol. 7. P. 341.
8. Krymus A. S., Myronchuk G. L., Parasyuk O. V., Lakshminarayana G., Fedorchuk A. O., El-Naggar A., Albassam A., Kityk I. V. Photoconductivity and nonlinear optical features of novel  $\text{Ag}_x\text{Ga}_x\text{Ge}_{1-x}\text{Se}_2$  crystals. *Mater. Res. Bull.* 2017. Vol. 85. P. 74–79.
9. Ebothé J., Michel J., Kityk I. V., Lakshminarayana G., Yanchuk O. M., Marchuk O. V. Influence of CdS nanoparticles grain morphology on laser-induced absorption. *Physica E*. 2018. Vol. 100. P. 69–72.
10. Tan D., Sharafudeen K. N., Yue Y., Qiu J. Femtosecond laser induced phenomena in transparent solid materials: fundamentals and applications. *Prog. Mater. Sci.* 2016. Vol. 76. P. 154–228.
11. Wang C.-X., Fu S.-S., Gu Y.-Z. Large third-order optical nonlinearity of cadmium sulphide NC embedded in polymer thin films. *Chin. Phys. Lett.* 2009. Vol. 26. 097804.
12. Misra N., Rapolu M., Venugopal Rao S., Varshney L., Kumar V. Nonlinear optical studies of inorganic NC-polymer nanocomposite coatings fabricated by electron beam curing. *Opt. Laser Technol.* 2016. Vol. 79. P. 24–31.
13. Peng X., Manna L., Yang W., Wickham J., Scher E., Kadavanich A., Alivisatos A. P. Shape control of CdSe nanocrystals. *Nature*. 2000. Vol. 404. P. 59–61.
14. Banerjee R., Jayakrishnan R., Ayyub P. Effect of the size-induced structural transformation on the band gap in CdS nanoparticles. *J. Phys.: Condens. Matter*. 2000. Vol. 12. P. 10647–10654.
15. Li Y., Liu E. C. Y., Pickett N., Skabara P. J., Cummins S. S., Ryley S., Sutherland A. J., O'Brien P. Synthesis and characterization of CdS quantum dots in polystyrene microbeads. *J. Mater. Chem.* 2005. Vol. 15. P. 1238–1243.
16. Karan S., Mallik B. Tunable Visible-Light Emission from CdS Nanocrystallites Prepared under Microwave Irradiation. *J. Phys. Chem. C*. 2007. Vol. 111. P. 16734–16741.
17. Yanchuk O. M., Prots D. L., Tsurkova L. V. et al. Electrochemical synthesis of cadmium sulfide nanopowders. *Science Bulletin Volin. Nats. Univ. Lesia Ukrainka*. 2012. Vol. 17(242). P. 84–89.
18. Kityk I. V., Mervinskii R. I., Kasprczyk J., Jossi S. Synthesis and properties of nm-sized single crystals embedded in photopolymeric host. *Mater. Lett.* 1996. Vol. 27. P. 233–237.
19. Tkaczyk S., Galceran M., Kret S., Pujol M. C., Aguilo M., Diaz F., Reshak A. H., Kityk I. V. UV-excited piezooptical effects in oxide nanocrystals incorporated into PMMA matrices. *Acta Mater.* 2008. Vol. 56. P. 5677–5684.
20. Пат. 93471U Україна, МПК С 01G 11/00. Спосіб отримання нанопорошків кадмій сульфіді шляхом електролізу водного розчину індиферентного електроліту / О. М. Янчук та ін. ; опубл. 10.10.2014, Бюл. № 9.
21. Fediv V. I., Kovalchuk A. O., Gule Ye. G., Rudko G. Yu. Investigation of the non-radiation energy transfer in the nanoscale composite of CdS/PVS during the polymerization of a polymer. *NaUKMA Scientific Notes. Physics and mathematics*. 2010. Vol. 100. P. 50–54.

# REFERENCES:

1. Jaiswal, J. K., Mattoussi, H., Mauro, J. M., & Simon, S. M. (2003). Long-term multiple color imaging of live cells using quantum dot bioconjugates. *Nature Biotechnology*, 21, 47–51.
2. Brown, K. R., Lidar, D. A., & Whaley, K. B. (2002). Quantum computing with quantum dots on quantum linear supports. *Physical Review A*, 65, 012307.
3. Chan, W. C. W., Maxwell, D. J., Gao, X. H., Bailey, R. E., Han, M. Y., & Nie, S. M. (2002). Luminescent quantum dots for multiplexed biological detection and imaging. *Current Opinion in Biotechnology*, 13, 40–46.
4. Sweeney, R. Y., Mao, C., Gao, X., Burt, J. L., Belcher, A. M., Georgiou, G., & Iverson, B. L. (2004). Bacterial biosynthesis of cadmium sulfide nanocrystals. *Chemistry & Biology*, 11, 1553–1559.

5. Alivisatos, A. P. (1996). Semiconductor clusters, nanocrystals, and quantum dots. *Science*, 271, 933–937.
6. Ozga, K., Yanchuk, O. M., Tsurkova, L. V., Marchuk, O. V., Urubkov, I. V., Romanyuk, Y. E., Fedorchuk, O., Lakshminarayana, G., & Kityk, I. V. (2018). Operation by optoelectronic features of cadmium sulphide nanocrystallites embedded into the photopolymer polyvinyl alcohol matrices. *Applied Surface Science*, 446, 209–214.
7. Parasyuk, O. V., Babizhetskyy, V. S., Khyzhun, O. Y., Levytskyy, V. O., Kityk, I. V., Myronchuk, G. L., Tsisar, O. V., Piskach, L. V., Jedryka, J., Maciag, A., & Piasecki, M. (2017). Novel quaternary  $\text{TlGaSn}_2\text{Se}_6$  single crystal as promising material for laser operated infrared nonlinear optical modulators. *Crystals*, 7, 341.
8. Krymus, A. S., Myronchuk, G. L., Parasyuk, O. V., Lakshminarayana, G., Fedorchuk, A. O., El-Naggar, A., Albassam, A., & Kityk, I. V. (2017). Photoconductivity and nonlinear optical features of novel  $\text{Ag}_x\text{Ga}_x\text{Ge}_{1-x}\text{Se}_2$  crystals. *Materials Research Bulletin*, 85, 74–79.
9. Ebothe, J., Michel, J., Kityk, I. V., Lakshminarayana, G., Yanchuk, O. M., & Marchuk, O. V. (2018). Influence of CdS nanoparticles grain morphology on laser-induced absorption. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 100, 69–72.
10. Tan, D., Sharafudeen, K. N., Yue, Y., & Qiu, J. (2016). Femtosecond laser induced phenomena in transparent solid materials: Fundamentals and applications. *Progress in Materials Science*, 76, 154–228.
11. Wang, C.-X., Fu, S.-S., & Gu, Y.-Z. (2009). Large third-order optical nonlinearity of cadmium sulphide NC embedded in polymer thin films. *Chinese Physics Letters*, 26, 097804.
12. Misra, N., Rapolu, M., Venugopal Rao, S., Varshney, L., & Kumar, V. (2016). Nonlinear optical studies of inorganic NC-polymer nanocomposite coatings fabricated by electron beam curing. *Optics & Laser Technology*, 79, 24–31.
13. Peng, X., Manna, L., Yang, W., Wickham, J., Scher, E., Kadavanich, A., & Alivisatos, A. P. (2000). Shape control of CdSe nanocrystals. *Nature*, 404, 59–61.
14. Banerjee, R., Jayakrishnan, R., & Ayyub, P. (2000). Effect of the size-induced structural transformation on the band gap in CdS nanoparticles. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 12, 10647–10654.
15. Li, Y., Liu, E. C. Y., Pickett, N., Skabara, P. J., Cummins, S. S., Ryley, S., Sutherland, A. J., & O'Brien, P. (2005). Synthesis and characterization of CdS quantum dots in polystyrene microbeads. *Journal of Materials Chemistry*, 15, 1238–1243.
16. Karan, S., & Mallik, B. (2007). Tunable visible-light emission from CdS nanocrystallites prepared under microwave irradiation. *The Journal of Physical Chemistry C*, 111, 16734–16741.
17. Yanchuk, O. M., Prots, D. L., Tsurkova, L. V., Marchuk, O. V., Urubkov, I. V., & Pekhnyo, V. I. (2012). Electrochemical synthesis of cadmium sulfide nanopowders. *Scientific Bulletin of Volyn National University of Lesya Ukrainka*, 17(242), 84–89.
18. Kityk, I. V., Mervinskii, R. I., Kasperczyk, J., & Jossi, S. (1996). Synthesis and properties of nm-sized single crystals embedded in photopolymeric host. *Materials Letters*, 27, 233–237.
19. Tkaczyk, S., Galceran, M., Kret, S., Pujol, M. C., Aguilo, M., Diaz, F., Reshak, A. H., & Kityk, I. V. (2008). UV-excited piezooptical effects in oxide nanocrystals incorporated into PMMA matrices. *Acta Materialia*, 56, 5677–5684.
20. Yanchuk, O. M., Prots, D. L., Tsurkova, L. V., Marchuk, O. V., Urubkov, I. V., & Pekhnyo, V. I. (2014). *Sposib otrymannia nanoporoshkiv kadmii sulfidu shliakhom elektrolizu vodnoho rozchynu indyferentnoho elektrolitu* [Method for obtaining cadmium sulfide nanopowders by electrolysis of an aqueous solution of an indifferent electrolyte] (Patent No. 93471U). Ukraine Patent Office.
21. Fediv, V. I., Kovalchuk, A. O., Gule, Ye. G., & Rudko, G. Yu. (2010). Investigation of the non-radiation energy transfer in the nanoscale composite of CdS/PVS during the polymerization of a polymer. *NaUKMA Scientific Notes. Physics and Mathematics*, 100, 50–54.

Дата надходження статті: 30.09.2025

Дата прийняття статті: 19.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 53.02-378/027.7

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-14>**Мирослава ЧЕРНОВА***доктор технічних наук, професор кафедри фізико-математичних наук, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська 15, м. Івано-Франківськ, Україна, 76019***ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6014-3087>**SCOPUS AUTHOR ID:** 57221801214

**Бібліографічний опис статті:** Чернова, М. (2025). Аспекти віртуальних задач з фізики для студентів вищих технічних навчальних закладів освіти. *Фізика та освітні технології*, 2, 102–112, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-14>

## АСПЕКТИ ВІРТУАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

У статті розглядається можливість використання новітніх технологій у вивченні фізики, зокрема такого напрямку в освітній програмі, як розв'язання задач. Актуальність полягає в можливості використання віртуальних завдань під час відсутності візуально-тактильного контакту зі студентом через військові дії та наслідки, пов'язані з цим. Основною метою є визначення максимально сприятливих можливостей та віднайдення засобів забезпечення здобувача вищої освіти можливістю неперервного навчання в екстремальних умовах сьогодення. У часі дослідження поєднується аналіз застосування та сприйняття студентами віртуальних задач з фізики. Результативність впливу на рівень знань здобувачів вищої освіти у технічному вищому навчальному закладі здійснена за рахунок порівняння результатів сесійного контролю за останні 5 років (це включає час пандемії, військового стану та перед тим мирного часу). Проведено трирічне дослідження на здобувачах вищої освіти у вищому технічному навчальному закладі, зокрема ІФНТУНГ, де студент починає розв'язання задачі, але в певний момент завершити його не має можливості. Кількість студентів, що були піддані аналізу становить по 150 у кожному з 2-х семестрів. Досліджено метод невизначеності в очно-дистанційному навчанні, котрий виникає незалежно й диктує специфіку викладацької роботи. Підкреслено важливість у такій невизначеності використання методики, що базується на впровадженні віртуальних задач з фізики. Зроблено важливий висновок про те, що використання віртуальних задач з фізики, як доповнення до аналогічних віртуальних лабораторних робіт у часи невизначеності, для денної та дистанційної форми навчання є виправданим. Такий підхід не зменшує, середньостатистичного балу студента з фізики. Запропонована технологія викладання є життєздатною та необхідною у часі просторової невизначеності. Така інноваційна стратегія забезпечить доступність навчання і не буде спричинювати відтоку студентів вищої школи в Україні.

**Ключові слова:** фізика, студенти, віртуальні задачі, інноваційні підходи, викладацька діяльність, цифровізація.

**Myroslava CHERNOVA***Doctor (Candidate) of Technical Sciences, Professor at Department of Physical and Mathematical Sciences, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15 Karpatska str., Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019***ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6014-3087>**SCOPUS AUTHOR ID:** 57221801214

**To cite this article:** Chernova, M. (2025) Aspektu virtualnyh zadach z fizyky dlia studentiv vyshyih tehniknyh navchalnyh zakladiv osvity [Aspects virtual problems of physics for students of higher technical educational institutions]. *Physics and Educational Technology*, 2, 102–112, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-14>

## ASPECTS VIRTUAL PROBLEMS OF PHYSICS FOR STUDENTS OF HIGHER TECHNICAL EDUCATIONAL INSTITUTIONS

*The possibility of using the latest technologies in the study of physics is considered, in particular such a direction in the educational program as problem solving. The relevance lies in the ability to use virtual tasks during the absence of visual-tactile contact with the student due to military actions and the consequences associated with this. The main goal is to identify the most favorable opportunities and find means to provide higher education students with the opportunity for continuous learning in today's extreme conditions. The research combines analysis the application and perception at virtual problems for physics by students. The effectiveness of the impact on the level of knowledge by comparing the results of sessional control over the last 5 years (this includes the time of the pandemic, martial law, and previously peacetime). A three-year study was conducted on higher education students at a higher technical educational institution, where the student begins solving a problem, but at a certain point is unable to complete this. The number of students analyzed is 150 in each of the 2 semesters. The method of uncertainty in face-to-face and distance learning, which arises independently and dictates the specifics of teaching work, is investigated. The importance of using a methodology based on the implementation of virtual the problems for physics in such uncertainty is emphasized. An important conclusion was made that the use of virtual the problems physics, as a supplement to similar virtual laboratory work in times of uncertainty, for full-time and distance learning is justified. This approach does not reduce the student's average-statistical score in physics. The proposed teaching technology is viable and necessary in times of spatial uncertainty. Such an innovative strategy will ensure the accessibility of education and will not cause a leakage of higher on the education students in Ukraine.*

**Key words:** physics, students, the virtual problems, innovative approaches, educating work, digitalization.

**Актуальність проблеми.** Головною метою підготовки майбутнього спеціаліста є формування компетентного фахівця, який відповідатиме затвердженням європейським стандартам. Поняття «компетентність» є досить широким та різноманітним. Тому при характеристиці пріоритету компетентності виділяється поняття «компетентність» – у перекладі воно буквально означає добре знання чогось. (Svyryda, 2022, pp. 13–15). Враховуючи те, що на основних поняттях з фізики базується подальше вивчення технічних дисциплін у технічному ВНЗ, а також враховуючи політично-економічну ситуацію у світі, освіта у вищих навчальних закладах як ніколи потребує підготовки компетентних спеціалістів, здатних адаптуватися до умов, які диктує мінливе сьогодення, та використовувати свої знання та вміння у подальшій роботі.

Формування цифрової компетентності та грамотності у підготовці майбутніх інженерів залишається відкритим та актуальним. Наприклад, Міністерство освіти, культури та спорту Іспанії у 2014 році створило «Спільну систему цифрової компетентності викладачів» (Marco común de Competencia Digital Docente). З того часу Україна також розробляє й використовує готові нові цифрові навчальні матеріали для викладачів у контексті євроінтеграції. (Surmin, 2015, pp. 19–28)

У зв'язку із сучасним переходом до ринкових відносин та входженням України до Європейського співтовариства стає зрозумілим, що реформування системи вищої освіти

має базуватися на принципах, проголошених Болонською декларацією, і орієнтуватися на підготовку фахівців високого рівня цифрової компетентності та принципів інновацій (Вуков, 2008 684 p.).

Принцип інноваційності є основним принципом випереджаючої освіти. Вона передбачає створення необхідних умов для оперативного впровадження нових досягнень у різні ланки навчально-виховного комплексу (зміст, методи, методика, педагогічні технології). Держава, зокрема МОН, як суспільний інститут визначає матеріальне забезпечення професійної освіти в цілому, суспільне замовлення на формування тієї чи іншої системи знань і поглядів тощо (Butenko, 2025).

Чудово розуміємо і бачимо, що великими кроками планетою йде масштабне цифрове майбутнє, котре, заразом, постійно змінюється. І кому ж, як не нинішнім студентам, у скорому часі доведеться справлятися зі стрімкими глобальними змінами, такими як штучний інтелект, різноманітні нейроінтерфейси, VR та інші розумні технології, котрі вже дихають у спину. В таких умовах роботодавці, та й суспільство в цілому, починають цінувати зовсім інші якості спеціалістів, а саме, адаптивність, здатність не тільки постійно вчитися, а й швидко «розумуватися», готовність експериментувати та працювати в умовах невизначеності. Особливо у теперішньому нестабільному часі.

Саме у цьому нестабільному часі у часі невизначеностей, викладання фізики, її основних

законів та закономірностей, вимагає від викладачів вищої школи результативних нових підходів у методиці викладання. За цю новизну, яка є геть іншою ніж у минулих часах, бо також мусить базуватися на технологічних світових досягненнях, викладач вищої школи несе відповідальність не лише стосовно засвоєння студентом основних теоретичних положень, а й стосовно основних програмних компетентностей, закладених у кожній освітньо-професійній програмі (ОПП), читаючи певні компоненти освітньої програми (КО). Метою ОПП, зокрема у технічному вузі, є поєднання високого рівня професійної підготовки висококваліфікованих, відповідальних фахівців та набуття відповідних загальних і професійних компетентностей у певних технологіях задля вирішення певних завдань, на основі комплексного підходу до цілісності наданих теоретичних та практичних, фундаментальних та професійних знань. Досягнення означеної мети ґрунтується на принципах системності, наступності та індивідуалізації навчання, фундаментальності та цілісності отриманих здобувачем вищої освіти знань, практичній спрямованості та усвідомленні місця отриманих компетентностей, у симбіозі наукового та системного підходів науки та практики (Butenko, 2025).

Така індивідуалізація, у практичній та самостійній спрямованості набуття компетентностей можлива тоді, коли є умови її розвитку. Один з таких напрямків вбачається у застосуванні віртуальних задач з фізики. Бо як зауважив на Всесвітньому урядовому саміті в Дубаї 2020 у своєму виступі генеральний директор «Tesla» і «Space-X» Ілон Маск, де окреслив важливий напрямок в освіті, зокрема він сказав: – «Я вважаю, що найкраща аналітична основа майбутнього – фізика. Я б рекомендував вивчати процес мислення у фізиці, тому що спосіб мислення у фізиці є найкращим фреймворком» (I. Mask, 2020). Уточнюємо «Framework» – фрейм, платформа, структура – інфраструктура програмних рішень, що полегшує розробку складних систем.

**Виклад основного матеріалу.** Проведено дослідження з використання у часі викладання відповідних розділів загальної фізики віртуальних задач, створених розробником «Фізичного вольєру» Френком МакКаллі, від регіонального коледжу Delsea (Пітман, Нью-Джерсі,

США) (Frank McCulley, 2022). З початком повномасштабного вторгнення російських окупантів на територію України прийшлося просити розробника про дозвіл використовувати віртуальні роботи для україномовних студентів з можливістю складання для них відповідного інструктивного матеріалу, оскільки контент є англomовним, зокрема було таке послання до розробника «Hello everyone. We are from Ukraine. Dear developers of programs and website «Physical Aviary». I am a physics lecturer at the National Technical University of Oil and Gas in Ukraine. You know that we are at war with the Russian Federation. Due to these circumstances, we are forced to conduct classes for students online. Today, there is no access to physics laboratories where you can «lively» laboratory's works on physics. Can you give permission to usage your developed virtually laboratories works in the learning process for our students. I want to develop instructions for laboratories works, which will use references to laboratory work and tasks that are in your «physical aviary». Thank you very much for the response, I look forward to», (Привіт усім. Ми з України. Шановні розробники програм і веб сайту «Фізичний вольєр». Я викладач фізики Національного Технічного університету нафти і газу в Україні. Ви знаєте, про те, що ми є в стані війни з Російською Федерацією. Через ці обставини ми змушені вести заняття для студентів у форматі он-лайн. На сьогодні доступу до лабораторій з фізики, де можна «на живо» виконувати роботи з фізики, нема. Чи Ви можете дати дозвіл на використання Ваших розроблених віртуальних робіт у навчальному процесі для наших студентів. Я хочу розробити інструкції до цих робіт, де будуть використовуватися посилання на задачі, що є у вашому «фізичному вольєрі». Щиро дякую за відповідь, на яку чекаю з нетерпінням.) представлене скріншотом на рис. 1.

Розробник люб'язно дозволив використання цих симуляцій у навчанні українських студентів, зазначивши у листі про це (рис. 2). Зокрема, автор зазначив, що у випадку потреби, допоможе перекласти те, що є необхідне українською, і зробить усе можливе, щоб студенти навчалися з використанням його напрацювань.

Було розроблено інструктивний посібник задля використання віртуальних задач. На початку, у тому недалекому 2022-му році (у часі

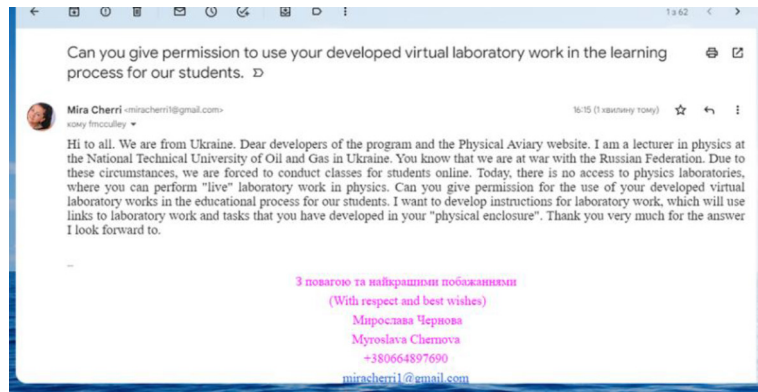


Рис. 1. Скріншот з проханням дозволу на використання завдань з «Фізичного вольєру»

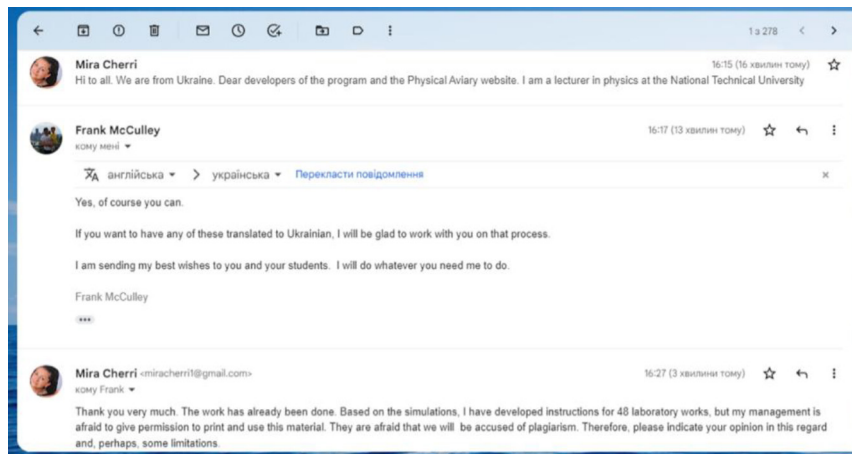


Рис. 2. Скріншот з листа, де зазначено дозвіл Френка Мак Каллі до використання розроблених ним симуляторів у навчанні українських студентів

повномасштабного вторгнення РФ в Україну), задачі були англійськими, а також сертифікат про розв'язки задачі були для пересічного студента незрозумілими. Це виглядало так як на рисунках 3 ÷ 5.

У 2024 році розробник запропонував переклад задач українською мовою з відповідними корекціями умови задачі, про що на рис. 6 зазначено наступне: Близько половини всіх програм на сайті вже підготовлено для легкого

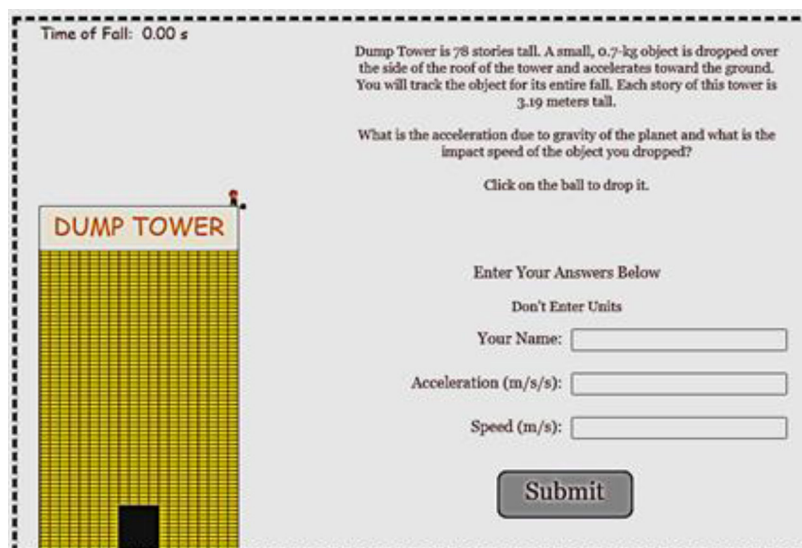


Рис. 3. Вигляд симулятора до задачі у 2022 році



Рис. 4. Вигляд негативного сертифікату розв'язаної віртуальної задачі (до літа 2024 р.)



Рис. 5. Вигляд позитивного сертифікату розв'язаної задачі (до літа 2024 року)

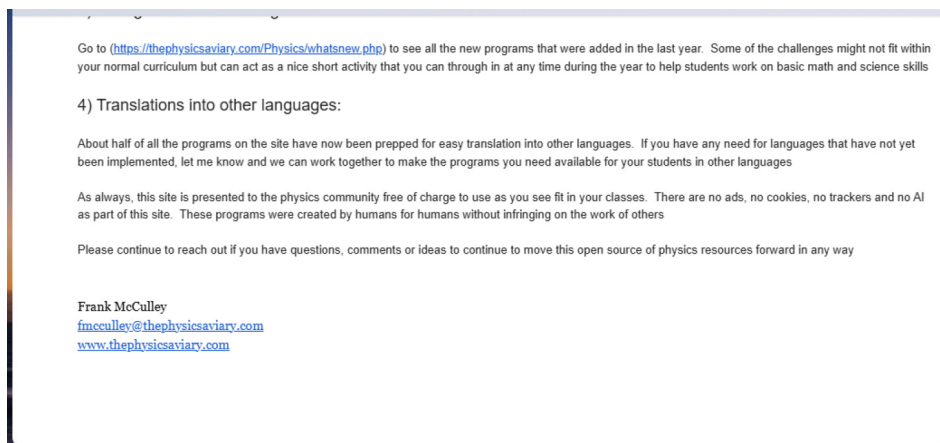


Рис. 6. Скріншот з листування стосовно перекладу задач українською мовою

перекладу іншими мовами. Якщо вам потрібні мови, які ще не впроваджені, повідомте мене, і ми зможемо разом зробити потрібні вам програми доступними для ваших студентів іншими мовами. (About half of all the programs on the site have now been prepped for easy translation into other languages. If you have any need for languages that have not yet been implemented, let me know and we can work together to make the programs

you need available for your students in other languages). У тому ж листі акцентувалось також «Як завжди, цей сайт надається спільноті фізики безкоштовно, щоб ви могли використовувати його на свій розсуд у своїх заняттях. На цьому сайті немає реклами, файлів cookie, трекерів та штучного інтелекту. Ці програми були створені людьми для людей, не порушуючи чужу роботу (As always, this site is presented to the physics

community free of charge to use as you see fit in your classes. There are no ads, no cookies, no trackers and no AI as part of this site. These programs were created by humans for humans without infringing on the work of others). Будь ласка, продовжуйте звертатися, якщо у вас є запитання, коментарі чи ідеї щодо подальшого розвитку цього відкритого джерела фізичних ресурсів. (Please continue to reach out if you have questions, comments or ideas to continue to move this open source of physics resources forward in any way).

Після того було проведено переклад майже 300 задач, котрі мали вже вигляд як на рис. 6, тобто з можливістю вибору мови.

Як є видно на рисунку 7 задачі розробника можуть використовувати не лише україномовні

студенти, а й іншомовні. Вигляд умови задачі обраною українською мовою та задачу у динаміці демонструє рисунок 8

По завершенні відліку часу симулятор пропонує записати обчислені результати, про що маємо зображення на рисунку 9. Там же пропонується перевірка отриманого результату, клацанням на відповідному написі. Зауваження до запису результатів стосується того, що необхідно його записати з використанням не коми, а крапки на англійській розкладці клавіатури, інакше, програма буде таку ситуацію сприймати за помилку. Можемо таку ситуацію порівняти на рисунках 9 та 10.

Правильність обчисленого результату перевіряє сама програма і видає позитивний чи

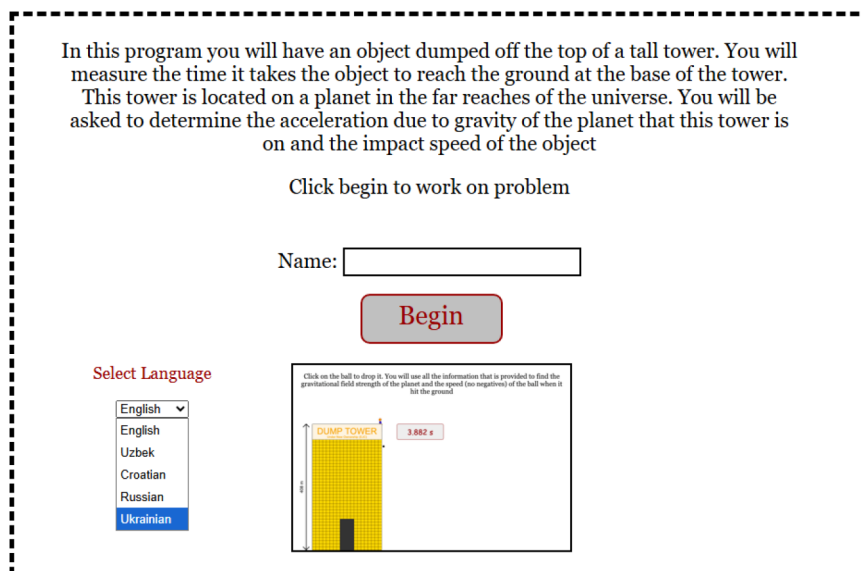


Рис. 7. Можливість вибору мови для умови задачі (після літа 2024 р.)

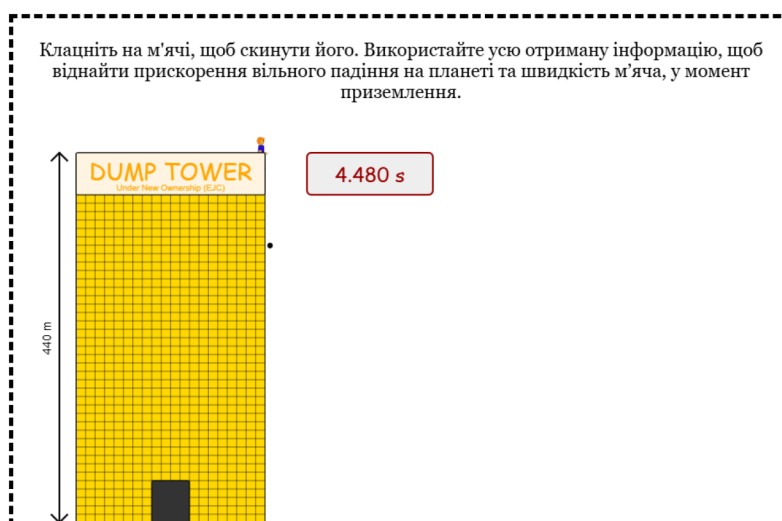


Рис. 8. Скріншот україномовної задачі в динаміці, тобто рух падаючого м'яча з одночасним відліком часу



Рис. 9. Скріншот прикінцевої сторінки задачі, що містить запрошення подати на перевірку отриманий результат

негативний сертифікат обраною мовою, удосконалення розробником програми призвело до того, що позитивний сертифікат має фон зеленого відтінку, а негативний – рожевого, як на рисунках 10 та 11.

Повторне розв'язання задачі є можливе за умови оновлення сторінки, хоча при цьому початкові дані будуть іншими, а відповідно і кінцевий розв'язок буде іншим, про що свідчить рисунок 11.

Така різниця фоновому зображення дає моментальне розуміння як студентів, так і викладачу про дійсний розв'язок задачі. Студент з першого погляду на сертифікат розуміє,

що необхідно оновити задачу, а викладач розуміє те, чи може бути задача зарахована чи ні.

Порівняння у сертифікаті, так званих, «Передбаченого» та «Фактичного» результатів, дає можливість студентів проаналізувати самостійно свій отриманий результат розв'язку, та зрозуміти у чому саме полягає помилка, якщо така є.

Основою віртуального посібника є моделювання, розроблене «Physics Aviary» Френком Мак Каллі. Посібник НЕ надає готових алгоритмів розв'язування завдань, а пропонує студентам можливість самостійно дійти рішень і висновків, спираючись на набуті знання,

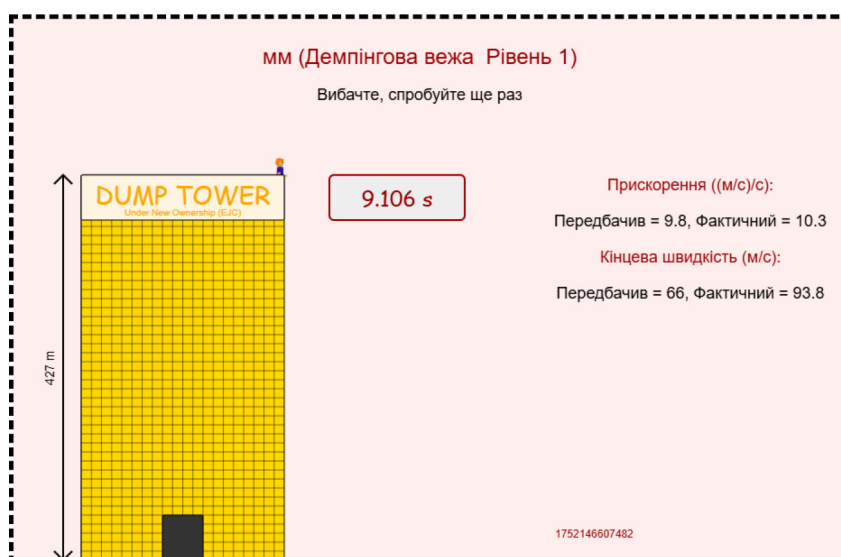


Рис. 10. Зображення негативного сертифікату із запрошенням повторити спробу

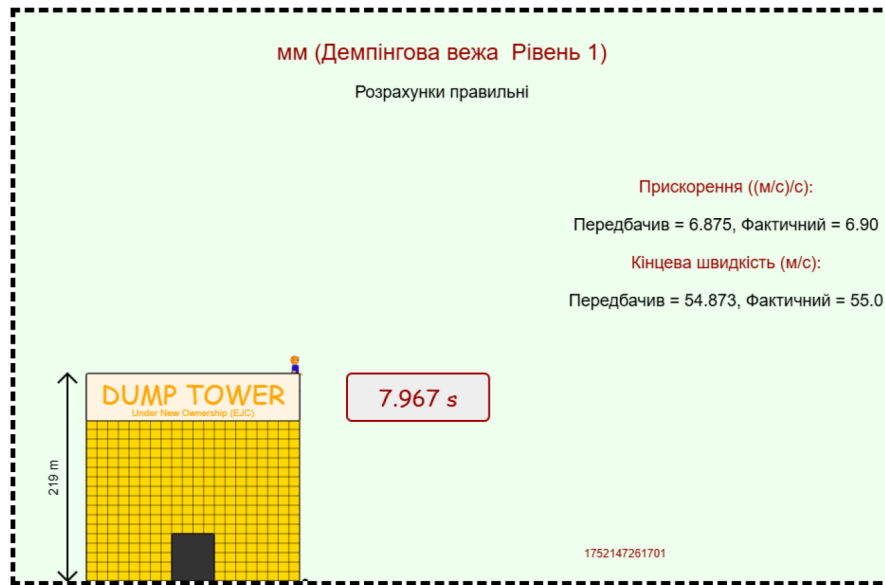


Рис. 11. Скріншот позитивного сертифікату розв'язків віртуальної задачі

власний процес мислення та методичні вказівки до виконання роботи, котрі подаються у посібнику.

Є думка про те, що це сприятиме розвитку креативності та нестандартного інтуїтивного наукового мислення у студентів.

Власне, це видання є першим у своєму роді повним посібником, поява якого зумовлена сучасними тенденціями розвитку навчального процесу вищої школи, зокрема гострою необхідністю оновлення методичного інструментарію навчання та викладання технічних дисциплін у новому формат, дещо відмінному від звичного, що існує сьогодні.

Застосування у викладанні віртуальних задач з фізики засвідчує позитивний вплив на ефективність засвоєння знань здобувачами вищої освіти, оскільки повторне виконання однієї і тієї ж задачі кілька разів до отримання позитивного сертифікату, сприяє системному засвоєнню теоретичного курсу. Разом з тим це суттєво економить час на перевірянні як домашніх завдань, так і контрольних.

Філософія пропонованого запровадження ґрунтується на твердому переконанні, що студентські віртуальні задачі з фізики є цікавими та не складними до виконання, позаяк увага сучасного студента є цілеспрямованою упродовж перших 30-ти секунд (власні спостереження). Якщо за цей короткий проміжок часу здобувач вищої освіти не буде зацікавленим проблемою, то інакше це зробити буде дуже й дуже важко. То є наслідком теперішнього

віртуального світу, котрий великими кроками йде сьогодні.

Розроблений посібник віртуальних задач з фізики є схваленим методичною радою ІФН-ТУНГ, має чіткі (однозначні) покрокові вказівки, але не містить теоретичного матеріалу, вивчення та засвоєння якого пропонується студентам на основі викладання теоретичного курсу викладача, котрий читає лекції з фізики. Посібник охоплює всі розділи фізики, зокрема, механіку твердих тіл, рідин і газів, електрику, магнетизм, коливання і хвилі, оптику та елементи атомної фізики (Chernova, 2024). Кількість віртуальних задач є достатньою для аудиторного, домашнього та контрольного виконання і становить (169 – з механіки; 16 – рідини; 29 – теплові явища; 64 – електрика, магнетизм; 28 – коливання і хвилі; 6 – атомна і ядерна фізика) 312 задач але разом з тим, певні константи в задачах випадають рандомно, що значно збільшує в рази їх кількість. Практикум містить посилання на ресурс You Tube, зокрема на «Фізичний вольєр» що є ревізований законодавством України від 2021 року (Chernova, 2024).

На згаданому сайті є програми, які є просто інструментами, їх викладачі та студенти можуть використовувати для візуалізації складних понять. Деякі з них включають візуалізацію тривимірних векторів, доцентрового прискорення, результату змішування основних кольорів і візуалізацію сил на похилій площині. Існують інші інструменти, які студенти та викладачі можуть використовувати для побудови графіків

і пошуку зв'язків. Нарешті, на сайті є сотні математичних запитань з фізики у більшості галузей фізики, які студенти та викладачі можуть використовувати, щоб переконатися, що вони добре розуміють процедури розв'язування задач. Кожного разу, коли студент перезавантажує програму, він отримуватиме зовсім інші значення та матеріали, тож змушений буде ще раз продумати весь процес розв'язку. Це дозволить здобувачам вищої освіти продовжувати працювати над проблемою стільки разів, скільки потрібно, доки вони не відчують себе дуже комфортно з процесом.

Спеціальні програми, класифіковані як ігри або завдання, допоможуть студентам освоїти складні поняття шляхом швидкого повторення ідеї. Вони включають навчання користуванню звичайним обладнанням, таким як ваги з потрібним променем або градуйований циліндр. Є завдання, які гарантують, що студенти можуть працювати з тривимірними векторами та визначати напрямки магнітної сили. Є багато десятків завдань, які студенти можуть використати, щоб покращити своє базове розуміння фізичних концепцій.

Великий філософ Сократ стверджував, що «хто хоче – шукає засоби, хто не хоче – шукає причини...» (Тютюв, 2010, рр. 3–12).

Заснована десять років тому цифрова бібліотека AAPT Com PADRE – це мережа безкоштовних колекцій онлайн-ресурсів, які

підтримують студентів і викладачів із знаннями фізики та астрономії. Матеріал випущено за ліцензією Creative Commons Attribution-Non Commercial-No Derivs, але безкоштовний для вчителів і студентів (AAPT, 2025).

Хоча метод моделювання можна використовувати без комп'ютера, на сучасному етапі навчання використання комп'ютерних віртуальних задач дозволяє студентам вивчати складні та трудомісткі фізичні процеси, візуалізувати їх, отримувати певні результати, описувати та давати їм оцінку (Dementijevska, 2022).

Важливою складовою виконання та розв'язування задач, є результати у яких можна передбачити ті характеристики, які базуються на розумовому аналізі виконавця. Тому автор моделювання на Physics Aviary активно працює над вдосконаленням програм, які передбачають миттєву перевірку результатів розв'язаної студентом задачі. Є зрозуміло, що таке моделювання задач з фізики використовують не лише в Україні. Нижче, на основі обліку використання віртуальних задач, подано інфографіку, де зазначено його відсоткове число. Як є зрозуміло, студенти України є на 2-му місці у цьому рейтингу, де перше місце посідають студенти США.

**Висновки й перспективи.** Вважаємо, що запропонована методика навчання – приєднання до розвитку самостійності мислення студентів, умінню слухати та враховувати альтернативну точку зору, аргументовано висловлювати

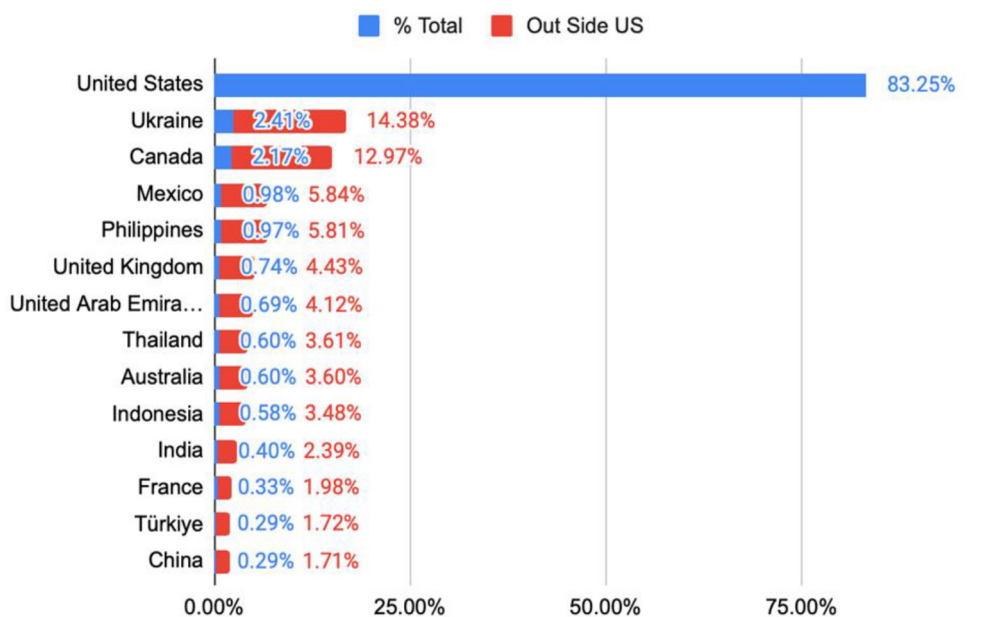


Рис. 12. Інфографіка статистичних даних із застосування віртуального програмного забезпечення моделювання фізичних процесів, розробленого Френком Мак Каллі

власну. На основі використання у навчанні віртуальних задач з фізики студенти мають можливість продемонструвати та вдосконалити свої аналітичні навички, навчитися працювати в команді та знаходити найбільш раціональне рішення поставленої проблеми.

Студенту надається можливість перевірити теорію на практиці, активізувати свої здібності, творчо мислити. З іншого боку, практична ситуація викликає інтерес до процесу навчання, оскільки стає зрозуміло, яких теоретичних знань не вистачає для вирішення проблеми.

Ознайомитися із віртуальними задачами та інструкціями до них можна за посиланням [6] та висловити свою думку розробникам практичного посібника та автору методичного посібника.

Сприймати нове, кимось напрацьоване важко, тому заради майбутнього покоління працівників, що здобули вищу освіту, заради повноцінної відбудови нашої держави майбутніми фахівцями, котрі хочуть і потребують нового, заради розвитку суспільства та оновлення методики викладання фізики у ВНЗ варто ламати стереотипи та пробувати щось нове.

Коли студенти вирішують серйозно вивчати фізику, сподіваємося, що така методика викладання допоможе їм дізнатися про науковий процес у техніці. Зроблено все можливе, щоб надати студентам серію задач, які допоможуть їм розвинути свої навички як початківців

наукових мислителів і як жителів світу, в якому ми живемо. Незалежно від того, чи планують вони присвятити своє життя науці, інженерії чи будь-чому іншому в іншій сфері, є сподівання, що деякі з навичок та ідей, які вони розвинули під час роботи в запропонованій віртуальній задачі, залишаться з ними і зроблять їх кращими в тому, що б вони не робили, та який життєвий шлях вони б не обрали.

Звички, вироблені у часі виконання цих віртуальних задач, допоможуть студентам розвинути певні навички, які зроблять їх кращими мислителями та допоможуть зрозуміти, як набуваються, перевіряються та поширюються знання. Є сподівання, що навчання за допомогою цих ресурсів, допоможуть студентам покращити свої навички спостереження, збору даних, моделювання систем, щоб побачити, як вони працюють, розмірковуючи над помилками, які можуть існувати в різних методах, знаходячи межі отриманих знань. Завдяки ретельному вивченню кількох обраних тем студенти дізнаються про процес, за допомогою якого можна отримати справжні знання.

Хочеться сподіватися, що студенти не лише вдосконалять свої навички та вміння в часі розв'язування задач, але й отримають задоволення від пізнання всесвіту навколо них, ці задачі надихнуть людей навчатися упродовж усього життя та ділитися тим, що вони дізнаються, з іншими, кого вони зустрінуть тут, на цій Землі.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Свирида О. В. Кейс-технології в освітньому просторі. *Перспективи розвитку науки, освіти і суспільства в контексті Євроінтеграції*. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Полтава, 07 жовтня 2022 р. Полтава, 2022, ЦФЕНД, С. 13–15.
2. Сурмін Ю. П. Кейс метод: становлення та розвиток в Україні. *Вісник Національної академії державного управління при Президенті України*. Київ, 2015. № 2. С 19–28.
3. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти: монографія. Київ : Атіка, 2008. 684 с: іл.
4. Бутенко А. П. Засідання Національного агентства. Київ : 24.06.25 URL: <https://www.youtube.com/live/i-bni-T6GsY?t=54s> (дата звернення 24.06.2025).
5. З виступу Ілона Маска на саміті світового уряду в ОАЕ, Дубаї 2020. *З сайту Міжнародного Історико-біографічного інституту*: веб сайт. URL: [internship@whfpdubai.com](mailto:internship@whfpdubai.com) (дата звернення: 05.12.2020).
6. Frank McCulley. Фізичний вольєр: веб сайт: URL <https://thephysicsaviary.com/Physics/UkrainianResources/index.html> (дата звернення 2022 р.).
7. Чернова М. Є., Віртуальні задачі з фізики для україномовних: веб сайт. URL: <https://thephysicsaviary.com/ua/> (дата звернення: постійно).
8. Титов В. Д. Філософсько-правові погляди Томаса Джефферсона. *Вісник Національної юридичної академії імені Ярослава Мудрого. Серія: Філософія, філософія права, соціологія*, 2010. Вип. 5. С. 3–12.
9. Американська асоціація викладачів фізики. Ліцензія CC BY-NC-ND 4.0: веб сайт. URL: <https://www.aapt.org/Publications/AJP/index.cfm> (дата звернення: постійно).
10. Дементієвська Н. П., Соколюк О. М. Віртуальні лабораторні роботи з фізики з використанням інтерактивних комп'ютерних моделювань: збірник навчальних матеріалів. Київ : ІЦО НАПН України, 2022. 157 с.

## REFERENCES:

1. Svyryda, O. V. (07 October 2022) CASE-TEHNOLOGII v osvitiomu prostori [Case technologies in the educational space]. Collection of abstracts of reports of the International Scientific and Practical Conference: *Zbirnyk tez dopovidei mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Perspektyvy rozvytku nauky, osvity i suspilstva v konteksti Jevrointegratsii"* – Collection of abstracts of the International Scientific and Practical Conference “Prospects for the development of science, education and society in the context of European integration” Poltava : CENTER FOR FINANCIAL-ECONOMIC RESEARCH, (pp. 13–15) [in Ukrainian].
2. Surmin, Jy. P. (2015) *Kejis metod: stanovlennija ta rozvytok v Ukrajini*. [Case method: formation and development in Ukraine] *Visnyk Natsionalnoji akademiji derghavnogo upravlinniji pru Prezidentovi Ukrainy*: Bulletin of the National Academy of Public Administration under the President of., (Vols. 2), (pp. 19–28). Kyjiv [in Ukrainian].
3. Bykov, V. Jy. (2008) *Modeli organizatsijnyh system vidkrytoji osvity* [Models of organizational systems of open education]: (monograph). – Kyjv : Atika,. [in Ukrainian].
4. Butenko, A. P. *Sait Zasidaninija Natsionalnogo agentstva* [Sait National Agency Meeting]. Retrieved from: <https://www.youtube.com/live/i-bni-T6GsY?t=54s> [in Ukrainian].
5. *Z vystupu Ilona Maska na samiti svitovogo urijadu v OAJe, Dubai 2020* [From Elon Musk’s speech at the World Government Summit in the UAE, Dubai 2020]. *Website of the International Historical and Biographical Institute*: Retrieved from: [internship@whfpdubai.com](mailto:internship@whfpdubai.com) [in Ukrainian].
6. Frank McCulley. Physical Aviary. Retrieved from: <https://thephysicsaviary.com/Physics/UkrainianResources/index.html>
7. Chernova, M. Je. *Virtualni zadachi z fizyky dlja ukrainomovnyh*: [Virtual problems of physics for Ukrainian speakers]. Retrieved from: <https://thephysicsaviary.com/ua/> [in Ukrainian].
8. Tytov, V. D, (2010). *Filosofsko-pravovi pogliady Tomasa Dghefersona*: [Philosophical-legal views of Thomas Jefferson]. *Visnyk Natsionalnoji Jurydychnoji akademiji imeni Jaroslava Mudrogo. Serija: Filosofija, filosofija prava, sotsiologija*: Bulletin of the Yaroslav the Wise National Law Academy. Series: Philosophy, Philosophy of Law, Sociology, (Vols. 5). (pp. 3–12). [in Ukrainian].
9. American Association of Physics Teachers website. Retrieved from: <https://www.aapt.org/Publications/AJP/index.cfm>
10. Dementijevska, N. P., Sokoljuk, O. M. (2022). *Virtualni laboratorni roboty z fizyky z vykorystanijam interaktyvnyh kompjuternyh modelijvan. zbirnyk navchalnyh materialiv*: [Virtual labs for physics using interactive computer simulations] collection of educational materials Kyjiv : SCHO NAPN [in Ukrainian].

Дата надходження статті: 01.08.2025

Дата прийняття статті: 29.08.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 538.9

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-15>**Олег ШИГОРІН***аспірант навчально-наукового фізико-технологічного інституту, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025***ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0007-6679-1115>**Олексій НОВОСАД***кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025***ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9433-7776>**SCOPUS AUTHOR ID:** 55595635700**Людмила ПІСКАЧ***кандидат хімічних наук, професор кафедри неорганічної та фізичної хімії, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі, 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025***ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3117-4006>**SCOPUS AUTHOR ID:** 6603765788

**Бібліографічний опис статті:** Шигорін, О., Новосад, О., Піскач, Л. (2025). Електричні властивості кристалів твердих розчинів перерізу  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . *Фізика та освітні технології*, 2, 113–119, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-15>

## ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛІВ ТВЕРДИХ РОЗЧИНІВ ПЕРЕРІЗУ $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$

У роботі представлені результати досліджень електричних властивостей кристалів перерізу  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  із вмістом 10, 20, 30, 40 та 50 мол. %  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Дослідження проводились при кімнатній температурі ( $T \approx 300$  K). Напівпровідникові сполуки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , а також тверді розчини системи  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , кристалізуються в тетрагональній просторовій групі  $P\text{--}42_1$ . Ці матеріали поєднують властивості класичних напівпровідників, термоелектричних матеріалів і кристалів, перспективних для нелінійно-оптичних застосувань.

Монокристали  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  належать до напівпровідників  $p$ -типу провідності, що зумовлено наявністю вакансій  $\text{VPb}$ ,  $\text{VGa}$ ,  $\text{VGe}$ , або дефектами заміщення  $\text{PbGa}$ ,  $\text{PbGe}$ . Натомість тверді розчини  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  із вмістом 10–50 мол. %  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  демонструють  $n$ -тип провідності. Інверсія типу провідності обумовлюється зменшенням ширини забороненої зони та зростанням концентрації вакансій халькогену ( $\text{VSe}$ ) зі збільшенням частки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .

Немонотонна залежність питомого опору кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  від вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  пов'язана з різними механізмами провідності. Збільшення питомого опору при введенні в  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  до 10 мол. %  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  пояснюється частковою заміною атомів S на Se, що підвищує дефектність кристалічної ґратки та зменшує рухливість носіїв заряду. При подальшому зростанні вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  (понад 20 мол. %) кристалічна решітка поступово стабілізується, набуваючи структури, близької до  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , що призводить до зниження питомого опору. Додатково цей ефект посилюється зменшенням ширини забороненої зони, внаслідок чого зменшується енергія активації донорних та акцепторних центрів, полегшуючи термічну іонізацію носіїв заряду.

**Ключові слова:** кристали, дефекти, тип провідності, питомий опір, поглинання світла, ширина забороненої зони.

**Oleg SHYGORIN**

Postgraduate Student at the Educational and Scientific Institute of Physics and Technology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0007-6679-1115>

**Oleksii NOVOSAD**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Experimental Physics, Information and Educational Technologies, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9433-7776>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 55595635700

**Lyudmyla PISKACH**

Candidate of Chemical Sciences, Professor at the Department of Inorganic and Physical Chemistry of the Faculty of Chemistry and Ecology, Lesya Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3117-4006>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 6603765788

**To cite this article:** Shygorin, O., Novosad, O., Piskach, L. (2025). Elektrychni vlastyvoli krystaliv tverdykh rozchyniv pererizu  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  [Electrical Properties of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  Solid Solution Crystals  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ ]. *Physics and Educational Technology*, 2, 113–119, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-15>

## ELECTRICAL PROPERTIES OF $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ SOLID SOLUTION CRYSTALS

The paper presents the results of studies on the electrical and optical properties of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  crystals. The  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  crystals corresponded to the compositional content of 10, 20, 30, 40 and 50 mol.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .

The semiconductor compounds  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  and  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , as well as their solid solutions  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , crystallize in a tetragonal space group  $P\text{--}4_2/c$  and are promising materials for research in advanced areas of semiconductor materials science. These compounds combine the properties of several classes of semiconductors: classical semiconductors, thermoelectric materials, and nonlinear optical materials.

Single crystals of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  exhibit *p*-type conductivity, which is primarily associated with the presence of defects such as Pb, Ga, or Ge vacancies (VPb, VGa, VGe), or substitutional defects like PbGa and PbGe. In contrast, the solid solutions  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  containing 10–50 mol.% of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  demonstrate *n*-type conductivity. The main factors responsible for this conductivity type inversion are the decrease in band gap ( $E_g$ ) and the increase in selenium vacancy (VSe) concentration with rising  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  content.

The non-monotonic dependence of the electrical resistivity of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  on the Se concentration results from the dominance of different conduction mechanisms at various compositions. The initial increase in resistivity (from 0 to about 10 mol.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ ) occurs because some sulfur atoms are replaced by selenium atoms, increasing the crystal lattice defect density and reducing carrier mobility. At concentrations around 20 mol.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  and higher, the crystal lattice gradually transforms into a more thermodynamically stable structure similar to  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , which leads to a decrease in resistivity. Moreover, the reduction of the band gap ( $E_g$ ) further lowers the thermal activation energy of donor and acceptor centers, enhancing conductivity.

**Key words:** crystals, defects, conductivity type, resistivity, light absorption, band gap.

**Актуальність проблеми.** Напівпровідникові сполуки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  утворюються у квазіпотрійних системах  $\text{PbS}(\text{Se})\text{--Ga}_2\text{S}(\text{Se})_3\text{--GeS}(\text{Se})_2$  при співвідношенні вихідних компонентів 4:2:1 (Bellagra, 2020; Bellagra, 2023). Дослідження фізичних властивостей твердих розчинів на їх основі

$\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}\text{--Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  є актуальним для матеріалознавства та прикладної фізики напівпровідників (Novosad, 2025; Myronchuk, 2025). Керована заміна атомів S на Se змінює ширину забороненої зони, енергетичне положення дефектних центрів у забороненій зоні, що визначає тип провідності, рухливість носіїв

та оптичні властивості даних сполук. Дані тверді розчини можуть використовуватися як модельні об'єкти для вивчення кореляції між структурою та фізичними властивостями.

Практична значущість дослідження фізичних властивостей кристалів твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  виявляється у перспективі їх застосування в інфрачервоних детекторах, оптоелектроніці, термоелектричних матеріалах та нелінійній оптиці: зміна складу  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  є інструментом для налаштування оптичної прозорості, фоточутливості, електричних та термоелектричних параметрів (Novosad, 2025; Myronchuk, 2025). Прикладні дослідження також важливі для оптимізації технологій вирощування кристалів та підвищення стабільності фаз при експлуатації.

Особливість твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  полягає у сильному впливі гомо- та гетероатомних заміщень на електрон-локальні стани й фононні спектри, що породжує унікальні комбіновані властивості, які одночасно корисні і для фундаментальних досліджень, і для практичних пристроїв. Тобто сполуки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та тверді розчини на їх основі, що кристалізуються в тетрагональній просторовій групі  $P-42_1c$ , є перспективними для досліджень у галузі новітніх матеріалів, оскільки вони поєднують властивості декількох класів напівпровідникових матеріалів: класичних напівпровідників, матеріалів для термоелектричної генерації, матеріалів, перспективних для застосування в нелінійній-оптиці.

Робота присвячена дослідженню електричних властивостей кристалів твердих розчинів перерізу  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  з вмістом 10, 20, 30, 40 та 50 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботах (Novosad, 2025; Shygorin, 2025) досліджувались тверді розчини  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  з вмістом 10, 20, 30 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Термоелектричними методами встановлено, що вони належать до напівпровідників  $n$ -типу провідності. Дані напівпровідникові матеріали виявились низькоомними, найбільшу питому електропровідність ( $170 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ) мали зразки з 20 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Коефіцієнти термо-ЕРС для кристалів із 10, 20 та 30 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  становили відповідно 205, 220 та 240 мкВ/К,

завдяки чому тверді розчини  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  є перспективними матеріалами для створення високочутливих термодатчиків. Максимальне значення термоелектричної потужності ( $\alpha^2 \cdot \sigma = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м} \cdot \text{К}^2$ ) було у зразках із вмістом 20 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . За результатами досліджень спектрів оптичного поглинання (Novosad, 2025),  $E_g$  твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  становить 1,89 еВ, 1,92 еВ та 1,95 еВ для зразків із 10, 20 та 30 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .

У роботі (Chen, 2013) було синтезовано сполуки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , а також проведено дослідження їх кристалічної структури та оптичних характеристик. За результатами аналізу оптичних спектрів автори визначили значення  $E_g$ , які становлять 1,91 еВ для  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та 2,35 еВ для  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Отримані результати свідчать про зменшення  $E_g$  при заміні атомів S на Se, що узгоджується з тенденціями у халькогенідних напівпровідниках (Bozhko, 2010; Bozhko, 2015; Novosad, 2015).

У працях (Bellagra, 2020; Myronchuk, 2025) встановлено, що сполуки  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  належать до непрямоzonних напівпровідників, а також виконано розрахунок їх зонної структури. На основі аналізу спектрального розподілу коефіцієнта оптичного поглинання були оцінені значення  $E_g$ , які добре узгоджуються з результатами, наведеними у роботі (Chen, 2013; Novosad, 2025). Особливістю спектрів фотопровідності кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  є наявність двох максимумів (Bellagra, 2020), що вказує на різну природу процесів фотозбудження. Один із максимумів відповідає власній фотопровідності, тоді як інший пов'язаний із домішковими рівнями у забороненій зоні. Енергетичні положення домішкових максимумів становлять 1,20 еВ для  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та 0,92 еВ для  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .

**Мета дослідження.** Мета дослідження полягала в експериментальному визначенні типу провідності та вимірюванні питомої електропровідності кристалів твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , а також аналізі залежності цих властивостей від компонентного складу.

**Методика та техніка експерименту.** Кристали твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  (ПГ  $P-42_1c$ ) (Chen, 2013)

відповідали компонентному складу 0, 10, 20, 30, 40 та 50 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Методика вирощування кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ , їх оптичні та фотоелектричні властивості представлені в роботах (Bellagra, 2020; Bellagra, 2023; Myronchuk, 2025). Для визначення типу провідності та питомого опору  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  зі злитків одержаних кристалів твердих розчинів виготовлялись зразки у формі паралелепіпедів. Розміри зразків у формі правильних паралелепіпедів становили  $(4 - 3) \cdot (2 - 0,5) \cdot (2 - 0,5) \text{ мм}^3$ . З метою запобігання неточностей та випадкових похибок виготовляли 2–4 зразки із кожного злитка.

Для вимірювання значень питомого опору та визначення типу провідності використовували електричні контакти з галій-індієвої евтектики. Дослідження ВАХ зразків з такими контактами показали, що контакти є симетричними та омичними. Для вимірювань опору використовували електрометр Keithley 6430 Sub-Femtoamp SourceMeter. Схема установки для визначення типу провідності досліджуваних матеріалів представлена в (Novosad, 2022). Виміряти значення коефіцієнта термо-ЕРС (коефіцієнта Зеебека) не вдалось через малі значення напруги, які виявились на межі чутливості наших приладів. Усі дослідження проводились при  $T \approx 300 \text{ К}$ .

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Термоелектричними методами встановлено, що монокристали  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  належать до напівпровідників  $p$ -типу провідності, що узгоджується з даними роботи (Chen, 2013, Myronchuk, 2025). Напівпровідниковий кристал  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  має структуру, що включає іонні стани атомів:  $\text{Pb}^{2+}$ ,  $\text{Ga}^{3+}$ ,  $\text{Ge}^{4+}$  та  $\text{S}^{2-}$ . Відповідно до цього,  $p$ -тип провідності кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  може обумовлюватись  $V_{\text{Pb}}$ ,  $V_{\text{Ga}}$ ,  $V_{\text{Ge}}$ , або дефектами заміщення  $\text{Pb}_{\text{Ga}}$ ,  $\text{Pb}_{\text{Ge}}$ , які виконують роль акцепторних центрів. У роботі (Novosad, 2025) термоелектричними методами встановлено, що кристали  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  з вмістом 70, 80 та 90 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  належать до напівпровідників

$n$ -типу провідності. У досліджуваних твердих розчинах  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  з вмістом 10–50 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ , на відміну від кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ , також спостерігався  $n$ -тип провідності (табл. 1).

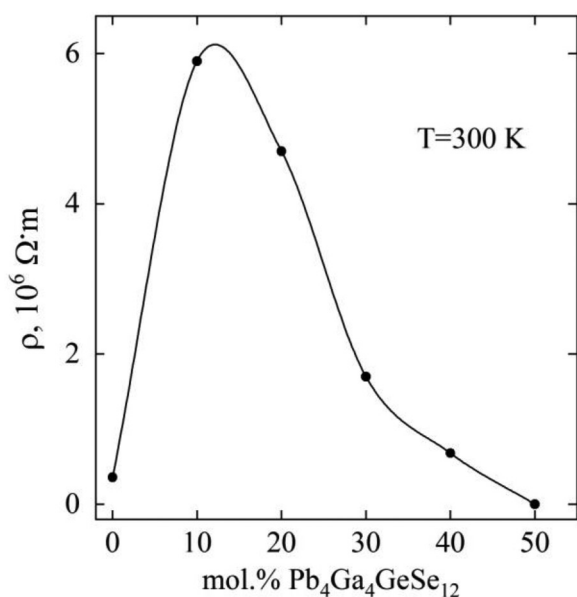
Інверсія типу провідності (табл. 1) може обумовлюватись зменшенням  $E_g$  при збільшенні вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  в  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Зменшення  $E_g$  кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  зі збільшенням вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  підтверджується результатами дослідження спектрів поглинання світла. Внаслідок зменшення  $E_g$  зменшується енергія активації донорних центрів. При заміні атомів S на Se зростає ймовірність утворення вакансій халькогеніду, оскільки (Shannon, 1976; Lide, 2014) іонний радіус  $\text{Se}^{2-}$  ( $r_a \approx 198 \text{ пм}$ ) більший за атомний радіус  $\text{S}^{2-}$  ( $r_a \approx 184 \text{ пм}$ ). Різний атомний радіус  $\text{Se}^{2-}$  та  $\text{S}^{2-}$  змінює локальну напругу та симетрію кристала, відповідно, змінюється енергія утворення дефектів. Внаслідок послаблення зв'язків з  $\text{Pb}^{2+}$ ,  $\text{Ga}^{3+}$ ,  $\text{Ge}^{4+}$  енергія «вивільнення» халькогеніду з вузла кристалічної ґратки (енергія утворення вакансії) зменшиться для Se-положень порівняно з S-положеннями. Менша енергія утворення  $V_{\text{Se}}$  призведе до збільшення концентрації  $V_{\text{Se}}$  при тих же умовах.  $V_{\text{Se}}$  та  $V_{\text{S}}$  у кристалах  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  та  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  зазвичай поведуться як донори (Chen, 2013). Тобто за таких умов система переходить від  $p$ -типу провідності до  $n$ -типу провідності, концентрація електронів різко зростає.

На рис. 1 представлена залежність питомого опору ( $\rho$ ) кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  від вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Числові значення  $\rho$  подані в табл. 1. Не монотонна залежність  $\rho$  кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  від вмісту  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  обумовлена домінацією різних механізмів провідності при різному вмісті  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . Зростання  $\rho$  в кристалах твердих розчинах  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  з 10 мол.%  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$  обумовлюється тим, що частина атомів S заміщують атомами Se, у результаті утворюється твердий розчин, в якому, як уже відмічалось раніше, атоми халькогеніду

Таблиця 1

**Питомий опір та тип провідності кристалів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$**

| мол.% $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ | 0    | 10  | 20  | 30  | 40   | 50      |
|------------------------------------------------|------|-----|-----|-----|------|---------|
| $\rho$ , $10^6 \text{ Ом} \cdot \text{м}$      | 0,36 | 5,9 | 4,7 | 1,7 | 0,68 | 0,00022 |
| Тип провідності                                | $p$  | $n$ | $n$ | $n$ | $n$  | $n$     |



**Рис. 1. Залежність питомого опору кристалів Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> від вмісту Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>**

мають різний радіус та електронегативність. Відповідно, кристалічна решітка буде деформуватися, це обумовить локальні напруження, точкові дефекти, дислокації, розупорядкування атомів кристалічної решітки. Внаслідок зростання дефектності зростає розсіювання вільних носіїв заряду, тобто зменшується їх рухливість.

Потрібно враховувати і те, що зона провідності й валентна зона формуються з різних  $p$ -орбіталей: S  $3p$  та Se  $4p$ .  $4p$ -орбіталі Селену (Se) мають меншу енергію зв'язку, ніж  $3p$ -орбіталі Сульфуру (S). Через розупорядкування орбіталей на границях домішкових центрів з'являються локалізовані стани у забороненій зоні (пастки), які захоплюють вільні носії заряду. Це призводить до зменшення концентрації вільних носіїв заряду. Не слід виключати, що у твердих розчинах Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>, особливо при невеликих концентраціях Se (~10 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>), може частково зберігатись фазова неоднорідність, яка являє собою мікрообласті з різним вмістом атомів S та атомів Se. Границі між такими фазами будуть виконувати роль енергетичних бар'єрів для вільних носіїв заряду, що призведе до зростання  $\rho$ .

Після певної критичної концентрації (у нашому випадку можемо припустити 10–20 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>) кристалічна решітка поступово переходить до більш стабільної структури типу Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> з більш

однорідним розподілом Se. Також потрібно враховувати, що із зростанням вмісту Se зменшується  $E_g$ . Внаслідок зменшення  $E_g$  зменшується термічна енергія активації донорних та акцепторних центрів. Після введення атомів Se і появи донорних центрів біля дна зони провідності рівень Фермі зміщується до зони провідності спочатку у центр забороненої зони (~10–20 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>), потім ближче до зони провідності (~30–50 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>).

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Напівпровідникові сполуки Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> та Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub> та тверді розчини Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> кристалізуються в тетрагональній просторовій групі  $P-42_1c$ , є перспективними для досліджень у новітніх напрямках напівпровідникового матеріалознавства, вони поєднують властивості декількох класів напівпровідників: класичних напівпровідників, матеріалів для термоелектричної генерації та матеріалів, перспективних для застосування в нелінійній оптиці.

Монокристали Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> належать до напівпровідників  $p$ -типу провідності.  $p$ -тип провідності Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub> обумовлюється  $V_{Pb}$ ,  $V_{Ga}$ ,  $V_{Ge}$ , або дефектами заміщення  $Pb_{Ga}$ ,  $Pb_{Ge}$ . Тверді розчини Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> з вмістом 10–50 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> є напівпровідниками  $n$ -тип провідності. Основними причинами інверсії типу провідності є зменшення  $E_g$  та зростання концентрації  $V_{Se}$  зі зростанням вмісту Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>.

Не монотонна залежність питомого опору Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> від вмісту Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> обумовлена домінацією різних механізмів провідності при різному вмісті Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>. Зростання питомого опору в Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeS<sub>12</sub>–Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> з інтервалі від 0 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> до 10 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> обумовлюється тим, що частина атомів S заміщують атомами Se. У результаті зростає дефектність кристалічної ґратки та зменшується рухливість вільних носіїв заряду. При вмісті ~20 мол.% Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub> і більше кристалічна решітка поступово переходить до більш стабільної структури типу Pb<sub>4</sub>Ga<sub>4</sub>GeSe<sub>12</sub>. В результаті питомий опір зменшується. Також до зменшення питомого опору призводить зменшення  $E_g$ , в результаті чого зменшується термічна енергія активації донорних та акцепторних центрів.

# ЛІТЕРАТУРА:

1. Bellagra H., Nyhmatullina O., Kogut Y., Myronchuk H., Piskach L. Photoconductivity of the Single Crystals  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  and  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . *Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MPDI): Proceedings*. 2020. Vol. 62, № 1. P. 3–8. <https://doi.org/10.3390/proceedings2020062004>
2. Bellagra, H. K., Kogut, Y. M., Piskach, L. V. Component Interaction in the Quasi-Ternary System  $\text{PbSe}-\text{Ga}_2\text{Se}_3-\text{GeSe}_2$ . *J. Phase Equilib. Diffus.* 2023. Vol. 44. P. 3–16. <https://doi.org/10.1007/s11669-022-01017-9>
3. Bozhko V. V., Davydyuk G. Ye., Parasyuk O. V., Novosad O. V., Kozar V. R. Electrical and optical properties of solid solutions  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InSe}_2$  ( $x = 0,05-0,2$ ). *Ukrainian Journal of Physics*. 2010. Vol. 55, № 3. P. 312–316.
4. Bozhko V. V., Novosad A. V., Parasyuk O. V., Khyzhun O. Y., Vainorius N., Nekrošius A., Vertelis V., Kažukauskas V. Electrical properties and electronic structure of  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InSe}_2$  and  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InS}_2$  single crystals. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 2015. Vol. 82. P. 42–49. <https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2015.02.012>
5. Chen Y.-K., Chen M.-Ch., Zhou L.-J., Chen L., Wu L.-M. Syntheses, Structures, and Nonlinear Optical Properties of Quaternary Chalcogenides:  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeQ}_{12}$  ( $Q = \text{S}, \text{Se}$ ). *Inorg. Chem.* 2013. Vol. 52(15). P. 8334–8341. <https://doi.org/10.1021/ic400995z>
6. Lide D. R. Handbook of Chemistry and Physics. 95th Edition. Boca Raton, FL: CRC Press, 2014. 2640 p.
7. Myronchuk G. L., Nyhmatullina O., Rudysh M. Y. et al. Impact of Structural Defects on the Electronic and Optical Properties of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{Ge}(\text{S}, \text{Se})_{12}$  Crystals. *Physica B: Condensed Matter*. 2025. Vol. 699. P. 416834. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2024.416834>
8. Новосад О., Шигорін О., Беллагра Х. К., Піскач Л., Гомілко В. Термоелектричні та оптичні властивості кристалів твердих розчинів по перерізу  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}-\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ . *Фізика та освітні технології*. 2025. № 1. С. 108–113.
9. Novosad O. V., Bozhko V. V., Kityk I. V., Vertelis V., Nekrosius A., Kazukauskas V. Photoelectrical and piezooptical properties of  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InS}_2$  solid solutions. *Sensor Electronics and Microsystem Technologies*, 2015. T. 12, № 1. P. 53–62. <https://doi.org/10.32782/pet-2025-1-14>
10. Новосад О., Пішова П., Божко В., Шпак В. Термоелектрична добротність монокристалів  $(\text{AgSb})_{1-x}\text{Pb}_x\text{Se}_2$ . *Фізика та освітні технології*. 2021. № 1. С. 39–45. <https://doi.org/10.32782/pet-2021-1-7>
11. Novosad O., Shygorin P., Bozhko V., Pishova P., Venhryn B., Goldun V. Electrical and Thermoelectrical Properties of  $\text{PbSe}-\text{AgSbSe}_2$  Monocrystals. *Proceedings of the 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, Lviv-Slavske, Ukraine, February 22–26. 2022. P. 798–801. <https://doi.org/10.1109/TCSET55632.2022.9767085>
12. Шигорін О. П., Новосад О. В., Гомілко В. В. Термоелектричні властивості твердих розчинів  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}-\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ . *VI-і читання Анатолія Вадимовича Свідзинського : матеріали доповідей*, м. Луцьк, 28 лютого – 01 березня 2025 р. Луцьк, 2025. С. 71–72.
13. Shannon R. D. Revised Effective Ionic Radii and Systematic Studies of Interatomic Distances in Halides and Chalcogenides. *Acta Crystallographica A*, 1976, 32, P. 751–767. <https://doi.org/10.1107/S0567739476001551>

# REFERENCES:

1. Bellagra, H., Nyhmatullina, O., Kogut, Y., Myronchuk, H., Piskach, L. (2020). Photoconductivity of the Single Crystals  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  and  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ . *Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MPDI): Proceedings*, Vol. 62(1), 3–8. <https://doi.org/10.3390/proceedings2020062004>
2. Bellagra, H. K., Kogut, Y. M., Piskach, L. V. (2023). Component Interaction in the Quasi-Ternary System  $\text{PbSe}-\text{Ga}_2\text{Se}_3-\text{GeSe}_2$ . *J. Phase Equilib. Diffus.*, 44, 3–16. <https://doi.org/10.1007/s11669-022-01017-9>
3. Bozhko, V. V., Davydyuk, G. Ye., Parasyuk, O. V., Novosad, O. V., Kozar, V. R. (2010). Electrical and optical properties of solid solutions  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InSe}_2$  ( $x = 0,05-0,2$ ). *Ukrainian Journal of Physics*, 55(3), 312–316.
4. Bozhko, V. V., Novosad, A. V., Parasyuk, O. V., Khyzhun, O. Y., Vainorius, N., Nekrošius, A., Vertelis, V., Kažukauskas, V. (2015). Electrical properties and electronic structure of  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InSe}_2$  and  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InS}_2$  single crystals. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 82, 42–49. <https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2015.02.012>
5. Chen, Y. K., Chen, M. Ch., Zhou, L. J., Chen, L., Wu, L. M. (2013). Syntheses, Structures, and Nonlinear Optical Properties of Quaternary Chalcogenides:  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeQ}_{12}$  ( $Q = \text{S}, \text{Se}$ ). *Inorganic Chemistry*, 52, 8334–8341. <https://doi.org/10.1021/ic400995z>
6. Lide, D. R. (2014). Handbook of Chemistry and Physics. 95th Edition. Boca Raton, FL: CRC Press.
7. Myronchuk, G. L., Nyhmatullina, O., Rudysh, M. Y., et al. (2025). Impact of Structural Defects on the Electronic and Optical Properties of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{Ge}(\text{S}, \text{Se})_{12}$  Crystals. *Physica B: Condensed Matter – Physica B: Condensed Matter*, 699, 416834. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2024.416834>
8. Novosad, O., Shygorin, O., Bellagra, H. K., Piskach, L., Gomilko, V. (2025). Termoelektrychni ta optychni vlastyvyosti krystaliv tverdykh rozchyniv po pererizu  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}-\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  [Thermoelectric and optical properties

of solid solution crystals across the  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  section]. *Fizyka ta osvitni tekhnolohii – Physics and Educational Technologies*, 1, 108–113. doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-1-14> [in Ukrainian].

9. Novosad, O. V., Bozhko, V. V., Kityk, I. V., Vertelis, V., Nekrosius, A., Kazukauskas, V. (2015). Photoelectrical and piezooptical properties of  $\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x\text{InS}_2$  solid solutions. *Sensor Electronics and Microsystem Technologies*, 12 (1). 53–62. <https://doi.org/10.32782/pet-2025-1-14>

10. Novosad, O., Pishova, P., Bozhko, V., & Shpak, V. (2021). Termoelektrychna dobrotist monokystaliv  $(\text{AgSb})_{1-x}\text{Pb}_x\text{Se}_2$  [Thermoelectric figure of merit of  $(\text{AgSb})_{1-x}\text{Pb}_x\text{Se}_2$  monocrystals]. *Fizyka ta osvitni tekhnolohii – Physics and Educational Technologies*, 1, 39–45. <https://doi.org/10.32782/pet-2021-1-7>. [in Ukrainian].

11. Novosad, O., Shygorin, P., Bozhko, V., Pishova, P., Venhryn, B., & Goldun, V. (2022). Electrical and Thermoelectrical Properties of  $\text{PbSe}$ – $\text{AgSbSe}_2$  Monocrystals. *Proceedings of the 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering – Proceedings of the 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, 798–801. <https://doi.org/10.1109/TCSET55632.2022.9767085>

12. Shygorin, O. P., Novosad, O. V., Gomilko, V. V. (2025) Thermoelectric Properties of  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  Solid Solutions. *VI Anatolii Vadymovych Svidzynskyi Readings: Proceedings of the Conference*, Lutsk, February 28 – March 1, Lutsk, 71–72. [in Ukrainian]

13. Shannon, R. D. (1986). Revised Effective Ionic Radii and Systematic Studies of Interatomic Distances in Halides and Chalcogenides. *Acta Crystallographica A*, 32, 751–767. <https://doi.org/10.1107/S0567739476001551>

Дата надходження статті: 22.09.2025

Дата прийняття статті: 09.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 521.135

DOI <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-16>

### **Павло ШИГОРІН**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Волі 13, м. Луцьк, Волинська обл., Україна, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2396-8041>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36024496600

### **Дарія ЛИСЕНКО**

здобувач вищої освіти, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, вул. Володимирська 64/13, м. Київ, Україна, 01601

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0006-0428-5439>

**Бібліографічний опис статті:** Шигорін, П., Лисенко, Д. (2025). Дослідження кутового розташування точок Лагранжа. *Фізика та освітні технології*, 2, 120–127, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-16>

## **ДОСЛІДЖЕННЯ КУТОВОГО РОЗТАШУВАННЯ ТОЧОК ЛАГРАНЖА**

У роботі проведено теоретичне дослідження точок Лагранжа для обмеженої задачі трьох тіл з використанням полярної системи координат. Використовуючи ефективний гравітаційний потенціал було побудовано співвідношення, які описують кутове та радіальне розташування точок Лагранжа в залежності від співвідношення характерних параметрів системи. Для одержання аналітичних виразів була застосована теорія збурень, малим параметром якої є відношення мас головних компонент системи. Використання полярних координат дозволило в явному вигляді описувати кутовий розподіл точок рівноваги. Було показано, що кутове положення точок Лагранжа  $L_4$  та  $L_5$ , в залежності від співвідношення мас двох головних компонент, буде змінюватися в межах від  $\pi/3$  до  $\pi/2$ . Одержаний результат було підтверджено на прикладах зоряних систем Groombridge 34, HD 155358 та HD 69830, для яких виконується різні співвідношення мас в діапазонах від  $0,443 \cdot 10^{-5}$  до 0,383. Одержане в роботі співвідношення, яке описує кутовий розподіл точок Лагранжа, було застосоване для дослідження екзопланетної зоряної системи PDS 70. На основі аналізу зображень зоряної системи PDS 70 було визначено кутове положення газопилової хмарини, яка розташована на орбіті екзопланети PDS 70b. З іншого боку, було розраховане кутове розташування цієї хмарини на основі відомостей про масу центральної зорі в системі PDS 70 та масу екзопланети PDS 70b. У результаті досліджень показано, що хмара пилу, в якій формується нова планета, розташована у точці Лагранжа  $L_5$  системи PDS 70 – PDS 70b. Цей результат підтверджує гіпотезу про те, що на орбіті екзопланети PDS 70b формується ще одна «троянська» екзопланета. Це дозволяє нам стверджувати, що коорбітальні конфігурації, відомі у Сонячній системі (наприклад, троянські астероїди Юпітера), є універсальним явищем, здатним виникати і в екзопланетних системах.

**Ключові слова:** точки Лагранжа, полярні координати, кутовий розподіл, екзосистема PDS 70, коорбітальні конфігурації, троянські екзопланети.

### **Pavlo SHYGORIN**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical and Computer Physics named by A. V. Svidzynsky, Lesia Ukrainka Volyn National University, 13 Volya ave., Lutsk, Volyn region, Ukraine, 43025

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2396-8041>

**SCOPUS AUTHOR ID:** 36024496600

**Dariia LYSENKO***Higher Education Student, Taras Shevchenko National University of Kyiv, 64/13 Volodymyrska str., Kyiv, Ukraine, 01601***ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0006-0428-5439>

**To cite this article:** Shygorin, P., Lysenko, D. (2025). Doslidzhennia kutovoho rozpodilu tochok Lahranzha [Investigation of the angular distribution of Lagrange points]. *Physics and Educational Technology*, 2, 120–127, doi: <https://doi.org/10.32782/pet-2025-2-16>

## INVESTIGATION OF THE ANGULAR DISTRIBUTION OF LAGRANGE POINTS

*This work presents a theoretical investigation of the Lagrange points for the restricted three-body problem using the polar coordinate system. Employing the effective gravitational potential, relationships were derived to describe the angular and radial positions of the Lagrange points as functions of the characteristic parameters of the system. To obtain analytical expressions, perturbation theory was applied, with the small parameter being the mass ratio of the primary components of the system. The use of polar coordinates allowed the explicit description of the angular distribution of the equilibrium points. It was shown that the angular position of the Lagrange points L4 and L5, depending on the mass ratio of the two primary components, varies within the range from  $\pi/3$  to  $\pi/2$ . The obtained result was confirmed with examples of the stellar systems Groombridge 34, HD 155358, and HD 69830, which exhibit different mass ratios in the range from  $0,443 \cdot 10^{-5}$  to 0,383. The relationship describing the angular distribution of the Lagrange points derived in this work was applied to the study of the exoplanetary system PDS 70. Based on the analysis of images of the PDS 70 system, the angular position of a gas–dust cloud located on the orbit of the exoplanet PDS 70b was determined. Additionally, the angular position of this cloud was calculated using the known mass of the central star in the PDS 70 system and the mass of the exoplanet PDS 70b. The results show that the dust cloud in which a new planet is forming is located at the L5 Lagrange point of the PDS 70 – PDS 70b system. This finding supports the hypothesis that another “Trojan” exoplanet is forming in the orbit of PDS 70b. It also allows us to assert that co-orbital configurations, known in the Solar System (e.g., Jupiter’s Trojan asteroids), are a universal phenomenon capable of arising in exoplanetary systems.*

**Key words:** Lagrange points, polar coordinates, angular distribution, PDS 70 exosystem, co-orbital configurations, Trojan exoplanets.

**Вступні зауваги.** Точки Лагранжа є особливими рівноважними положеннями в обмеженій задачі трьох тіл, у яких результуюче гравітаційне поле та відцентрові сили перебувають у точному балансі [1, 2]. Традиційно їхні властивості вивчаються у декартових координатах, що зручно для розв’язання задач класичної небесної механіки. Водночас перехід до формалізму полярних координат ( $r$ ,  $\theta$ ) дає змогу виділити кутову компоненту  $\theta$ , що визначає орієнтацію точок рівноваги у площині орбіти та відкриває додаткові можливості для аналізу кутової стабільності [3, 4].

Дослідження кутового розподілу точок Лагранжа має як теоретичне, так і прикладне значення. У прикладній небесній механіці воно є важливим для планування траєкторій космічних апаратів у точках L1 та L2, де навіть невеликі зміни кутових параметрів можуть впливати на довготривалу стабільність орбіти [5, 6]. У динаміці малих тіл Сонячної системи кутовий аналіз дозволяє визначити закономірності розташування троянців, об’єктів групи Грека та інших резонансних популяцій, а також виявити наслідки зіткнень і гравітаційних збурень [7, 8].

Класичні роботи Лагранжа [1] та Себехелі [2] заклали фундамент для дослідження рівноважних точок і орбітального резонансу. Подальший розвиток теорії наведено у працях Мюррея та Дермотта [3], а також Гомеса з колегами [4], де розглядаються динамічні моделі руху поблизу точок Лагранжа і можливості їхнього практичного використання.

Сучасні дослідження значно розширили знання про кутові характеристики цих точок. Зокрема, місія NASA Лусу [5] зосереджена на вивченні троянців Юпітера з урахуванням їхнього просторового та кутового розподілу, що має безпосереднє значення для вибору оптимальних траєкторій прольоту. У роботі [6] запропоновано чисельне моделювання розподілу земних троянців із визначенням характерних кутових координат, зручних для їхнього виявлення. Дослідження проведене у роботі [7] дало комплексні дані про форми, обертання та нахили осей троянців, що опосередковано відображають їхню кутову орієнтацію в орбітальному просторі. У роботах [8, 9] досліджено кутові особливості фрагментів астероїдних

кластерів у точці L5 Марса, що важливо для моделювання післязіткненової еволюції.

Інший аспект дослідження точок Лагранжа пов'язаний з виявленням троянських екзопланет. Він має фундаментальне значення для сучасної астрономії та планетології. Такі об'єкти демонструють, що коорбітальні конфігурації, відомі у Сонячній системі (наприклад, троянські астероїди Юпітера), є універсальним явищем, здатним виникати і в екзопланетних системах. Їхнє існування надає унікальну можливість простежити ранні етапи формування планет, коли матеріал у точках Лагранжа L4 та L5 може конденсуватися у стабільні тіла. Крім того, троянські екзопланети є ключовим тестом для моделей динамічної стабільності, міграції планет та накопичення планетезималей, що дозволяє уточнювати теоретичні сценарії еволюції планетних систем [10, 11]. Формалізм полярних координат у цьому контексті є особливо зручним, оскільки дає змогу виокремити кутову динаміку та безпосередньо пов'язати її з характеристиками ефективного потенціалу системи.

Таким чином, дослідження кутового розподілу точок Лагранжа у формалізмі полярних координат є актуальним напрямком, який поєднує теоретичну новизну з прикладною цінністю для космічної навігації, динаміки малих тіл і фундаментальних досліджень гравітаційно-зв'язаних систем багатьох тіл.

**Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів.** Розглянемо замкнену систему, яка складається із трьох тіл із масами  $m_1$ ,  $m_2$  та  $m_3$  розташованими, як показано на рис. 1. Будемо вважати, що тіла знаходяться в одній площині і між ними діє лише

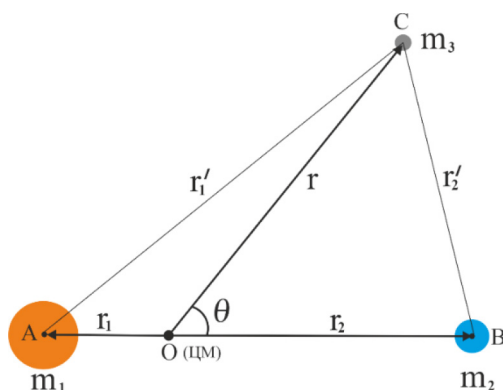


Рис. 1. Геометрія системи трьох тіл у полярних координатах

гравітаційна взаємодія. Ще одним модельним припущенням буде те, що третє тіло має набагато меншу масу у порівнянні з першим та другим. Таке припущення дозволить нам знехтувати впливом третього тіла на рух першого і другого. Нашою метою буде описати рух третього тіла у гравітаційному полі першого та другого. Початок відліку полярної системи координат помістимо в центр мас головних компонент  $m_1$  та  $m_2$ .

Аналіз почнемо з ефективного потенціалу для обмеженої задачі трьох тіл, який в системі відліку, яка обертається з кутовою швидкістю  $\Omega$  матиме наступний вигляд

$$V_{\text{eff}}(r, \theta) = V_{\text{grav}}(r) - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2. \quad (1)$$

Тут  $V_{\text{grav}}(r)$  є гравітаційний потенціал, який визначається співвідношенням:

$$V_{\text{grav}}(r) = -\frac{Gm_1}{r_1'} - \frac{Gm_2}{r_2'}.$$

У полярних ефективний потенціал (1) буде мати вигляд:

$$V_{\text{eff}}(r, \theta) = -\frac{Gm_1}{\left[r^2 + 2rr_1 \cos \theta + r_1'^2\right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{Gm_2}{\left[r^2 - 2rr_2 \cos \theta + r_2'^2\right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2. \quad (2)$$

В околі точок Лагранжа компоненти вектору сили, що діє на третє тіло мають дорівнювати нулеві. Ці умови дадуть нам рівняння для визначення точок Лагранжа. Розглянемо азимутальну складову вектору сили:

$$F_{\theta} = -m_3 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_{\text{eff}}) = -\frac{1}{r} \frac{Gm_1 m_3}{r_1'^2} \left( \frac{\partial r_1'}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r} \frac{Gm_2 m_3}{r_2'^2} \left( \frac{\partial r_2'}{\partial \theta} \right).$$

Враховуючи, що

$$\frac{\partial r_1'}{\partial \theta} = \frac{-rr_1 \sin \theta}{\sqrt{r^2 + 2rr_1 \cos \theta + r_1'^2}},$$

$$\frac{\partial r_2'}{\partial \theta} = \frac{rr_2 \sin \theta}{\sqrt{r^2 - 2rr_2 \cos \theta + r_2'^2}},$$

одержуємо

$$F_{\theta} = Gm_3 \left[ \sin \theta \left( \frac{m_1 r_1}{r_1'^3} - \frac{m_2 r_2}{r_2'^3} \right) \right]. \quad (3)$$

З означення центру мас слідує умова  $m_1 r_1 = m_2 r_2$ . Тоді формула (3) набуде вигляду:

$$F_\theta = G m_3 m_1 r_1 \left[ \sin \theta \left( \frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) \right]. \quad (4)$$

Прирівнюємо азимутальну силу  $F_\theta$  до нуля, адже, як зазначалося раніше в точках Лагранжа азимутальна складова сили дорівнює нулю. Одержуємо рівняння

$$\sin \theta \left( \frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) = 0. \quad (5)$$

Аналіз рівняння (5) показує, що існує три різні випадки у яких воно задовольняється, а саме:

$$\theta = 0, \quad \theta = \pi, \quad r_1' = r_2'. \quad (6)$$

Перший випадок відповідає точкам Лагранжа L1, L2, другий – точці L3, а третій – точкам L4, L5. Як бачимо, що у формалізмі полярних координатах доволі прозоро виникають умови, які задають положення точок Лагранжа відносно осі, що з'єднує головні компоненти системи.

Перейдемо до розгляду радіальної складової сили, яка діє на третє тіло. Використовуючи вираз для ефективного потенціалу (2) отримуюмо наступне співвідношення для радіальної компоненти сили, що діє на третє тіло збоку першого та другого

$$\begin{aligned} F_r &= -m_3 \frac{\partial}{\partial r} (V_{\text{eff}}) = \\ &= -\frac{G m_1 m_3}{r_1'^2} \left( \frac{\partial r_1'}{\partial r} \right) - \frac{G m_2 m_3}{r_2'^2} \left( \frac{\partial r_2'}{\partial r} \right) + m_3 \Omega^2 r. \end{aligned} \quad (7)$$

Скористаємося співвідношеннями

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_1'}{\partial r} &= \frac{r + r_1 \cos \theta}{\sqrt{r^2 + 2 r r_1 \cos \theta + r_1^2}}, \\ \frac{\partial r_2'}{\partial \theta} &= \frac{r - r_2 \cos \theta}{\sqrt{r^2 - 2 r r_2 \cos \theta + r_2^2}}. \end{aligned}$$

Остаточно радіальна складова сили (7) буде мати вигляд:

$$F_r = G m_3 \left[ -\frac{m_1 (r + r_1 \cos \theta)}{r_1'^3} - \frac{m_2 (r - r_2 \cos \theta)}{r_2'^3} + \frac{m_1 + m_2}{(r_1 + r_2)^3} r \right]. \quad (8)$$

У точках рівноваги має виконуватись умова  $F_r = 0$ . Таким чином приходимо до рівняння:

$$\begin{aligned} &-\frac{m_1 (r + r_1 \cos \theta)}{r_1'^3} - \frac{m_2 (r - r_2 \cos \theta)}{r_2'^3} + \\ &+ \frac{m_1 + m_2}{(r_1 + r_2)^3} r = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Для зручності аналізу рівняння (9) перейдемо до безрозмірної форми. Це дозволить в подальшому виокремити доданки з різними порядками малювання, і, таким чином, спростити дане рівняння. Для цього запровадимо позначення:

$$x = \frac{r}{r_2}, \quad x_1' = \frac{r_1'}{r_2}, \quad x_2' = \frac{r_2'}{r_2}, \quad \mu = \frac{m_2}{m_1}. \quad (10)$$

У нових змінних (10) рівняння (9) набуде вигляду

$$-\frac{x + \mu \cos \theta}{x_1'^3} - \frac{\mu (x - \cos \theta)}{x_2'^3} + \frac{x}{(1 + \mu)^2} = 0. \quad (11)$$

Координати точок Лагранжа будуть визначатися з рівняння (11) та умов (6). Точки L1 та L2, як зазначалося раніше, визначаються умовою  $\theta = 0$ , яку накладемо на рівняння (11). Зі співвідношень (10) для безрозмірних координат одержуємо вирази

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{r_1'}{r_2} = \frac{\left[ r^2 + 2 r r_1 \cos \theta + r_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{r_2} = \\ &= \frac{\left[ r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{r_2} = \frac{r + r_1}{r_2} = x + \mu, \\ x_2' &= \frac{r_2'}{r_2} = \frac{\left[ r^2 - 2 r r_2 \cos \theta + r_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{r_2} = \\ &= \frac{\left[ r^2 - 2 r r_2 + r_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{r_2} = \frac{|r - r_2|}{r_2} = |x - 1|. \end{aligned}$$

Для випадку  $\theta = 0$  рівняння (11) набуває вигляду

$$-\frac{1}{(x + \mu)^2} \mp \frac{\mu}{(x - 1)^2} + \frac{x}{(1 + \mu)^2} = 0. \quad (12)$$

Верхній знак біля другого доданка відповідає випадку  $x > 1$  (точка L2), а нижній знак – випадкові  $x < 1$  (точка L1). Перший доданок в рівнянні (12) описує притягання третього тіла до першого, другий – притягання третього тіла до другого, а третій – інерційний. За своєю структурою рівняння (12) є алгебраїчним рівнянням п'ятого степеня відносно невідомого  $x$ . Дане рівняння може бути зведене до форми

Брінга рівняння п'ятого степеня, що дозволяє в подальшому виразити кінцевий розв'язок через еліптичні функції [12]. Альтернативний підхід до відшукування розв'язку рівняння (12) заснований на використанні чисельних методів на кшталт методу Ньютона-Рафсона. У даній роботі ми підемо іншим шляхом, пов'язаним з використанням наближених обчислень, що дозволить отримати аналітичні вирази для координат точок Лагранжа. У переважній більшості реальних космічних систем трьох тіл маса одного з компонент набагато переважає масу двох інших (наприклад Сонце, Юпітер, астероїди Троянці). Це означає, що радіус орбіти третього тіла повинен бути близьким до радіуса орбіти другого тіла. Тому для подальшого аналізу припустимо, що  $r \approx r_2 + \Delta r$ . Тоді

$$x = \frac{r}{r_2} = \frac{r_2 + \Delta r}{r_2} = 1 + \frac{\Delta r}{r_2} = 1 + \xi. \quad (13)$$

$$\text{Тут } \xi = \frac{\Delta r}{r} \ll 1.$$

Із врахуванням (13) рівняння (12) набуває вигляду:

$$-\frac{1}{(1+\xi+\mu)^2} \mp \frac{\mu}{\xi^2} + \frac{1+\xi}{(1+\mu)^2} = 0. \quad (14)$$

Виконуючи розклади першого та третього доданків у (14) в ряд Тейлора, одержуємо наступні корені рівняння:

$$\xi_{1,2} = \mp \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}.$$

Тоді на основі (13) знаходимо координати розташування першої та другої точок Лагранжа

$$x_{1,2} = x + \xi_{1,2} = 1 \mp \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}. \quad (15)$$

Аналогічним чином знаходяться координати положення точки L3, яка відповідає умові  $\theta = \pi$ . У результаті одержуємо

$$\begin{aligned} \xi_3 &= \frac{17}{12}\mu, \\ x_3 &= x + \xi_3 = 1 + \frac{17}{12}\mu. \end{aligned} \quad (16)$$

Одержані результати (15) та (16) узгоджується з координатами положень точок Лагранжа L1, L2 та L3 розрахованими у формалізмі декартових координат [3]. Відзначимо простоту і прозорість розрахунку положень

колінеарних точок Лагранжа у розглянутому в роботі методі полярних координат. Проте особливу продуктивність методу полярних координат можна побачити під час розрахунку кутового положення точок L4 та L5. Під час їх розрахунку у формалізмі декартових припускається, що через симетрію вихідного рівняння рівноваги сил, точки L4 та L5 розташовані на кутовій відстані  $\pm\pi/3$ . Як можна буде переконатися у подальшому висліді з використанням полярних координат, кутове положення точок L4 та L5 може змінюватися в межах  $(\pi/3 - \pi/2)$  в залежності від співвідношення мас системи.

Розглянемо третю з умов (6). Одержуємо

$$\begin{aligned} r'_1 &= r'_2, \\ \sqrt{r^2 + 2rr_1 \cos \theta + r_1^2} &= \sqrt{r^2 - 2rr_2 \cos \theta + r_2^2}. \end{aligned}$$

Звідси

$$\cos \theta = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r(r_1 + r_2)} = \frac{r_2 - r_1}{2r}. \quad (17)$$

Співвідношення (17) дозволяє переписати вирази для відстаней від першого та другого тіла до третього  $r'_1$  та  $r'_2$  у вигляді:

$$\begin{aligned} r'_1 &= r'_2 = \sqrt{r^2 + 2rr_1 \cos \theta + r_1^2} = \\ &= \sqrt{r^2 + 2rr_1 \frac{r_2 - r_1}{2r} + r_1^2} = \sqrt{r^2 + r_1 r_2}. \end{aligned}$$

Звідси, з огляду на формули (10), випливає

$$x'_1 = x'_2 = \frac{r'_1}{r_2} = \frac{\sqrt{r^2 + r_1 r_2}}{r_2} = \sqrt{x^2 + \mu}. \quad (18)$$

Повертаючись до співвідношення (17) також знаходимо

$$\cos \theta = \frac{r_2 - r_1}{2r} = \frac{1 - \mu}{2x}. \quad (19)$$

Підставимо знайдені вирази (18) та (19) в рівняння (11), яке виражає умову рівності нулю радіальної складової сили, що діє на третє тіло збоку першого та другого. Маємо

$$-\frac{x + \mu \frac{1 - \mu}{2x}}{(\sqrt{x^2 + \mu})^3} - \frac{\mu \left( x - \frac{1 - \mu}{2x} \right)}{(\sqrt{x^2 + \mu})^3} + \frac{x}{(1 + \mu)^2} = 0.$$

Звідси знаходимо рівняння для розрахунку положень L4 та L5:

$$x \left( -(1 + \mu)^3 + (x^2 + \mu)^{\frac{3}{2}} \right) = 0. \quad (20)$$

Таблиця 1

**Розташування точок Лагранжа  
в системі Groombridge 34**

|                        |       |
|------------------------|-------|
| $\theta, ^\circ$       | 75,5° |
| $r_1, \text{a.o.}$     | 46,19 |
| $r_2, \text{a.o.}$     | 139,8 |
| $r_3, \text{a.o.}$     | 143,4 |
| $r_{4,5}, \text{a.o.}$ | 115,0 |

Рівняння (20) має два дійсні розв'язки. Один з них  $x = 0$ . Цей випадок слід відкинути, адже згідно формули (19) при  $x = 0$  косинус перетворюється на безмежність. Інший корінь задовольняє рівняння:

$$(1 + \mu)^3 = (x^2 + \mu)^2.$$

Остаточню, положення точок Лагранжа L4 та L5 описується виразом:

$$x_{4,5} = \sqrt{1 + \mu + \mu^2}. \quad (21)$$

Відзначимо, що результат (21) був одержаний без використання будь-яких наближених методів, тобто він справедливий для довільного співвідношення мас першого та другого компонента системи. Підставивши (21) у співвідношення (19) ми приходимо до формули, яка визначає кутове розташування точок Лагранжа L4 та L5, відносно лінії, яка з'єднує перше та друге (див. рис. 1):

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \frac{(1 - \mu)}{\sqrt{1 + \mu + \mu^2}}. \quad (22)$$

ревіримо одержаний результат у граничних випадках. Нехай  $\mu \rightarrow 0$  (наприклад система Сонце-Земля), тоді формула (22) дає відоме значення для кута, який визначає напрямок на точки L4 та L5:

$$\cos \theta = \frac{1}{2}, \rightarrow \theta = \pm \frac{\pi}{3}.$$

Для випадку, коли маси головних компонент є однаковими, значення параметра  $\mu = 1$ , тоді формула (22) дає наступний результат:

$$\cos \theta = 0, \rightarrow \theta = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Таким чином, кутове положення точок Лагранжа L4 та L5 в залежності від співвідношення мас двох головних компонент буде змінюватися в межах від  $\pi/3$  до  $\pi/2$ . Цей результат має важливе значення, адже традиційно

вважається, що точки Лагранжа L4 та L5 розташовані під кутами  $\pm \pi/3$ .

Одержаний у роботі кутовий розподіл точок Лагранжа (22) характеризується загальністю і дозволяє розрахувати відповідні положення для систем з довільним співвідношенням мас. Це співвідношення може бути використане під час планування різноманітних космічних місій, у яких будуть використовуватися точки Лагранжа L4 та L5.

Співвідношення (15), (16) та (21) нами були застосовані для розрахунку координат точок Лагранжа в зоряних системах Groombridge 34, HD 155358 та HD 69830. Відповідні результати наведені в табл. 1 та табл. 2.

Як можна бачити з результатів наведених у табл. 1 та табл. 2, коли маса одного з компонентів набагато переважає масу іншого ( $\mu \rightarrow 0$ ), то кутове розміщення точок L4 та L5 близьке до  $\pi/3$ . Якщо ж маси двох компонент співмірні (для системи Groombridge 34  $\mu = 0,383$ ), то кут  $\theta$  стає більшим від  $\pi/3$ .

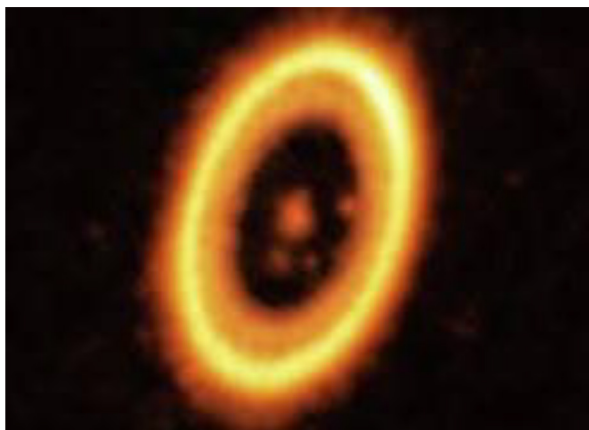
У даній роботі кутовий розподіл (22) був також застосований для аналізу екзопланетної зоряної системи PDS 70. Особливістю цієї екзосистеми є те, що у ній зафіксовано небесне тіло на одній орбіті з екзопланетою PDS70b (рис. 2) [10, 11].

На основі відомих параметрів PDS 70 [10, 11] нами був проведений розрахунок точок Лагранжа для цієї екзопланетної зоряної системи. Відповідні значення наведені у табл. 3.

Таблиця 2

**Параметри екзосистем HD 155358 та HD 69830 та їх точки Лагранжа**

| Назва системи      | Кут $\theta$ | $r_1, \text{a.o.}$ | $r_2, \text{a.o.}$ | $r_3, \text{a.o.}$ | $r_{4,5}, \text{a.o.}$ | Співвідношення мас $\mu$ | Відстань між компонентами, а.о. |
|--------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| HD155358–HD155358b | 60,04°       | 0,60               | 0,68               | 0,64               | 1,02                   | $9,42 \cdot 10^{-4}$     | 1,02                            |
| HD155358–HD155358c | 60,04°       | 0,95               | 1,09               | 1,02               | 0,64                   | $9,77 \cdot 10^{-4}$     | 0,64                            |
| HD 69830–HD 69830b | 60,00°       | 0,08               | 0,08               | 0,07               | 0,08                   | $3,654 \cdot 10^{-5}$    | 0,08                            |
| HD 69830–HD 69830c | 60,00°       | 0,18               | 0,19               | 0,18               | 0,18                   | $4,37 \cdot 10^{-5}$     | 0,18                            |
| HD 69830–HD 69830d | 60,04°       | 0,61               | 0,64               | 0,62               | 0,62                   | $4,43 \cdot 10^{-5}$     | 0,62                            |



**Рис. 2. Зображення екзопланетної зоряної системи PDS 70 створене за допомогою телескопу ALMA**

Джерело: <https://www.eso.org/public/images/eso2311b/>

Кутовий розподіл (22) застосований для системи PDS 70 – PDS 70b дає значення кута на точки Лагранжа L4 та L5  $\theta = 60,5^\circ$ . Проведений у роботі аналіз зображення системи PDS 70 (див. рис. 2) показав, що газопилова хмара, що розташовується на орбіті екзопланети PDS70b знаходиться на кутовій відстані, яка відповідає точці Лагранжа L5. Цей результат підтверджує гіпотезу про те, що на орбіті екзопланети PDS 70b формується ще одна «троянська» екзопланета. Це дозволяє нам стверджувати, що коорбітальні конфігурації, відомі у Сонячній системі (наприклад,

троянські астероїди Юпітера), є універсальним явищем, здатним виникати і в екзопланетних системах.

**Висновки.** У роботі було проведене теоретичне дослідження кутового розподілу точок Лагранжа. Використаний у роботі формалізм полярних координат дозволив не лише спростити виведення положень точок Лагранжа, а й отримати аналітичний вираз, що визначає кутове розташування точок Лагранжа L4 та L5, відносно лінії, яка з'єднує перше та друге тіло. На основі одержаного кутового розподілу було встановлено, що в залежності від співвідношення мас двох головних компонент точок Лагранжа L4 та L5 може змінюватися в межах від  $\pi/3$  до  $\pi/2$ . Даний результат був підтверджено на прикладах зоряних систем Groombridge 34, HD 155358 та HD 69830, для яких виконується різні співвідношення мас в діапазонах від  $0,443 \cdot 10^{-5}$  до 0,383. Також у роботі був проведений розрахунок кутового розташування газопилової хмарини, що розташовується на орбіті екзопланети PDS70b в екзопланетній зоряній системі PDS70 та аналіз зображень цієї системи. У результаті було показано, що хмара пилу, в якій формується нова планета, розташована у точці Лагранжа L5 системи PDS 70 – PDS 70b. Цей результат підкріплює гіпотезу про те, що на орбіті екзопланети PDS 70b формується ще одна «троянська» екзопланета.

Таблиця 3

**Параметри екзопланетної зоряної системи PDS 70 та її точки Лагранжа**

| Відстань між компонентами, а.о. | Співвідношення мас $\mu$ | Відстань до точок Лагранжа від центру мас системи PDS 70 – PDS 70b |              |              |                  |
|---------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------|--------------|------------------|
|                                 |                          | $r_1$ , а.о.                                                       | $r_2$ , а.о. | $r_3$ , а.о. | $r_{4,5}$ , а.о. |
| 20,8                            | 0,010                    | 17,68                                                              | 23,92        | 21,10        | 20,90            |

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Lagrange J.-L. Essai sur le problème des trois corps, *Paris: Gauthier-Villars*. 1772. 6. P. 229–332.
2. Szebehely V. Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. New York : Academic Press, 1967. 364 p.
3. Murray C. D., Dermott S. F. Solar System Dynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999. 592 p.
4. Gómez G., Llibre J., Martínez R., Simó C. Dynamics and Mission Design near Libration Points. Vol. 1: Fundamentals. Singapore: World Scientific, 2001. 384 p.
5. Levison H. F., Marchi S., Noll K.S. et al. NASA'S Lucy Mission to Trojan Asteroids: Unraveling the History of the Outer Solar System. *Space Sci Rev*. 2025. 221 (5). P. 63. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11214-025-01173-7>
6. Yeager T., Golovich N., Pruett K. MEGASIM: Distribution and Detection of Earth Trojan Asteroids, *The Astrophysical Journal*. 2024. 961(2). (14pp). DOI: <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad1396>
7. Mottola S., Britt D. T., Brown M. E. et al. Shapes, Rotations, Photometric and Internal Properties of Jupiter Trojans, *Space Sci Rev*. 2024. 220 (17). DOI: <https://doi.org/10.1007/s11214-024-01052-7>
8. Christou A. A., Georgakarakos N., Marshall-Lee A., Humpage A., Čuk M., Dell'Oro A. New asteroid clusters and evidence of collisional fragmentation in the L5 Trojan cloud of Mars, *Astronomy & Astrophysics*. 2025. 698. A42 DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202553804>

9. Morbidelli A., Levison H. F., Tsiganis K., Gomes R. Chaotic Capture of Jupiter's Trojan Asteroids in the Early Solar System, *Nature*. 2005. 435 (7041). P. 462 – 465. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature03540>
10. Balsalobre-Ruza O., et al. Evidence for an exo-Trojan in the PDS 70 system, *Astronomy & Astrophysics*. 2023. 675 (A158). DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202346493>
11. J. Donati and all. SPIRou observations of the young planet-hosting star PDS 70, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2024. 535 (4). DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stae2506>
12. Armitage J. V., Eberlein W. F. Elliptic Functions. Cambridge: Cambridge University Press. 2006. 341 p. ISBN 978-0-521-78078-0.

#### REFERENCES:

1. Lagrange, J. (1772). Essai sur le problème des trois corps. *Paris: Gauthier-Villars*, 6, 229–332.
2. Szebehely, V. (1967). Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. New York : Academic Press, 364 p.
3. Murray, C. D., Dermott, S. F. (1999). Solar System Dynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 592 p.
4. Gómez, G., Llibre, J., Martínez, R., Simó, C. (2001). Dynamics and Mission Design near Libration Points. Vol. 1: Fundamentals. Singapore: World Scientific, 384 p.
5. Levison, H.F., Marchi, S., Noll, K.S. et al. (2025). NASA'S Lucy Mission to Trojan Asteroids: Unraveling the History of the Outer Solar System. *Space Sci Rev*, 221 (5), 63–69. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11214-025-01173-7>
6. Yeager, T., Golovich, N., Pruett, K. (2024). MEGASIM: Distribution and Detection of Earth Trojan Asteroids. *The Astrophysical Journal*, 961(2), 1–14. DOI: <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad1396>
7. Mottola, S., Britt, D. T., Brown, M. E. et al. (2024). Shapes, Rotations, Photometric and Internal Properties of Jupiter Trojans. *Space Sci Rev*, 220 (17), 220–237. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11214-024-01052-7>
8. Christou, A. A., Georgakarakos, N., Marshall-Lee, A., Humpage, A., Čuk, M., Dell'Oro, A. (2025). New asteroid clusters and evidence of collisional fragmentation in the L5 Trojan cloud of Mars. *Astronomy & Astrophysics*, 698, A42. DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202553804>
9. Morbidelli, A., Levison, H. F., Tsiganis, K., Gomes, R. (2005). Chaotic Capture of Jupiter's Trojan Asteroids in the Early Solar System. *Nature*, 435 (7041), 462–465. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature03540>
10. Balsalobre-Ruza, O., et al. (2023). Evidence for an exo-Trojan in the PDS 70 system. *Astronomy & Astrophysics*, 675, A158. DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202346493>
11. Donati, J. and all. (2024). SPIRou observations of the young planet-hosting star PDS 70. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 535 (4), 3363–3382. DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stae2506>
12. Armitage, J. V., Eberlein, W. F. (2006). Elliptic Functions. Cambridge: Cambridge University Press. 341 p. ISBN 978-0-521-78078-0.

Дата надходження статті: 28.08.2025

Дата прийняття статті: 19.09.2025

Опубліковано: 30.12.2025

## ЗМІСТ

### **Олег ВІЛІГУРСЬКИЙ**

ДЕЯКІ СПОСОБИ ПРОТИДІЇ СИСТЕМИ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ЗАСОБАМ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ БОРОТЬБИ.....3

### **В'ячеслав ВОЛОШИН, Олег КЛЕНІН**

ТЕРМОДИНАМІЧНА ВПОРЯДКОВАНІСТЬ ЯК ОДНА З СУТНОСТЕЙ МІЖМОЛЕКУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ ВОДИ.....8

### **Василь ВЕЛИЧКО, Ніна ГОЛОВІНА, Оксана ОСТРЕЙ, Олександр МАРТИНЮК**

АВТОРСЬКА ПРОГРАМА «ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У ВІЙСЬКОВІЙ СПРАВІ: БЕЗПІЛОТНІ ЛІТАЛЬНІ АПАРАТИ (БПЛА) ТА ЗАСОБИ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ БОРОТЬБИ (РЕБ)» У КОНТЕКСТІ ПОЧАТКОВОЇ ВІЙСЬКОВОЇ ПІДГОТОВКИ.....17

### **Юрій ДЯТЛОВ, Наталія ПРЯДКО, Дарія ЛЮБЧИКОВА**

ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ АСТРОФІЗИЧНОЇ ШКОЛИ ДЛЯ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ У НУШ.....25

### **Оксана ЗАМУРУЄВА, Каріна КРУПКО, Василь САХНЮК, Андрій ІВАНОВСЬКИЙ, Віктор ЛЕВАНДОВСЬКИЙ**

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ БІОНІЧНИМ ПРОТЕЗОМ ВЕРХНЬОЇ КІНЦІВКИ В САГІТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ.....31

### **Оксана ЗАМУРУЄВА, Оксана НОВОСАД, Артур МЕЛЬНИЧУК, Каріна КРУПКО, Віктор ЛЕВАНДОВСЬКИЙ, Михайло КОРИТКО, Сергій СЕМЕНЮК**

ТЕОРІЯ ІГОР У МОДЕЛЮВАННІ КОСМІЧНОЇ КОНКУРЕНЦІЇ: ДИНАМІЧНИЙ ПІДХІД І РЕАЛІЗАЦІЯ В MAPLE.....42

### **Андрій КЕВШИН, Володимир ГАЛЯН, Назар КЕВШИН, Галина ХМАРУК**

ФІЗИКА ТА РАДІОЕЛЕКТРОНІКА: ВІД ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ЗАКОНІВ ДО СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ.....48

### **Андрій КЕВШИН, Володимир ГАЛЯН, Назар КЕВШИН, Сергій СЕМЕНЮК**

РОЗВИТОК ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОНТУРІ.....54

### **Максим КИРИЧЕНКО, Галина МИРОНЧУК, Міхал ПЯСЕЦЬКИЙ, Олег МАРЧУК, Мирон РУДИШ**

ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛА  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  З ДОМІШКАМИ  $\text{Ho}$ .....60

### **Ігор ЛІНЧЕВСЬКИЙ, Марина ЧУРСАНОВА**

ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТОРОЇДАЛЬНОЇ КОТУШКИ З ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ.....69

### **Денис МИРОНЧУК, Андрій КЕВШИН, Олег МАРЧУК, Дмитро ІВАНЮК**

СИНТЕЗ ТА ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛІВ  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , ЛЕГОВАНИХ ПРАЗЕОДИМОМ.....78

### **Petro TROKHIMCHUCK, Vladyslav SAKHAN, Andriy BULIK**

SOME FEATURES OF MODELLING DIFFUSIVE PROCESSES OF RELAXED OPTICS.....86

### **Юрій ХМАРУК, Олександр ЯНЧУК, Олексій ВИШНЕВСЬКИЙ, Ярослав ЄНДРИКА, Анна МІГАЛЬСЬКА-ЗАЛАС**

ВПЛИВ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВИХІДНИХ РЕЧОВИН НА СТРУКТУРНІ ТА МОРФОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРОХІМІЧНО СИНТЕЗОВАНИХ НАНОКРИСТАЛІВ  $\text{CdS}$ .....94

**Мирослава ЧЕРНОВА**

АСПЕКТИ ВІРТУАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ

ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ.....102

**Олег ШИГОРІН, Олексій НОВОСАД,**

**Людмила ПІСКАЧ**

ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КРИСТАЛІВ ТВЕРДИХ РОЗЧИНІВ

ПЕРЕРІЗУ  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ .....113

**Павло ШИГОРІН, Дарія ЛИСЕНКО**

ДОСЛІДЖЕННЯ КУТОВОГО РОЗТАШУВАННЯ ТОЧОК ЛАГРАНЖА.....120

## CONTENTS

### **Oleh VILIHURSKYI**

SOME METHODS OF COUNTERING THE EFFECTS OF UNMANNED AIRCRAFT SYSTEMS  
AGAINST ELECTRONIC WARFARE DEVICES.....3

### **Vyacheslav VOLOSHYN, Oleg KLENIN**

THERMODYNAMIC ORDERLINESS AS ONE OF THE ESSENCES  
OF THE INTERMOLECULAR STRUCTURE OF WATER.....8

### **Vasyl VELYCHKO, Nina HOLOVINA, Oksana OSTREI, Oleksandr MARTYNIUK**

AUTHORED PROGRAM “INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES  
IN MILITARY AFFAIRS: UNMANNED AIRCRAFT (UAV)  
AND ELECTRONIC WARFARE (EW) EQUIPMENT”  
IN THE CONTEXT OF INITIAL MILITARY TRAINING.....17

### **Yurii DIATLOV, Nataliia PRIADKO, Dariia LIUBCHYKOVA**

PRACTICAL APPLICATION OF ASTROPHYSICAL SCHOOL MATERIALS  
FOR TEACHING PHYSICS AND ASTRONOMY AT NUSH.....25

### **Oksana ZAMURUIEVA, Karina KRUPKO, Vasyl SAKHNYUK, Andrew IVANOVSYI, Viktor LEVANDOVSKYI**

MODELING AND OPTIMAL CONTROL OF AN UPPER-LIMB BIONIC PROSTHESIS  
IN THE SAGITTAL PLANE.....31

### **Oksana ZAMURUIEVA, Oksana NOVOSAD, Artur MELNYCHUK, Karina KRUPKO, Viktor LEVANDOVSKYI, Mykhailo KORYTKO, Serhii SEMENIUK**

GAME-THEORETIC MODELING OF SPACE COMPETITION:  
A DYNAMIC APPROACH WITH MAPLE IMPLEMENTATION.....42

### **Andriy KEVSHYN, Volodymyr HALYAN, Nazar KEVSHYN, Galyna KHMARUK**

PHYSICS AND RADIO ELECTRONICS:  
FROM FUNDAMENTAL LAWS TO MODERN TECHNOLOGIES.....48

### **Andriy KEVSHYN, Volodymyr HALYAN, Nazar KEVSHYN, Serhii SEMENYUK**

DEVELOPMENT OF STUDENTS' EXPERIMENTAL COMPETENCIES  
THROUGH THE STUDY OF DAMPED OSCILLATIONS IN AN ELECTRIC CIRCUIT.....54

### **Maxym KYRYCHENKO, Galyna MYRONCHUK, Michał PIASECKI, Oleh MARCHUK, Myron RUDYSH**

OPTICAL PROPERTIES OF  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  CRYSTAL DOPED WITH Ho.....60

### **Igor LINCHEVSKYI, Maryna CHURSANOVA**

DETERMINATION OF THE MAGNETIC FIELD ENERGY  
OF A TOROIDAL COIL WITH A FERROMAGNETIC CORE.....69

### **Denis MYRONCHUK, Andriy KEVSHYN, Oleg MARCHUK, Dmytro IVANYUK**

SYNTHESIS AND PROPERTIES OF  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$  CRYSTALS DOPED WITH PRASEODYMIUM.....78

### **Petro TROKHIMCHUCK, Vladyslav SAKHAN, Andriy BULIK**

SOME FEATURES OF MODELLING DIFFUSIVE PROCESSES OF RELAXED OPTICS.....86

### **Yurii KHMARUK, Oleksandr YANCHUK, Oleksii VYSHNEVSKYI, Jaroslaw JEDRYKA, Anna MIGALSKA-ZALAS**

INFLUENCE OF PRECURSOR CONCENTRATION ON STRUCTURAL  
AND MORPHOLOGICAL CHARACTERISTICS OF ELECTROCHEMICALLY SYNTHESIZED CdS  
NANOCRYSTALS.....94

***Myroslava CHERNOVA***

ASPECTS VIRTUAL PROBLEMS OF PHYSICS FOR STUDENTS

OF HIGHER TECHNICAL EDUCATIONAL INSTITUTIONS.....102

***Oleg SHYGORIN, Oleksii NOVOSAD, Lyudmyla PISKACH***

ELECTRICAL PROPERTIES OF  $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeSe}_{12}$ – $\text{Pb}_4\text{Ga}_4\text{GeS}_{12}$  SOLID SOLUTION CRYSTALS.....113

***Pavlo SHYGORIN, Dariia LYSENKO***

INVESTIGATION OF THE ANGULAR DISTRIBUTION OF LAGRANGE POINTS.....120

# **ФІЗИКА ТА ОСВІТНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

Випуск 2

Коректура • Ірина Миколаївна Чудеснова

Комп'ютерна верстка • Тетяна Олексіївна Клименко

Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman. Підписано до друку: 30.12.2025.  
Папір офсет. Цифровий друк. Ум. друк. арк. 15,34. Замов. № 0126/001. Наклад 300 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»

65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглезі, 6/1

Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08

E-mail: [mailbox@helvetica.ua](mailto:mailbox@helvetica.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

ДК № 7623 від 22.06.2022 р.